

# 冗余机器人的自校正控制器设计

刘美华 常文森 张良起

(国防科技大学)

## 摘 要

本文建立了冗余机器人的输入-输出摄动差分模型,提出了冗余机器人的自校正控制. 仿真研究显示了该控制方案的有效性.

**关键词**——机械手, 机器人, 非线性控制系统, 自校正控制, 冗余性.

## 一、引 言

如果一台机器人所具有的自由度数大于将终端执行器运动到一个给定位置和方向所需要的自由度数,则称该机器人为冗余机器人. 例如,在三维自由空间实现机器人终端执行器的任意定位和定向需要六个自由度(三个定位,三个定向),那么具有多于六个自由度的机器人则为冗余机器人;而在二维空间中,不考虑终端执行器方向的操作需要两个自由度,因而具有三个以上自由度的机器人对该操作来说是冗余的. 近年来,冗余机器人得到了大量的探讨. 总结起来,它们具有如下主要优点:(1)避免与障碍物碰撞,(2)避免机器人的奇异状态.

机器人是一个极其复杂的控制系统,其动力学模型需要一组高度非线性且强耦合的二阶微分方程描述. 由于工业机器人忽略了其动力学效应,控制性能受到了很大程度的限制;尤其是当运动速度加大时,其控制性能将变得很差. 在过去的二十年里,已相继提出许多基于动力学模型的机器人非自适应控制方案<sup>[1,2]</sup>,如由于非自适应控制方案实质上是采用非线性系统动力学的对消,因而要求准确地知道这组复杂的动力学方程. 然而,许多系统参数(如作用负载、关节摩擦以及系统挠性等)实际上是不确定或时变的,因而也无法准确得到. 这就使得非线性动力学不能得到完全对消而恶化系统性能,甚至导致不稳定.

为了解决这个问题,近年来已提出许多机器人的自适应控制方案,如模型参考自适应控制<sup>[3-6]</sup>和自校正控制<sup>[7-12]</sup>. 然而,这些方案大都局限于非冗余机器人. 于是,本文提出了冗余机器人的自校正控制器设计.

## 二、冗余机器人的摄动差分模型

对于 $N$ 自由度机器人,其一般形式的拉格朗日动力学方程可表达为

$$D(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{h}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) + \mathbf{g}(\mathbf{q}) = \mathbf{u}(t), \quad (2.1)$$

其中  $N$  维向量  $\mathbf{q}$ 、 $\dot{\mathbf{q}}$  和  $\ddot{\mathbf{q}}$  分别表示关节位移、关节速度和关节加速度,  $\mathbf{u}(t)$  为  $N$  维关节输入力矩向量,  $\mathbf{g}(\mathbf{q})$  为  $N$  维重力作用向量,  $\mathbf{h}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$  为  $N$  维哥氏力、向心力向量,  $D(\mathbf{q})$  为  $N \times N$  惯量矩阵.

这里, 考虑  $N$  自由度冗余机器人, 其关节变量由  $q_i (i = 1, 2, \dots, N)$  表示, 而其终端执行器的位置和方向可用  $M$  个直角坐标变量  $x_j (j = 1, 2, \dots, M)$  表示. 于是,  $\mathbf{q} = [q_1, \dots, q_N]^T$  与  $\mathbf{x} = [x_1, \dots, x_M]^T$  之间满足如下运动学关系:

$$\mathbf{x} = F(\mathbf{q}), \quad (2.2)$$

$$\dot{\mathbf{x}} = J(\mathbf{q})\dot{\mathbf{q}}, \quad (2.3)$$

$$\ddot{\mathbf{x}} = J(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \dot{J}(\mathbf{q})\dot{\mathbf{q}}. \quad (2.4)$$

其中  $J(\mathbf{q}) = \partial F(\mathbf{q}) / \partial \mathbf{q}$  为机器人的雅科比矩阵.

