第 15 卷 第 6 期
1989 年 11 月

自 动 化 学 报
ACTA AUTOMATICA SINICA

Vol. 15, No. 6
Nov., 1989

模糊关系系统的反馈解耦[1)]

徐 承 伟
(昆 明 工 学 院)

摘 要

本文研究动态模糊关系系统的输出反馈解耦问题. 在给定的开环系统表述形式下，提出了一种解耦控制器的结构，并导出了若干涉及解耦问题的解的结论.

关键词——模糊系统，解耦，反馈，控制.

文献[1]的作者研究了模糊关系系统的串联补偿解耦问题，本文将研究模糊关系系统的输出反馈解耦问题. 考虑如下的 p 输入 p 输出动态模糊关系(开环)系统

$$y_i(k+1) = y_i(k)\circ u_1(k)\circ\cdots\circ u_p(k)\circ R_i,\ i = 1,p. \tag{1}$$

其中 $u_i(.)\in F(U_i)$ 和 $y_i(.)\in F(Y_i)$ 分别是输入和输出模糊变量，

$$R_i\in F(Y_i\times Y_i\times U_1\times\cdots\times U_p)$$

是模糊关系，$i = 1,p$.

解耦设计的目标是使 $y_i(.)$ 只受 $u_i(.)$ 的影响而不受 $u_j(.)$ 的影响，$\forall j\neq i$. 所谓“受到影响”或“不受影响”均指隶属函数而言.

现考虑如下形式的反馈解耦控制器，

$$u_i(k) = v_i(k)\circ y_1(k)\circ\cdots\circ y_p(k)\circ\tilde{R}_i,\ i = 1,p. \tag{2}$$

式中 $v_i(.)\in F(V_i)$, $i = 1,p$ 是参考输入，$\tilde{R}_i\in F(U_i\times V_i\times Y_1\times\cdots\times Y_p)$, $i = 1,p$ 确定了反馈解耦控制律. 闭环系统如图 1 所示. 为简便运算，令

$$y(k) = (y_1(k)\circ\cdots\circ y_p(k)). \tag{3}$$

于是 (2) 式代入 (1) 式得到

$$y_i(k+1) = y_i(k)\circ(v_1(k)\circ y(k)\circ\tilde{R}_1)\circ\cdots\circ(v_p(k)\circ y(k)\circ\tilde{R}_p)\circ R_i,\ i = 1,p. \tag{4}$$

可证明，(4) 式等价于

$$y_i(k+1) = y_i(k)\circ v_1(k)\circ\cdots\circ v_p(k)\circ y(k)\circ(\tilde{R}_1\times\cdots\times\tilde{R}_p)\circ R_i,\ i = 1,p. \tag{5}$$

模糊关系系统的反馈解耦问题于此提出如下：对于给定的开环系统 (1) 和给定的控制器结构 (2)，确定控制器中的模糊关系 $\tilde{R}_1,\cdots,\tilde{R}_p$ 使反馈后的闭环系统解耦，亦即：$y_i(.)$ 仅受到 $v_i(.)$ (可能还有 $y_i(.)$ 的历史值)的影响，而与 $v_j(.)$ 及 $y_j(.)$ $(j\neq i)$ 无关.

以下定理给出了闭环系统 (4) 式实现解耦的充分条件.

定理. 闭环系统 (4) 实现解耦，如果

本文于 1987 年 2 月 20 日收到.

1) 中国仪器仪表学会过程检测控制仪表学会“模糊控制”专题讨论会 (1987. 8，桂林)交流论文.

