

采用正交函数辨识电液控制系统

朱善安 蒋 炯 蒋静坪 路甬祥
(浙 江 大 学)

摘 要

本文采用正交函数 BPF 将含有未知参数的系统线性微分方程转化为代数向量方程进行求解而完成辨识过程, 获取表征系统特性的传递函数或微分方程参数。仿真辨识及对实际电液控制系统的辨识结果均表明, BPF 辨识法具有原理简洁、实现方便及辨识精度高等优点。任何可积函数均可作为辨识输入信号, 辨识过程可由递推算法实现。所以 BPF 辨识法能方便有效地用于动态过程的系统实时在线辨识。

关键词——块脉冲函数, 液压系统, 辨识。

一、BPF 及其辨识原理

正交函数系统辨识法是近年来引进系统辨识领域, 并由于其独特的优点而得以迅速发展的一种方法。在正交函数族中, Block Pulse Functions (BPF) 由于其原理简洁、使用方便、用途广泛及具有很好的辨识精度而备受重视。虽然早在 1969 年, Harmuth 就已将 BPF 介绍到工程界, 但应用性的研究是在 1977 年 Chen et al 求得 BPF 积分矩阵并将其用于分布系统后开始的。积分矩阵的求得简化了将微分方程转化为代数向量方程的过程, 是 BPF 从理论研究走向实际应用的关键一步。此后, 用 BPF 对线性或非线性、定常或时变系统的辨识和求解的文章频频出现。但到目前为止, 正交函数在系统辨识及微分方程求解中的应用基本上仅限于数值仿真研究。

BPF 是定义在 $[0, T)$ 区间上的一组完备正交基^[1,2]

$$\varphi_i(t) = \begin{cases} 1 & (i-1)T/M \leq t < iT/M \quad i = 1, 2, \dots, M \\ 0 & \text{其它} \end{cases} \quad (1)$$

其中 M 为基的个数。

任一在 $[0, T)$ 区间上绝对可积的函数 $f(t)$ 均可用 BPF 近似表示^[3,4,5]

$$f(t) \cong \sum_{i=1}^M f_i \varphi_i(t). \quad (2)$$

由 $e = \int_0^T \left[f(t) - \sum_{i=1}^M f_i \varphi_i(t) \right]^2 dt$ 最小的原则, 可求得各展开项的系数

$$f_i = \frac{M}{T} \int_{(i-1)T/M}^{iT/M} f(t) dt. \quad (3)$$

令 $\boldsymbol{\varphi}^T(t) = [\varphi_1(t)\varphi_2(t)\cdots\varphi_M(t)]$, $\mathbf{f} = [f_1f_2\cdots f_M]$; 则可得式(2)的向量表达式

$$f(t) \cong \mathbf{f}\boldsymbol{\varphi}(t). \quad (4)$$

将 BPF 基的积分在基 $\boldsymbol{\varphi}(t)$ 上展开,有

$$\int_0^t \boldsymbol{\varphi}(\tau) d\tau \cong B\boldsymbol{\varphi}(t). \quad (5)$$

其中 B 为 BPF 积分矩阵,由定义求得

$$B = \frac{T}{M} \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & 1 & \cdots & \cdots & 1 \\ 0 & \frac{1}{2} & \cdots & \cdots & 1 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \vdots & \vdots & \frac{1}{2} & 1 \\ 0 & 0 & \cdots & \cdots & \frac{1}{2} \end{bmatrix}_{M \times M}. \quad (6)$$

设时域中一线性系统

$$\sum_{i=0}^n a_i y^{(i)}(t) = \sum_{j=0}^{n-1} b_j u^{(j)}(t) \quad a_n = 1. \quad (7)$$

为方便起见,设所有初值 $y^{(i)}(0)$ 、 $u^{(j)}(0)$ 为零. 对式(7)两边进行 n 次积分,则由式(4)、(5)得

$$\sum_{i=0}^n a_i \mathbf{y} B^{n-i} \boldsymbol{\varphi}(t) = \sum_{j=0}^{n-1} b_j \mathbf{u} B^{n-j} \boldsymbol{\varphi}(t). \quad (8)$$

其中 \mathbf{y} 、 \mathbf{u} 分别为 $y(t)$ 、 $u(t)$ 的展开系数向量. 考虑到基 $\boldsymbol{\varphi}(t)$ 的正交性质式, (8)可化为

$$\sum_{i=0}^n a_i \mathbf{y} B^{n-i} = \sum_{j=0}^{n-1} b_j \mathbf{u} B^{n-j}. \quad (9)$$