(2.2)–(2.4) 式给出了机器人的正运动学问题, 即给定  $\mathbf{q}$ 、 $\dot{\mathbf{q}}$  和  $\ddot{\mathbf{q}}$ , 求解  $\mathbf{x}$ 、 $\dot{\mathbf{x}}$  和  $\ddot{\mathbf{x}}$ . 正运动学问题比较简单, 通常有解析解, 且解唯一. 反过来, 给定  $\mathbf{x}$ 、 $\dot{\mathbf{x}}$  和  $\ddot{\mathbf{x}}$  来求解  $\mathbf{q}$ 、 $\dot{\mathbf{q}}$  和  $\ddot{\mathbf{q}}$  的过程则称为逆运动学问题. 对于冗余机器人,  $\dim \mathbf{x} < \dim \mathbf{q}$  (即  $M < N$ ), 因而逆运动学问题有无穷组解. 为了得到唯一解, 可引入某一最优化性能指标, 使机器人在完成给定操作的同时, 实现其它附加功能, 如极小化二次型指标、避免与障碍物碰撞、避免奇异状态、或极小化关节力矩等. 于是, 逆运动学可统一地表示为

$$\mathbf{q} = F^+(\mathbf{x}), \quad (2.5)$$

$$\dot{\mathbf{q}} = J^+(\mathbf{q})\dot{\mathbf{x}} + [I - J^+(\mathbf{q})J(\mathbf{q})]\mathbf{v}, \quad (2.6)$$

$$\ddot{\mathbf{q}} = J^+(\mathbf{q})[\ddot{\mathbf{x}} - \dot{J}(\mathbf{q})\dot{\mathbf{q}}] + [I - J^+(\mathbf{q})J(\mathbf{q})]\mathbf{w}. \quad (2.7)$$

其中  $F^+(\cdot)$  为  $F(\cdot)$  的伪逆函数;  $J^+(\mathbf{q})$  为  $J(\mathbf{q})$  的伪逆矩阵;  $\mathbf{v}$  和  $\mathbf{w}$  为任意常向量.

本文从操作任务的角度出发, 直接将终端变量  $\mathbf{x}$  作为控制对象, 而不显在地控制内部关节变量  $\mathbf{q}$ . 由于  $\dim \mathbf{x} < \dim \mathbf{q}$ , 引入一广义性能指标, 使终端执行器最优地跟踪期望轨迹  $\mathbf{x}_d(t)$ . 为了便于设计, 将机器人的动力学方程 (2.1) 沿期望轨迹线性化, 然后离散化, 以建立冗余机器人的输入-输出摄动差分模型.

为此, 定义状态向量  $\mathbf{X} = [\mathbf{q}^T(t) \dot{\mathbf{q}}^T(t)]^T$ , 由方程 (2.1) 得到系统状态方程

$$\dot{\mathbf{X}}(t) = W\mathbf{X}(t) + R[\mathbf{X}(t)]\mathbf{u}(t) + s[\mathbf{X}(t)], \quad (2.8)$$

其中

$$W = \begin{bmatrix} 0 & I_N \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad R[\mathbf{X}(t)] = \begin{bmatrix} 0 \\ D^{-1}(\mathbf{q}) \end{bmatrix},$$

$$s[\mathbf{X}(t)] = \begin{bmatrix} 0 \\ -D^{-1}(\mathbf{q})[\mathbf{h}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) + \mathbf{g}(\mathbf{q})] \end{bmatrix}.$$

取终端变量  $\mathbf{x}$  作为输出, 输出方程为

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{x}(t) = F(\mathbf{q}) \triangleq f[\mathbf{X}(t)]. \quad (2.9)$$

对应终端期望轨迹  $\mathbf{x}_d(t)$ , 关节期望轨迹  $\{\mathbf{q}_d(t), \dot{\mathbf{q}}_d(t), \ddot{\mathbf{q}}_d(t)\}$  由轨迹规划提供, 于是期望系统状态  $\mathbf{X}_d(t) = [(\mathbf{q}_d(t))^T (\dot{\mathbf{q}}_d(t))^T]^T$ . 采用递推牛顿-欧拉方程求解实现期望轨迹的额定力矩  $\mathbf{u}_d(t)$ , 用来补偿机器人沿期望轨迹各关节间的非线性耦合作用. 由

牛顿-欧拉动力学与拉格朗日动力学的等价性,有

$$\dot{\mathbf{X}}_d(t) = \mathbf{W}\mathbf{X}_d(t) + \mathbf{R}[\mathbf{X}_d(t)]\mathbf{u}(t) + s[\mathbf{X}_d(t)]. \quad (2.10)$$