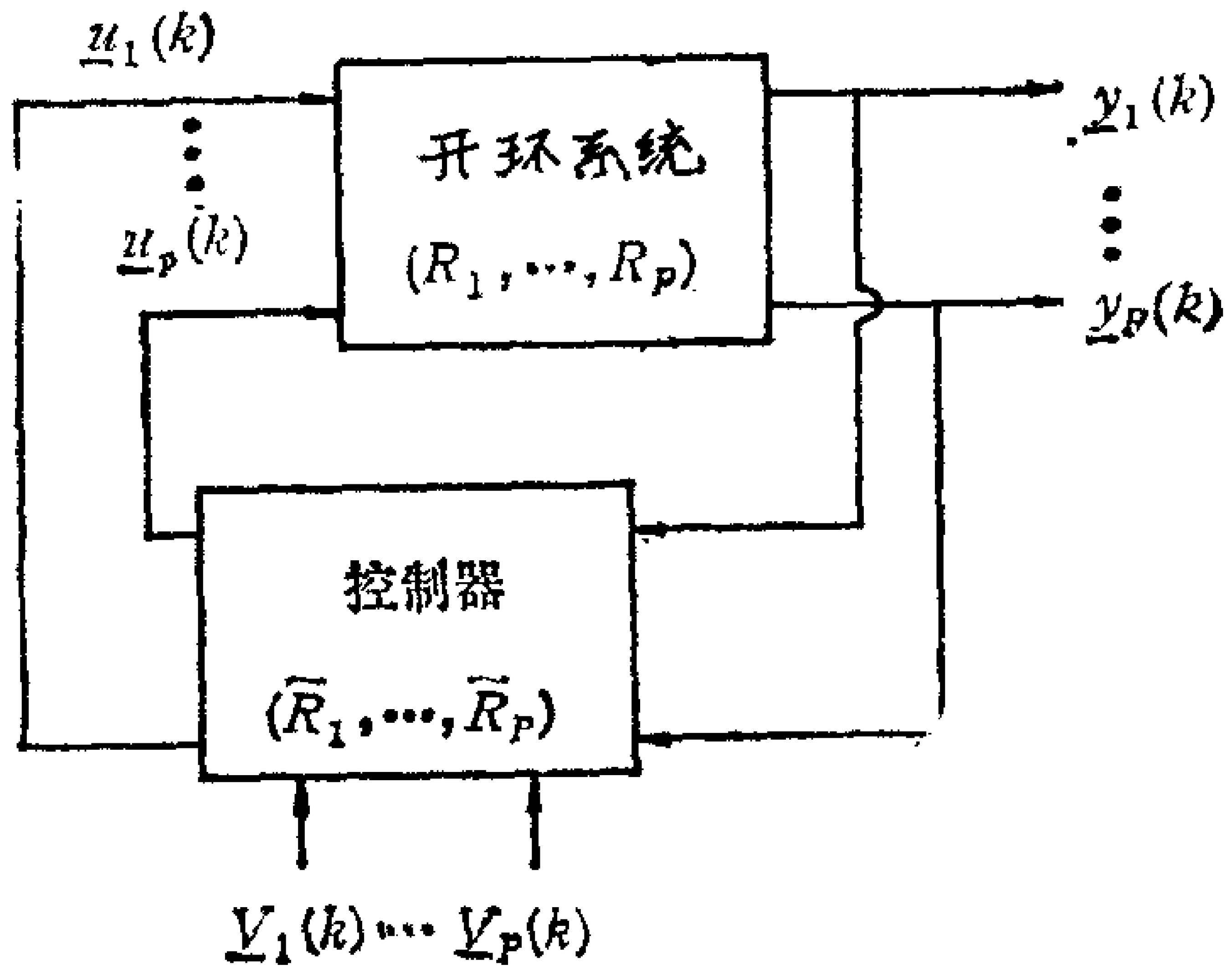

图 1 闭环系统示意图

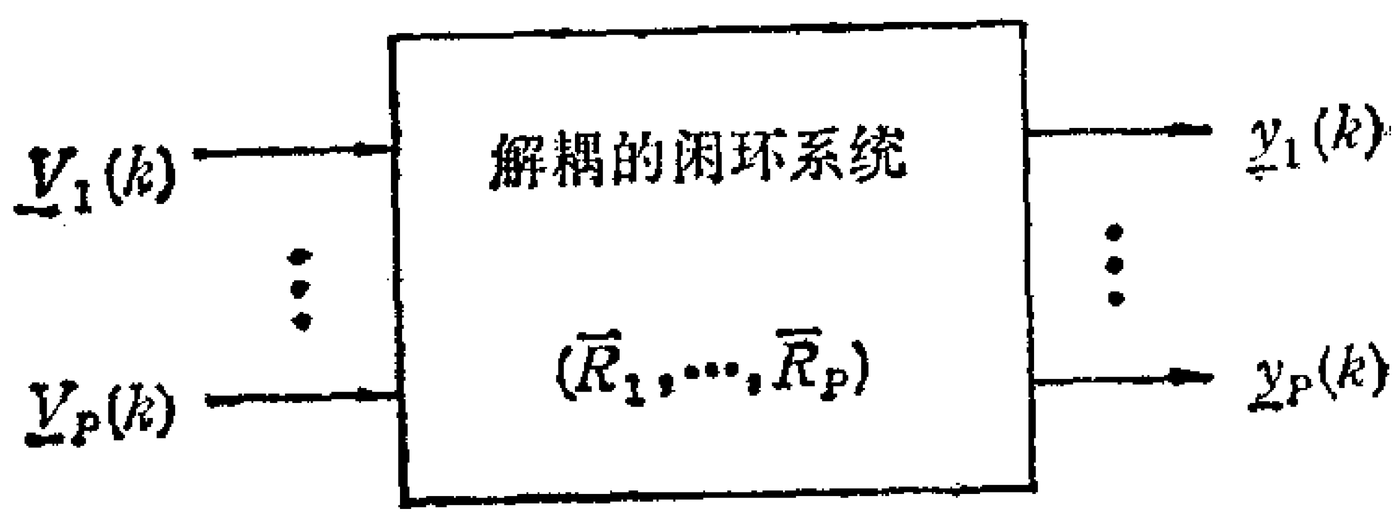

图 2 解耦后的系统

(1) 所有模糊变量 $\underset{\sim}{y}_i(.)$, $\underset{\sim}{v}_i(.)$, $i=1,p$ 都是正规模糊集合，即

$$\forall k, \forall i\in \bar{p}, \exists y_i,\ y_{i,k}(y_i)=1. \tag{6}$$

$$\forall k, \forall i\in \bar{p}, \exists v_i, v_{i,k}(v_i)=1. \tag{7}$$

其中 $\bar{p}\triangleq\{1,2,\cdots,p\}$；并且

(2) 定义模糊关系 $\bar{R}_i\in F(Y_i\times Y_i\times V_i)$, $i=1,p$. 再定义模糊关系 $\bar{\bar{R}}_i$,

$$\bar{\bar{R}}_i\triangleq(\tilde{R}_1\times\cdots\times\tilde{R}_p)\circ R_i\overset{记}{=}\tilde{R}\circ R_i,\ i=1,p. \tag{8}$$

且 $\bar{\bar{R}}_1\in F(Y_1\times Y_1\times Y_2\times\cdots\times Y_p\times V_1\times\cdots\times V_p),\cdots,\ \bar{\bar{R}}_p\in F(Y_1\times Y_2\times\cdots\times Y_p\times Y_p\times V_1\times\cdots\times V_p)$. 于是