改写式(9)成

$$\mathbf{y} = \boldsymbol{\theta} \boldsymbol{\psi}. \quad (10)$$

其中 $\boldsymbol{\theta} = [-a_{n-1} \quad -a_{n-2} \quad \cdots \quad -a_0 \quad b_{n-1} \quad \cdots \quad b_0]$

$$\boldsymbol{\psi} = \begin{bmatrix} \mathbf{y} B \\ \vdots \\ \mathbf{y} B^n \\ \mathbf{u} B \\ \vdots \\ \mathbf{u} B^n \end{bmatrix}.$$

则由最小二乘法即可解得待辨参数

$$\boldsymbol{\theta} = [(\boldsymbol{\psi}\boldsymbol{\psi}^T)^{-1} \boldsymbol{\psi}\mathbf{y}^T]^T. \quad (11)$$

当各初值非零时,可将各初值视为待辨参数,采用上述方法同时解得系统参数及各初值.

二、系统辨识仿真

对已知系统进行仿真辨识是检验辨识方法辨识精度的有效手段。设系统为

$$0.1\ddot{y}(t) + 1.2\dot{y}(t) + 2y(t) = u(t). \quad (12)$$

表 1 以 $\sum_{i=0}^n a_i y^{(i)}(t) = u(t)$ 为系统模型, 系统输入为单位阶跃时的仿真辨识结果。

表 1

阶数 n	真值				
	$a_4 = 0$	$a_3 = 0$	$a_2 = 0.1$	$a_1 = 1.2$	$a_0 = 2$
1				1.3552	1.8682
2			0.1008	1.2008	2.0003
3		9.26×10^{-5}	0.1005	1.2014	1.9997
4	8.97×10^{-6}	9.77×10^{-5}	0.1003	1.2019	1.9989

表 2 以 $\sum_{i=0}^n a_i y^{(i)}(t) = \sum_{j=0}^{n-1} b_j u^{(j)}(t)$ 为模型, 系统输入为单位阶跃时的仿真辨识结果。

表 2

n	真值						
	$a_3 = 0$	$a_2 = 0.1$	$a_1 = 1.2$	$a_0 = 2$	$b_0 = 1$	$b_1 = 0$	$b_2 = 0$
1			1.3223	1.9146	1		
2		0.0996	1.1998	1.9999	1	6.725×10^{-4}	
3	1.0568×10^{-4}	0.1020	1.2039	1.9999	1	-1.452×10^{-3}	7.414×10^{-5}

表 3 为系统输入, 斜率等于 1 的斜坡信号时的仿真辨识结果。由此可见, 当输入辨识信号为斜坡时, BPF 的辨识性能仍很好。

保持时间 $T = 2s$, 基个数 $M = 40$ 不变而增加采样点数 N 的辨识结果表明, 增大 N 可以提高辨识精度。但实际系统辨识时, 采样密度的提高受 A/D 转换时间的限制。

表 3

真值 辨识值 n	$a_3 = 0$	$a_2 = 0.1$	$a_1 = 1.2$	$a_0 = 2$	$b_0 = 1$	$b_1 = 0$
	1			1.7977	0.6885	1
2		0.1003	1.1990	2.0010	1	
2		0.0992	1.2001	1.9978	1	0.00049
3	0.00037	0.0964	1.2202	1.9523	1	

保持 T 、 N 不变而改变基个数 M 的辨识结果表明,随着 M 的增大,辨识精度逐渐提高;但 M 的增大使计算量增加,由此产生的计算误差的积累又使辨识精度有所下降。对式 (12) 所示系统,实验结果表明,取 $M = 40$ 可获最佳辨识精度。

由系统阶跃响应可知,当 $t = 1.606s$ 时,系统进入 95% 稳态值区域。保持基个数 M 及采样点时间间隔 $T_s = 0.001s$ 不变而仅改变 T 的辨识结果表明, T 取系统过渡过程时间的 1.5 倍最合适。

系统辨识模型的阶数可采用

$$J = \sum_{i=1}^N e^2(i) = \sum_{i=1}^N (y_s(i) - y(i))^2. \quad (13)$$

作为估计准则加以判定,其中 y_s 为辨识模型仿真响应。

对系统时滞,一般采用 $G(s) \cdot e^{-Ts}$ 即引入时滞因子加以描述。本文以式 (13) 为性能指标,采用单纯形寻优法^[6],自动寻取最优辨识起点而将时滞部分相对应的采样数据弃去不用。辨识起点所对应的时间即为系统时滞。对系统