将(2.8)式沿期望轨迹台劳展开,忽略其高次项,并减去(2.10)式,得到如下摄动状态方程

$$\delta\dot{\mathbf{X}}(t) = \mathbf{F}_x(t)\delta\mathbf{X}(t) + \mathbf{F}_u(t)\delta\mathbf{u}(t), \quad (2.11)$$

$$\delta\mathbf{y}(t) = \mathbf{F}_y(t)\delta\mathbf{X}(t). \quad (2.12)$$

其中

$$\mathbf{F}_x(t) = \mathbf{W} + \frac{\partial}{\partial \mathbf{X}} [R(\mathbf{X})\mathbf{u} + s(\mathbf{X})] \Big|_{\substack{\mathbf{X}=\mathbf{X}_d(t) \\ \mathbf{u}=\mathbf{u}_d(t)}}$$

$$\mathbf{F}_u(t) = R[\mathbf{X}_d(t)], \quad \mathbf{F}_y(t) = \frac{\partial}{\partial \mathbf{X}} f(\mathbf{X}) \Big|_{\mathbf{X}=\mathbf{X}_d(t)},$$

$$\delta\mathbf{X}(t) = \mathbf{X}(t) - \mathbf{X}_d(t), \quad \delta\mathbf{u}(t) = \mathbf{u}(t) - \mathbf{u}_d(t),$$

$$\delta\mathbf{y}(t) = \mathbf{y}(t) - \mathbf{y}_d(t) = f[\mathbf{X}(t)] - f[\mathbf{X}_d(t)].$$

方程(2.11)的解为

$$\delta\mathbf{X}(t) = \Phi(t, t_0)\delta\mathbf{X}(t_0) + \int_{t_0}^t \Phi(t - \tau, t_0)\mathbf{F}_u(\tau)\delta\mathbf{u}(\tau)d\tau. \quad (2.13)$$

式中  $\Phi(t, t_0)$  为系统(2.11)的状态转移矩阵.

由(2.13)式得到如下离散化摄动状态方程:

$$\delta\mathbf{X}(k+1) = \bar{\mathbf{A}}(k)\delta\mathbf{X}(k) + \bar{\mathbf{B}}(k)\delta\mathbf{u}(k). \quad (2.14)$$

其中  $k+1$  和  $k$  分别指  $(k+1)T$  和  $kT$ ,  $T$  为采样周期,  $\bar{\mathbf{A}}(k) = \Phi[(k+1)T, kT]$ ,

$$\bar{\mathbf{B}}(k) = \int_{kT}^{(k+1)T} \Phi[(k+1)T - \tau, kT]\mathbf{F}_u(\tau)d\tau.$$

由(2.12)式得

$$\delta\mathbf{y}(k) = \bar{\mathbf{C}}(k)\delta\mathbf{X}(k) = \mathbf{F}_y(kT)\delta\mathbf{X}(k). \quad (2.15)$$

由状态方程(2.14)和输出方程(2.15),可以提出如下一般形式的摄动差分模型:

$$\mathbf{A}(z^{-1})\delta\mathbf{y}(k) = z^{-m}\mathbf{B}(z^{-1})\delta\mathbf{u}(k) + \boldsymbol{\xi}(k), \quad (2.16)$$

其中  $\mathbf{A}(z^{-1}) \in \mathbf{R}^{M \times M}[z^{-1}]$  和  $\mathbf{B}(z^{-1}) \in \mathbf{R}^{M \times N}[z^{-1}]$  均为  $n$  阶  $z^{-1}$  多项式矩阵,可表示为

$$\mathbf{A}(z^{-1}) = \mathbf{I}_M + \mathbf{A}_1 z^{-1} + \dots + \mathbf{A}_n z^{-n}, \quad \mathbf{B}(z^{-1}) = \mathbf{B}_0 + \mathbf{B}_1 z^{-1} + \dots + \mathbf{B}_n z^{-n}.$$

$z^{-1}$  为向后移位算子,即  $z^{-1}\delta\mathbf{y}(k) = \delta\mathbf{y}(k-1)$ ;  $m$  为  $\delta\mathbf{y}$  与  $\delta\mathbf{u}$  之间的时间延迟;  $\boldsymbol{\xi}(k)$  为零均值白噪声过程,包含建模误差和外界干扰.