$\bar{\bar{R}}_1$ 是 $\bar{R}_1$ 在 $Y_2\times\cdots\times Y_p\times V_2\times\cdots\times V_p$ 上的柱面扩展，

……

$\bar{\bar{R}}_i$ 是 $\bar{R}_i$ 在 $Y_1\times\cdots\times Y_{i-1}\times Y_{i+1}\times\cdots\times Y_p\times V_1\times\cdots\times V_{i-1}\times V_{i+1}\times\cdots\times V_p$ 上的柱面扩展；

……

$\bar{\bar{R}}_p$ 是 $\bar{R}_p$ 在 $Y_1\times\cdots\times Y_{p-1}\times V_1\times\cdots\times V_{p-1}$ 上的柱面扩展.

证明从略.

从 $\bar{R}_1,\cdots,\bar{R}_p$ 的定义可以看到，如果系统 (5) 式被解耦，它就可以表达为较简洁的形式，

$$\underset{\sim}{y}_i(k+1)=\underset{\sim}{v}_i(k)\circ\underset{\sim}{y}_i(k)\circ\bar{R}_i,\ i=1,p. \tag{9}$$

可见 $\bar{R}_1,\cdots,\bar{R}_p$ 正是描述解耦后系统的模糊关系，如图 2 所示. 一旦 $\bar{R}_1,\cdots,\bar{R}_p$ 被确定，则 $\bar{\bar{R}}_1,\cdots,\bar{\bar{R}}_p$ 亦被确定.