$$2y(t) + 5\dot{y}(t) + 10y(t) = u(t - 0.2). \quad (14)$$

进行数值仿真辨识的结果为

$$1.9772\dot{y}(t) + 5.0375\dot{y}(t) + 9.9987y(t) = u(t - 0.195). \quad (15)$$

其中系统时滞辨识误差为 1 个采样点时间间隔 $T_s = 0.005s$ 。

三、电液控制系统辨识应用实例

1. 六自由度电液控制关节式机械手大臂系统模型辨识

该机械手由六个各自独立但结构相同的位置反馈电液伺服系统(即关节)组成。每个系统包括电液伺服摆动油缸、电-机械转换器、连接臂、恒流伺服放大器和反馈电位器。经理论推导,可得其闭环传递函数

$$G(s) = \frac{1}{a_3s^3 + a_2s^2 + a_1s + a_0}. \quad (16)$$

其中 $a_3 = T_1^2/K_{vm}$; $a_2 = 2sT_1/K_{vm}$; $a_1 = 1/K_{vm}$; $a_0 = K_f$; $K_{vm} = K_aK_dK_qK_\theta/D$, K_a , K_d , K_q 及 K_θ 分别为放大器、电磁铁、流量及反馈电位器增益; D 为排量; K_f 为放大器反馈通道系数; $T_1 = 1/\omega_n$, 系统固有频率 $\omega_n = \sqrt{\frac{4\beta_e D^2}{V_1 J}}$.

取经验值 $\rho = 0.2$, 代入大臂系统参数 $\beta_e = 7 \times 10^8 \text{N/m}^2$, $D = 1.6 \times 10^{-5} \text{m}^3/\text{rad}$, $V_1 = 772.8 \times 10^{-7}$, $J_{\max} = 4.685 \text{kg} \cdot \text{m}^2$, 可得系统机理推导模型

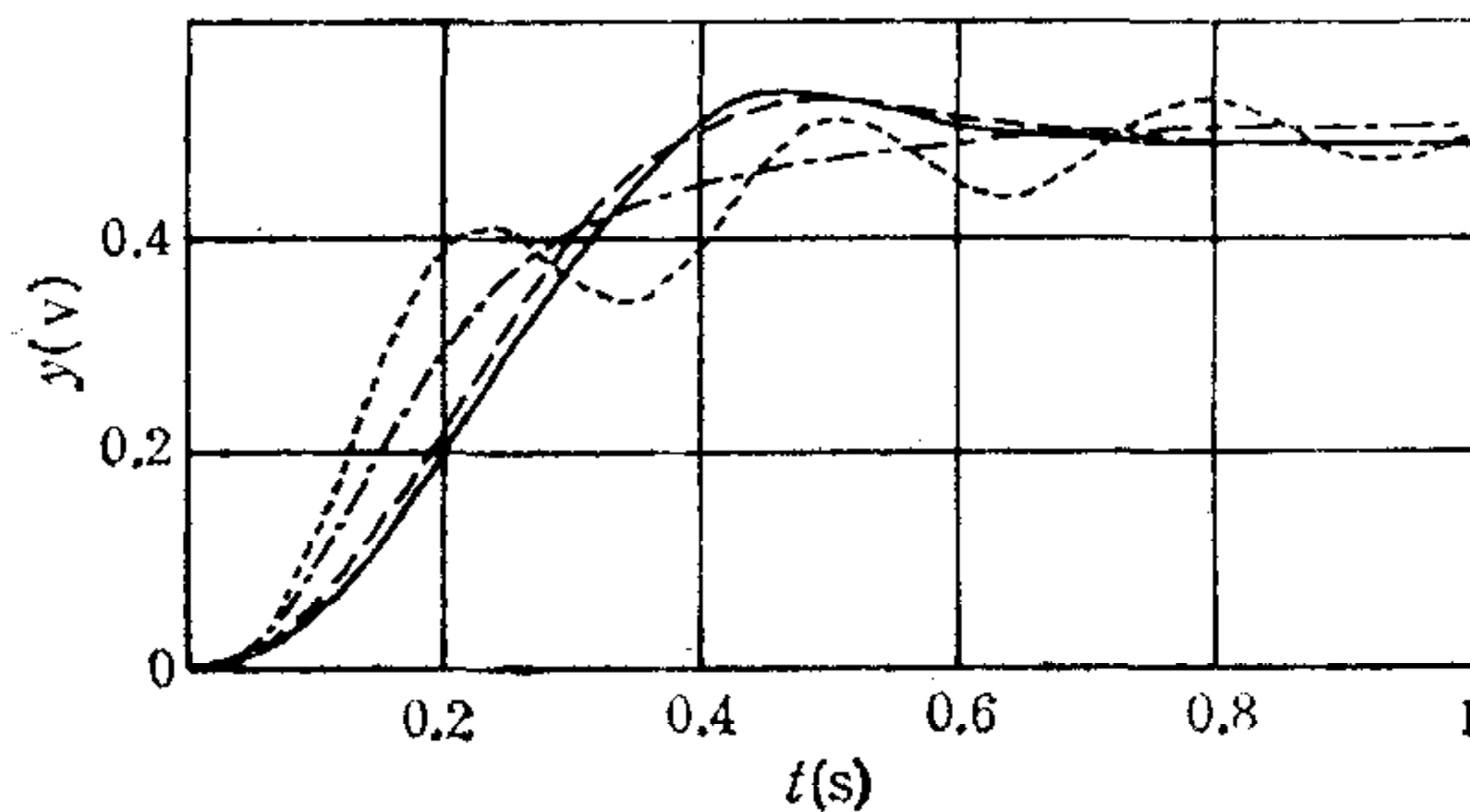
$$G(s) = \frac{1}{4.495 \times 10^{-4}s^3 + 1.2 \times 10^{-2}s^2 + 0.2225s + 1} \quad (17)$$