### 三、冗余机器人的自校正控制器

方程(2.16)给出了冗余机器人的一个  $N$  输入  $M$  输出摄动差分描述,下面将基于此方程来设计冗余机器人的自校正控制器.为此,引入如下性能指标:

$$H = E\{\|\mathbf{P}(z^{-1})\delta\mathbf{x}(k+m)\|^2 + \|\mathbf{Q}(z^{-1})\delta\mathbf{u}(k)\|^2\}, \quad (3.1)$$

其中  $\mathbf{P}(z^{-1})$  和  $\mathbf{Q}(z^{-1})$  分别为  $n_p$  阶和  $n_q$  阶  $z^{-1}$  多项式矩阵,具有类似  $\mathbf{A}(z^{-1})$  和  $\mathbf{B}(z^{-1})$  的一般形式,  $\|\cdot\|^2$  表示平方范数,  $E$  为数学期望算子.

定义辅助输出  $\phi(k+m) = P(z^{-1})\delta\mathbf{x}(k+m)$ , 引入多项式矩阵  $F(z^{-1})$  和  $G(z^{-1})$  使得

$$P(z^{-1}) = F(z^{-1})A(z^{-1}) + z^{-m}G(z^{-1}), \quad (3.2)$$

且  $n_F = m - 1$ ,  $n_G = n - 1$ , 那么由(2.16)式和(3.2)式, 并考虑到  $\delta\mathbf{y} = \delta\mathbf{x}$ , 有

$$\phi(k+m) = S(z^{-1})\delta\mathbf{u}(k) + G(z^{-1})\delta\mathbf{x}(k) + \boldsymbol{\varepsilon}(k+m). \quad (3.3)$$

其中  $S(z^{-1}) = F(z^{-1})B(z^{-1})$ ,  $\boldsymbol{\varepsilon}(k+m) = F(z^{-1})\boldsymbol{\xi}(k+m)$ .

将(3.3)式代入(3.1)式, 并注意到(3.3)式右端最末项与其前面各项线性无关, 得到

$$H = \|S(z^{-1})\delta\mathbf{u}(k) + G(z^{-1})\delta\mathbf{x}(k)\|^2 + \|Q(z^{-1})\delta\mathbf{u}(k)\|^2 + E\{\|\boldsymbol{\varepsilon}(k+m)\|^2\}. \quad (3.4)$$

因为  $\boldsymbol{\varepsilon}(k+m)$  是一个不可控随机序列, 极小化  $H$ , 即令  $\partial H/\partial\delta\mathbf{u}(k) = 0$ , 得到如下最优控制律:

$$S_0^T [S(z^{-1})\delta\mathbf{u}(k) + G(z^{-1})\delta\mathbf{x}(k)] + Q_0^T Q(z^{-1})\delta\mathbf{u}(k) = 0, \quad (3.5)$$

整理得

$$[S_0^T S(z^{-1}) + Q_0^T Q(z^{-1})]\delta\mathbf{u}(k) + S_0^T G(z^{-1})\delta\mathbf{x}(k) = 0. \quad (3.6)$$

再定义  $\Omega = S_0^T S_0 + Q_0^T Q_0$ ,  $L(z^{-1}) = z[S_0^T S(z^{-1}) + Q_0^T Q(z^{-1}) - \Omega]$ , 那么最优控制律可表达为

$$\delta\mathbf{u}(k) = -\Omega^{-1}[L(z^{-1})\delta\mathbf{u}(k-1) + S_0^T G(z^{-1})\delta\mathbf{x}(k)]. \quad (3.7)$$

为了估计控制器参数  $S(z^{-1})$  和  $Q(z^{-1})$ , 由(3.3)式, 可建立如下估计模型:

$$\begin{aligned} \phi(k) &= S(z^{-1})\delta\mathbf{u}(k-m) + G(z^{-1})\delta\mathbf{x}(k-m) + \boldsymbol{\varepsilon}(k) \\ &= \Theta^T \bar{X}(k-m) + \boldsymbol{\varepsilon}(k), \end{aligned} \quad (3.8)$$

其中

$$\bar{X}(k) = [(\delta\mathbf{u}(k))^T \cdots (\delta\mathbf{u}(k-n_s))^T; (\delta\mathbf{x}(k))^T \cdots (\delta\mathbf{x}(k-n_G))^T]^T, \quad (3.9)$$

$$\Theta = [\theta_1 \cdots \theta_M] = [S_0 \cdots S_{n_s}; G_0 \cdots G_{n_G}]^T. \quad (3.10)$$