给定开环系统的模糊关系 $R_1,\cdots,R_p$ 及 $\bar{\bar{R}}_1,\cdots,\bar{\bar{R}}_p$（或等价地，$\bar{R}_1,\cdots,\bar{R}_p$），解耦控制器的设计问题就是寻找满足 (8) 式的 $\tilde{R}_1,\cdots,\tilde{R}_p$. 假定 (8) 式的每一个方程都存在关于 $\tilde{R}$ 的非空解集，则其中的极大解为

$$\begin{cases}\tilde{R}=(R_1@\bar{\bar{R}}_1^{-1})^{-1},\\ \cdots\cdots,\\ \tilde{R}=(R_p@\bar{\bar{R}}_p^{-1})^{-1}.\end{cases} \tag{10}$$

由此可导出如下的 $p-1$ 个方程，

$$\begin{cases} R_1 @ \bar{\bar{R}}_1^{-1} = R_2 @ \bar{\bar{R}}_2^{-1}, \\ R_2 @ \bar{\bar{R}}_2^{-1} = R_3 @ \bar{\bar{R}}_3^{-1}, \\ \cdots\cdots, \\ R_{p-1} @ \bar{\bar{R}}_{p-1}^{-1} = R_p @ \bar{\bar{R}}_p^{-1}. \end{cases} \tag{11}$$

式中的ⓐ算子是相当熟悉的[2]，这儿不讨论(8)式的求解问题，有兴趣者可参阅文献[3].

通过选择合适的 $\bar{\bar{R}}_1,\cdots,\bar{\bar{R}}_p$，(10)式中的任何一式都可以用来计算"控制器关系" $\tilde{R}$. 下面一步是把 $\tilde{R}$ 分解为 $\tilde{R}_1,\cdots,\tilde{R}_p$. 然而，$\tilde{R}$ 有可能无法分解——即不存在满足 $\tilde{R}_1\times\cdots\times\tilde{R}_p=\tilde{R}$ 的 $\tilde{R}_1,\cdots,\tilde{R}_p$[4]. 此时，有必要适当改变 $\bar{\bar{R}}_1,\cdots,\bar{\bar{R}}_p$ 的部分或全部以保证 $\tilde{R}$ 可分解. 问题的关键是确定对 $\bar{\bar{R}}_1,\cdots,\bar{\bar{R}}_p$ 的修正方向. 对此本文不拟讨论.

综上所述，反馈解耦控制器的设计大致可以归结为如下的步骤：

(i) 根据给定的开环系统(即 $R_1,\cdots,R_p$)，指定满足(11)式的 $\bar{R}_1,\cdots,\bar{R}_p$ (从而得到 $\bar{\bar{R}}_1,\cdots,\bar{\bar{R}}_p$)；(ii) 用(10)式的任一式计算 $\tilde{R}$；(iii) 若 $\tilde{R}$ 可以分解为 $\tilde{R}_1,\cdots,\tilde{R}_p$ 的笛卡尔积，则得到 $\tilde{R}_1,\cdots,\tilde{R}_p$，完成了控制器的解耦设计；否则，返回(i)并按适当方向修改 $\bar{R}_1,\cdots,\bar{R}_p$，直至 $\tilde{R}$ 可分解为止.

以上的讨论中，虽然得到了若干有益的结论，但还有许多重要的问题未能触及，例如：

(i) 在确定 $\bar{R}_1,\cdots,\bar{R}_p$ 时，如何考虑对闭环系统的性能要求？(ii) 为使 $\tilde{R}$ 从不可分解到可分解，应如何修改 $\bar{R}_1,\cdots,\bar{R}_p$？(iii) 如何保证 $\bar{R}_1,\cdots,\bar{R}_p$ 满足约束(11)？(iv) 采用模糊关系方程的不同解，对反馈解耦控制器的设计有何影响？

因此，本文的工作还只是初步的结果.

参 考 文 献

[1] 徐承伟，吕勇哉，模糊系统的串联补偿解耦. 自动化学报 **13**(1987)，177—183.
[2] Dubois, D. and Prade, H., Fuzzy Sets and Systems: Theory and Applications, Academic, New York, 1980.
[3] Sanchez, E., Resolution of Composite Relation Equations, *Information and Control* **30**(1976), 38—48.
[4] Nola, A. D., Pedrycz, W. and Sessa, S., When is a Fuzzy Relation Decomposable in Two Fuzzy Sets? *Fuzzy Sets and Systems* **16**(1985), 87—90.

THE DECOUPLING OF FUZZY SYSTEMS: A FEEDBACK APPROACH

XU CHENGWEI
(*Kuming Institute of Technology*)

ABSTRACT

The output feedback decoupling problem for fuzzy relational dynamic systems is considered. The structure of the decoupling controller is proposed for a class of open-loop systems, and some results concerning the solution of the decoupling problem are obtained.

Key words ——Fuzzy systems; decoupling; feedback; control.