令输入 $u(t) = 0.5\text{V}$, $T_s = 0.002\text{s}$, 对系统阶跃响应进行辨识可得其 3 阶传递函数

$$G_i(s) = \frac{1}{2.407 \times 10^{-4}s^3 + 7.812 \times 10^{-3}s^2 + 0.1336s + 1.010} \quad (18)$$

经计算, 可得 $\rho_i = 0.688$, $\omega_{ni} = 23.556$.

比较辨识模型、机理模型 ρ 经验取值 ($\rho = 0.2$) 及验后取值 ($\rho = 0.6$) 的仿真阶跃响应(图 1) 可知, 辨识模型能很好地复现原系统的特性, 而机理模型则由于某些假定的不



——系统采样 - - - - 辨识模型 - · - · - · 机理模型 $\rho = 0.6$ ······ 机理模型 $\rho = 0.2$
图1 阶跃响应

合理及忽略了某些实际因素而产生了严重的偏离。

2. 三自由度电液装配机械手末端关节模型辨识

该系统为典型的电液位置伺服系统。它由放大器、电液伺服阀和液压油缸构成, 是小惯量系统。在一些经验假定下, 可推得系统简化闭环传递函数

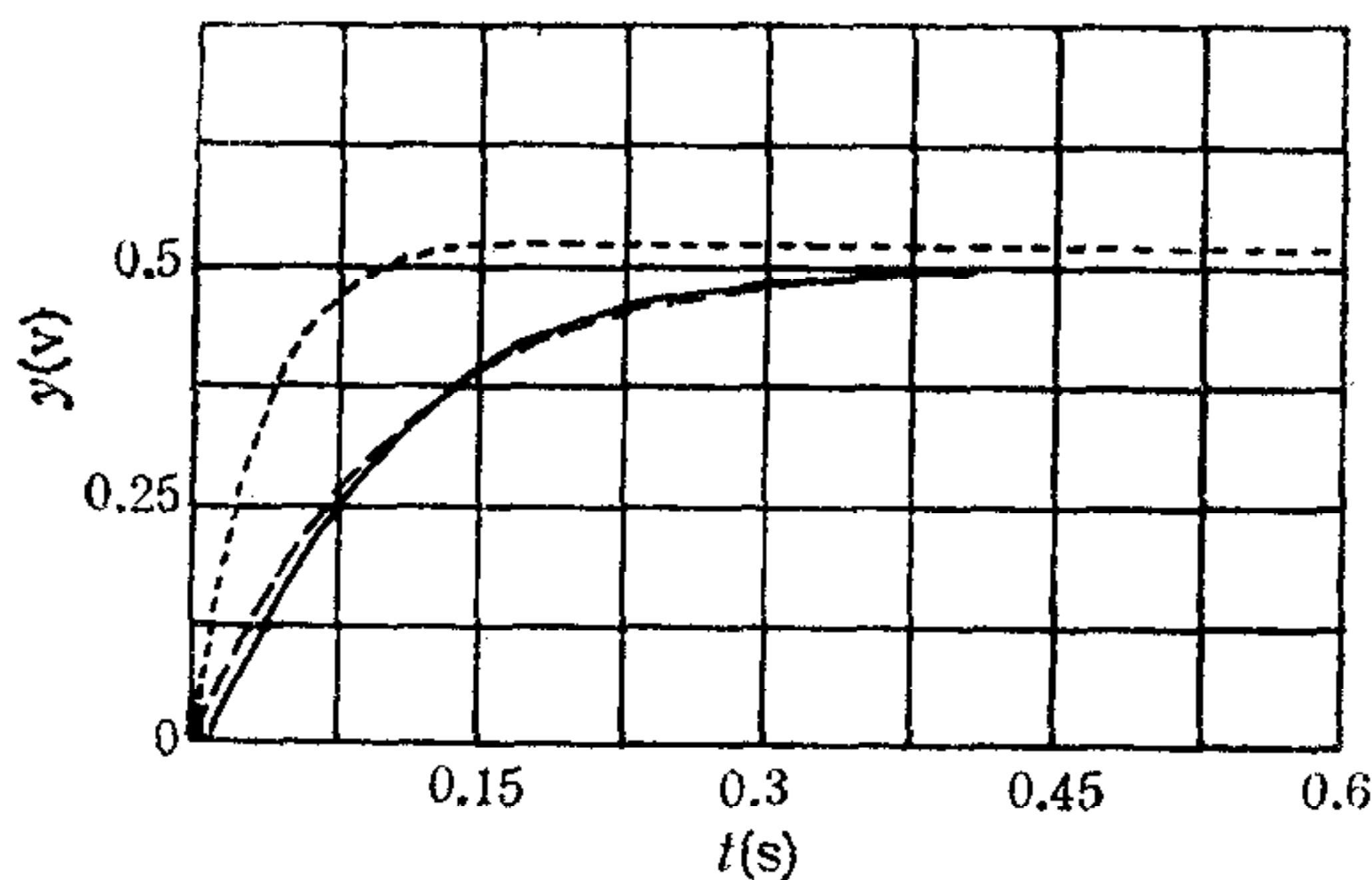
$$G(s) = \frac{1}{0.112s + 3.403} \quad (19)$$