将估计模型(3.8)式写成分量形式:

$$\phi_i(k) = \bar{X}^T(k-m)\theta_i + \varepsilon_i(k), \quad i = 1, \cdots, M, \quad (3.11)$$

其中  $\phi_i(k)$  和  $\varepsilon_i(k)$  分别为  $\phi(k)$  和  $\boldsymbol{\varepsilon}(k)$  的第  $i$  分量,

$$\theta_i = [S_{i1}^0 \cdots S_{iN}^0; \cdots; S_{i1}^{n_s} \cdots S_{iN}^{n_s}; G_{i1}^0 \cdots G_{iM}^0; \cdots; G_{i1}^{n_G} \cdots G_{iM}^{n_G}]^T, \quad i = 1, 2, \cdots, M. \quad (3.12)$$

采用最小二乘辨识算法, 参数递推公式如下:

$$\begin{aligned} \hat{\theta}_i(k) &= \hat{\theta}_i(k-1) + M(k)[\phi_i(k) - \bar{X}^T(k-m)\hat{\theta}_i(k-1)], \\ i &= 1, 2, \cdots, M, \end{aligned} \quad (3.13)$$

$$M(k) = P(k-1)\bar{X}(k-m)[\rho + \bar{X}^T(k-m)P(k-1)\bar{X}(k-m)]^{-1}, \quad (3.14)$$

$$P(k) = P(k-1)[I - \bar{X}(k-m)M^T(k)]/\rho. \quad (3.15)$$

其中  $0.9 \leq \rho \leq 1$  为遗忘因子.

控制器参数由以上辨识算法提供后, 自校正控制律由(3.7)式给出, 整个控制算法汇列如下:

### 1. 计算额定力矩 $\mathbf{u}_d(k)$

#### 1) 按(2.5)–(2.7)式求解关节希望轨迹;

- 2) 按递推牛顿-欧拉方程计算  $u_d(k)$ .
2. 计算修正力矩  $\delta u(k)$ 
  - 1) 读入  $q(k)$  和  $x_d(k)$ , 并由  $q(k)$  计算  $x(k)$ ;
  - 2) 构成  $\delta x(k)$ 、 $\psi(k)$  以及  $\bar{X}(k)$ ;
  - 3) 估计  $S(z^{-1})$  和  $G(z^{-1})$ ;
  - 4) 获取  $\delta u(k)$ .
3. 施加关节输入力矩  $u(k) = u_d(k) + \delta u(k)$ .
4. 置  $k = k + 1$ , 返回 1.

## 四、仿真结果

本节给出了上述自校正控制方案在三自由度冗余机器人上的部分仿真结果。该冗余机器人的几何结构如图 1 所示。三杆件均为匀质细杆, 其长度  $l_1 = l_2 = l_3 = 0.5\text{m}$ , 质量  $m_1 = m_2 = m_3 = 5\text{kg}$ , 终端执行器的质量  $m_E = 2\text{kg}$ , 作用负载由两部分组成:  $1\text{kg}$  恒定负载和均方差为  $1\text{kg}$  的零均值随机负载。机器人在铅垂面内运动。终端执行器的方向不加限制, 因而该机器人具有一个冗余度。

在这里给出的仿真中, 机器人的作业任务是终端执行器跟踪一个圆:  $(x_1 - 0.75)^2 + x_2^2 = 0.25^2$  (单位为  $\text{m}$ ), 且起点位于  $(1, 0)$ 。整个圆在 2 秒内完成。在第 1 秒内恒加速, 在第 2 秒内恒减速, 且始末速度为零。

通过仿真, 摄动差分模型(2.16)取为  $n = 2$ ,  $m = 1$ 。取采样周期  $T = 10\text{ms}$ ; 性能指标  $H$  中的加权多项式矩阵  $P(z^{-1}) = (1 + 0.5z^{-1})I_2$ 、 $Q(z^{-1}) = 0.001I_3$ ; 遗忘因子  $\rho = 0.945$ ; 递推估计的初值取为  $\bar{X}(0) = 0$ ,  $P(0) = 10^5 I$  以及  $\hat{\theta}_i(0) = [1 \cdots 1]^T$ 。由于准确的初值不可能得到, 在机器人起动时有必要引入一段“预学习”过程<sup>[11,12]</sup>。让机器人“学习”一个工作周期, 机器人在第二、第三工作周期中的轨迹跟踪误差如图 2 所示。