表 4 为 $T_s = 0.0015\text{s}$, 用 BPF 对系统阶跃响应进行辨识的结果。

由 a_3 , a_2 及 b_1 的迅速衰减, a_1 及 a_0 的相对稳定可知, 将系统近似为一阶是合适的。比较图 2 的系统采样曲线、一阶辨识模型及式(19)机理模型的阶跃响应仿真曲线可以看出, 辨识模型能很好地复现原系统; 而机理模型不仅稳态增益有偏差, 其表征动态响应速度的系统时间常数竟相差 3 倍。这主要是由于机理模型是在一系列假定并忽略系统小参数的条件下获得的, 是对系统的一种比较理想化的描述。但实际上, 有些假定是过于理想的, 在机理模型推导中忽略了的一些因素以及没加考虑的外界干扰对实际系统的影

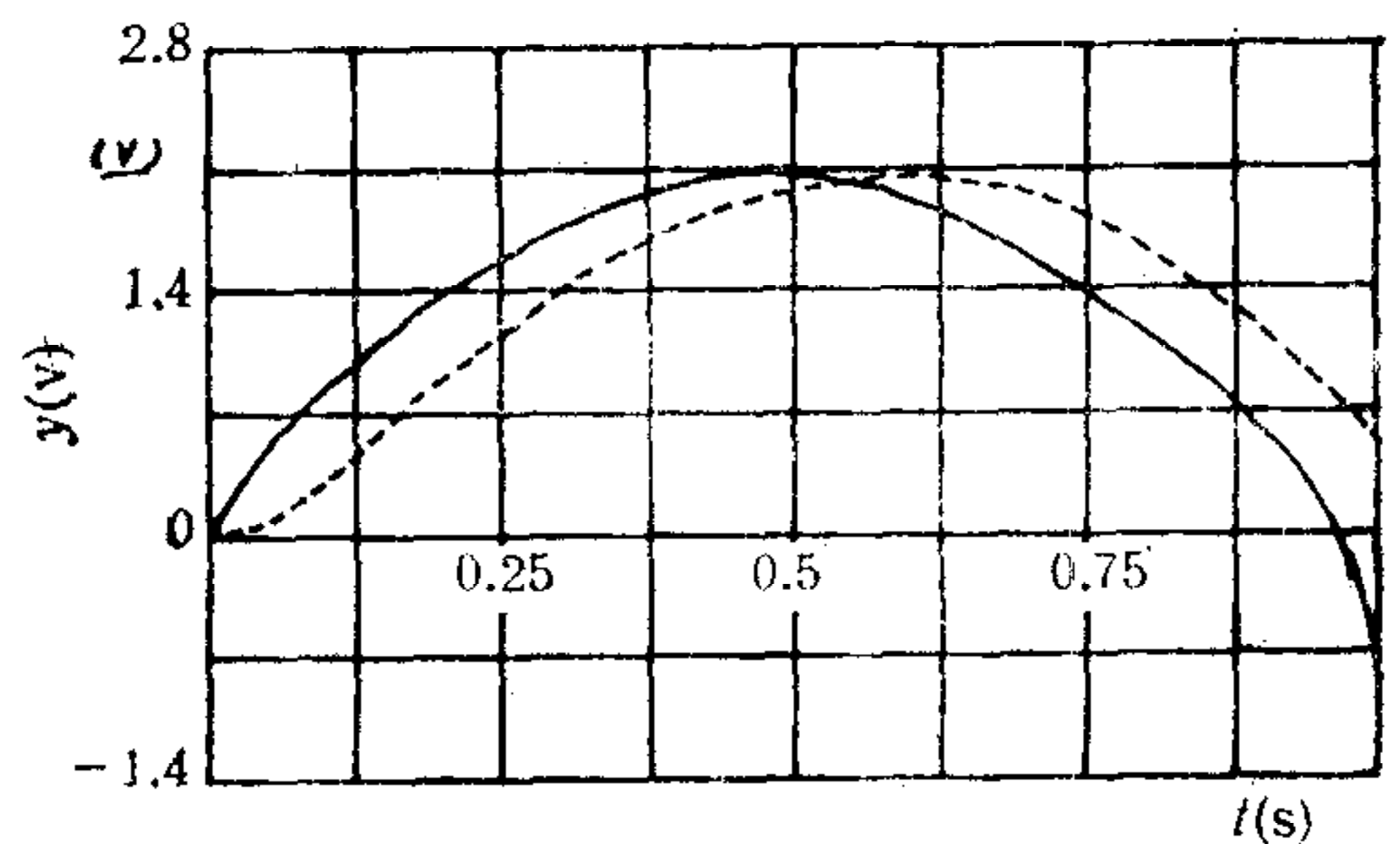
表 4

阶	辨识值	参数					
		a_3	a_2	a_1	a_0	b_0	b_1
1				0.4046	3.9618	1	
2			1.185×10^{-3}	0.4007	3.9741	1	
2			1.4391×10^{-3}	0.3993	3.9865	1	4.1890×10^{-3}
3		5.4526×10^{-3}	6.0663×10^{-4}	0.4044	3.9635	1	



——系统响应 - - - - 辨识模型
 - · - · - 机理模型

图 2 阶跃响应曲线



——系统响应
 - - - - 控制输入

图 3 最优控制输入输出曲线

响还是比较大的,这些因素导致机理模型偏离了被描述的系统。

图 3 为该系统 (系统参数已变,其由阶跃响应辨得的闭环传递函数为 $G(s) = \frac{1}{0.09s + 1.02}$) 以 $2 \sin(3t)$ 为系统期望输出的动态最优控制输入曲线和响应曲线。对

该二曲线相应的数据进行辨识,得系统传递函数 $G_i(s) = \frac{1}{0.10s + 0.974}$ 。实际系统辨识也表明, BPF 辨识法对供辨识用的系统输入信号要求甚低。

3. 三通插装式电液比例方向阀模型辨识

该阀是新设计研制的新型阀,图 4 为系统框图。其中 $W_Y = M_Y s^2 + D_Y s + C_{FR} + C_{FY}$, $W_Z = M_Z s^2 + D_Z s + C_{FR} + C_{FZ}$ 。

根据框图所示结构,可推得系统闭环传递函数为六阶。如忽略小参数,系统理论上可用二阶或三阶传递函数近似。取 $\Delta I_s = 1.6V$ 、 $T_s = 0.0013s$ 对系统阶跃响应进行辨识,可分别得其二阶及三阶模型为

$$7.274 \times 10^{-5} \ddot{y}(t) + 7.528 \times 10^{-3} \dot{y}(t) + 0.4134 y(t) = u(t). \quad (20)$$

及

$$1.898 \times 10^{-7} \ddot{\ddot{y}}(t) + 6.469 \times 10^{-5} \ddot{y}(t) + 7.799 \times 10^{-3} \dot{y}(t) + 0.4095 y(t) = u(t). \quad (21)$$

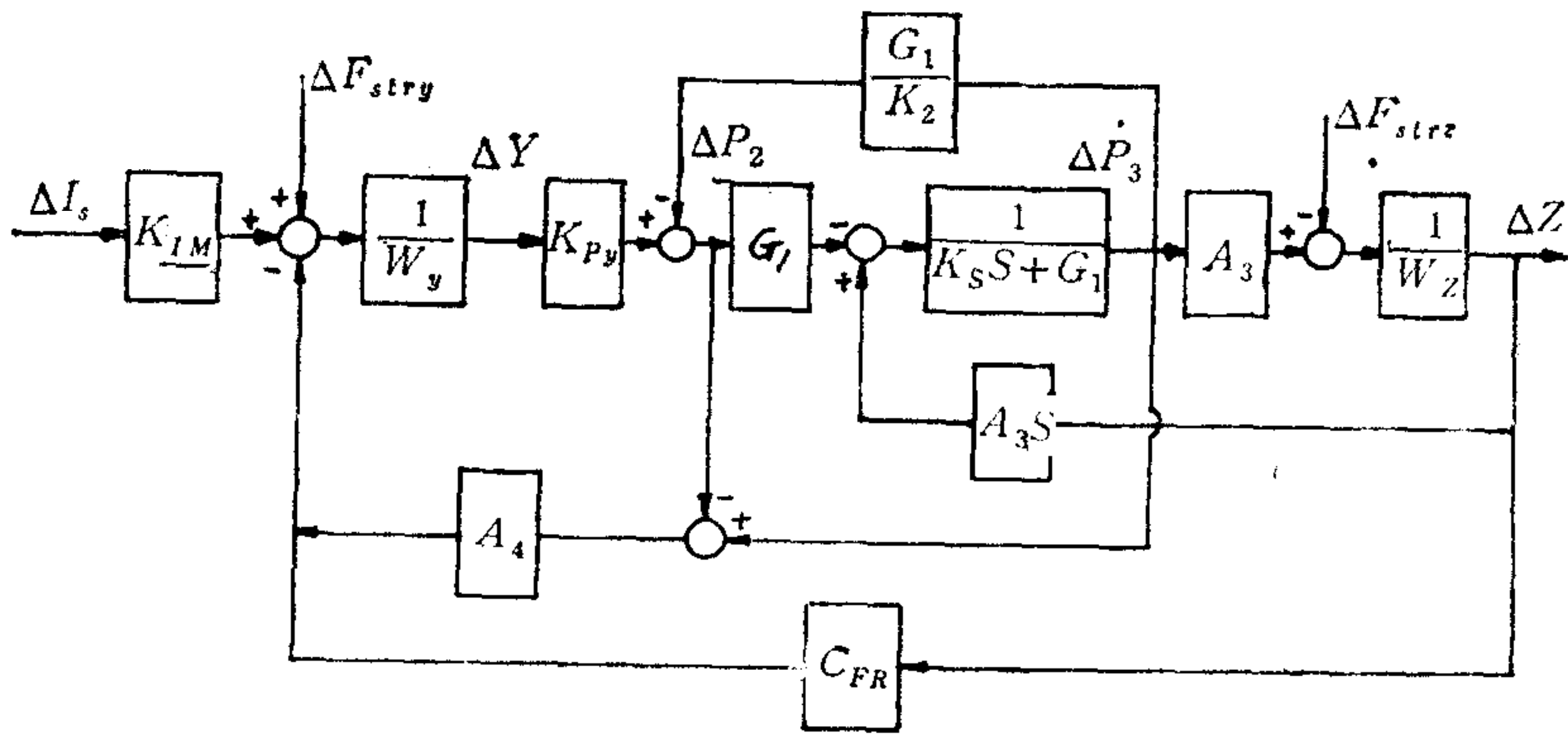


图 4 三通插装阀系统框图

图 5 为系统采样、二阶及三阶辨识模型仿真响应曲线。考虑到系统响应存在时滞,由图可知,三阶辨识模型能更好地复现原系统。

上述仿真及实际系统辨识均表明, BPF 辨识法能方便准确地提供描述系统动静态特性的传递函数或微分方程的参数。由于它对辨识输入信号要求不高以及能方便地用递推算法进行辨识,因而是生产过程实时在线辨识一种比较理想的方法。虽然本文仅对液压系统辨识进行讨论,显而易见, BPF 辨识原理适用于任意线性时不变系统。

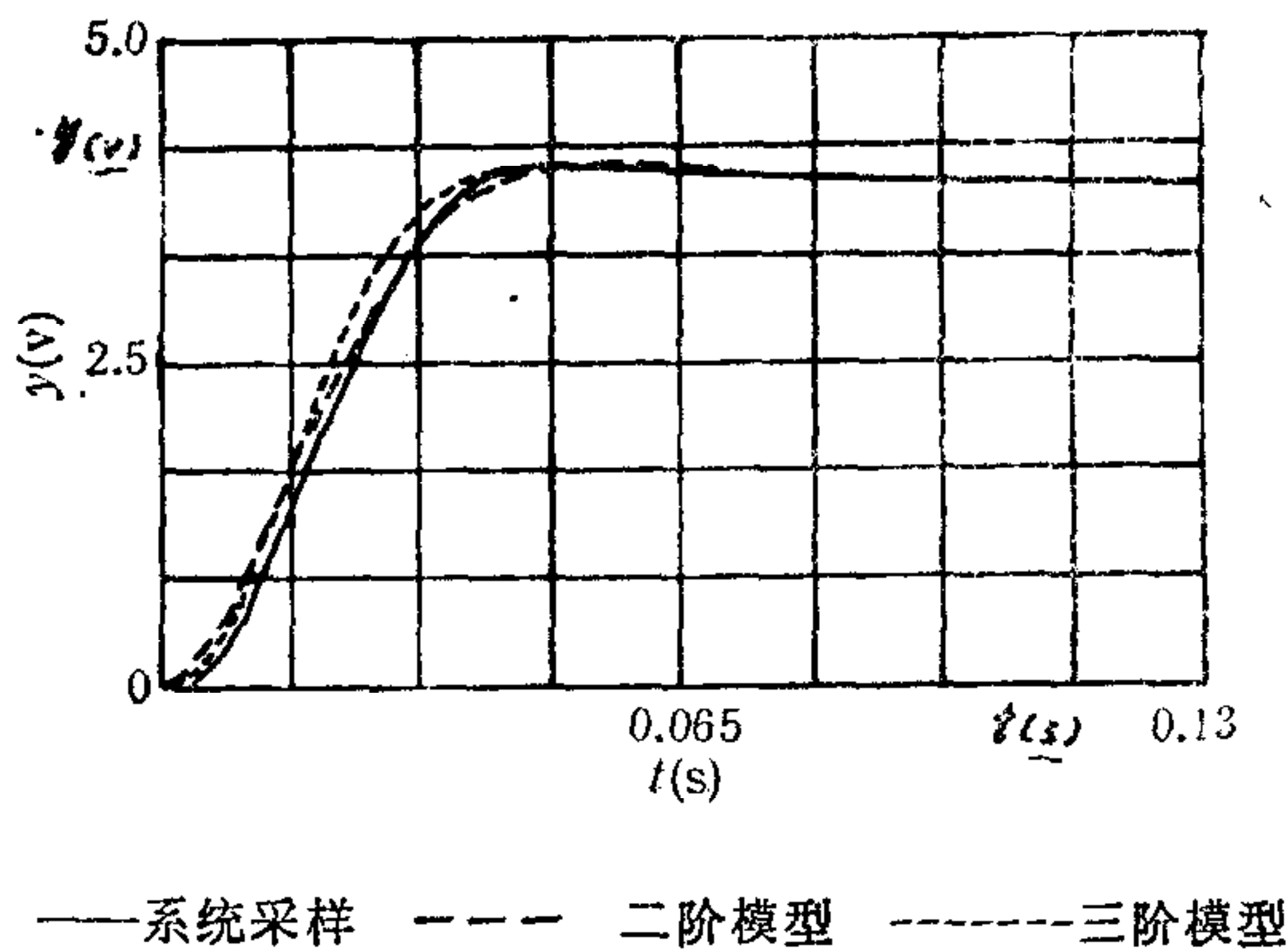


图 5 阶跃响应曲线

参 考 文 献

- [1] Kwong C. P. and Chen C. F., The Convergence Properties of Block Pulse Series, *Int. J. System Sci.*, 6 (1981), 745—751.
- [2] Chen W. L. and Lee C. L., On the Convergence of the Block Pulse Series Solution of a Linear Time-Invariant System, *Int. J. System Sci.*, 5(1982), 491—498.
- [3] Palanisamy K. R. and Bhattacharya D. K., System Identification via Block Pulse Functions, *Int. J. System Sci.*, 5(1981), 643—647.
- [4] Kwong C. P. and Chen C. F., Linear Feedback System Identification via Block Pulse Functions, *Int. J. System Sci.*, 4(1981), 443—454.
- [5] Chyi Hwang and Tong-yi Guo, Identification of Lumped Linear Time-Varying Systems via Block Pulse

Functions, *Int. J. Control*, 3(1984), 571—583.

[6] 熊光楞,控制系统的数字仿真,清华大学出版社(1980年),176—180.

ELECTRO-HYDRAULIC CONTROL SYSTEMS IDENTIFICATION VIA BLOCK PULSE FUNCTIONS

ZHU SHANAN, JIANG JIONG JIANG JINGPING, LU YONGXIANG
(Zhejiang University)

ABSTRACT

The identification is accomplished by transforming the linear differential equation of a dynamic system into an algebraic form via block pulse functions. Both numerical and real electro-hydraulic control systems identification show the method is concise in theory, convenient in computation and has high accuracy. Any integrable function can be the input signal for identification, and it is convenient to realize by recursive algorithm. This makes the method especially suitable for real time identification of a dynamic process.

Key words ——Block pulse functions; hydraulic systems; identification.