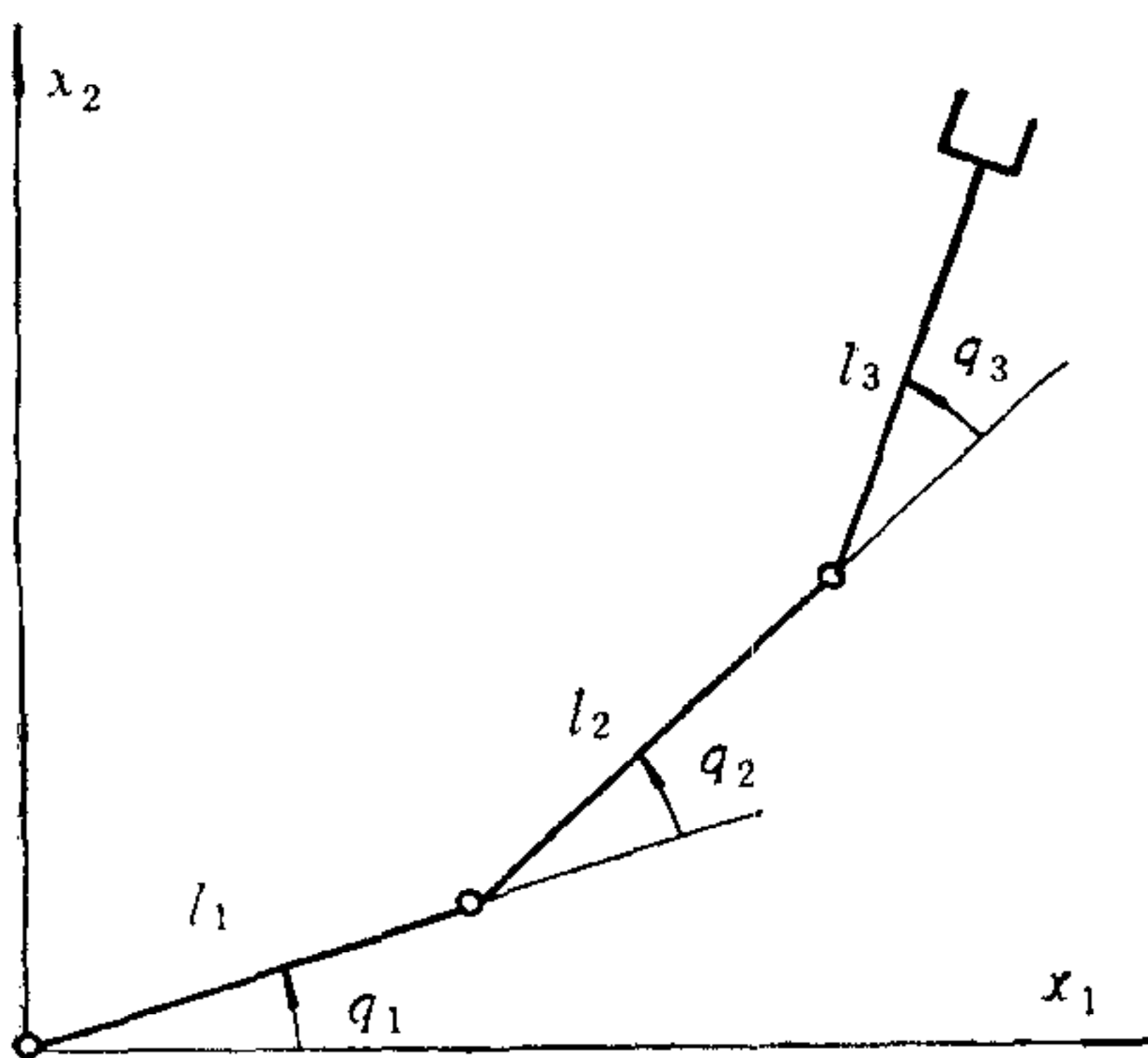


图 1 三自由度冗余机器人示意图

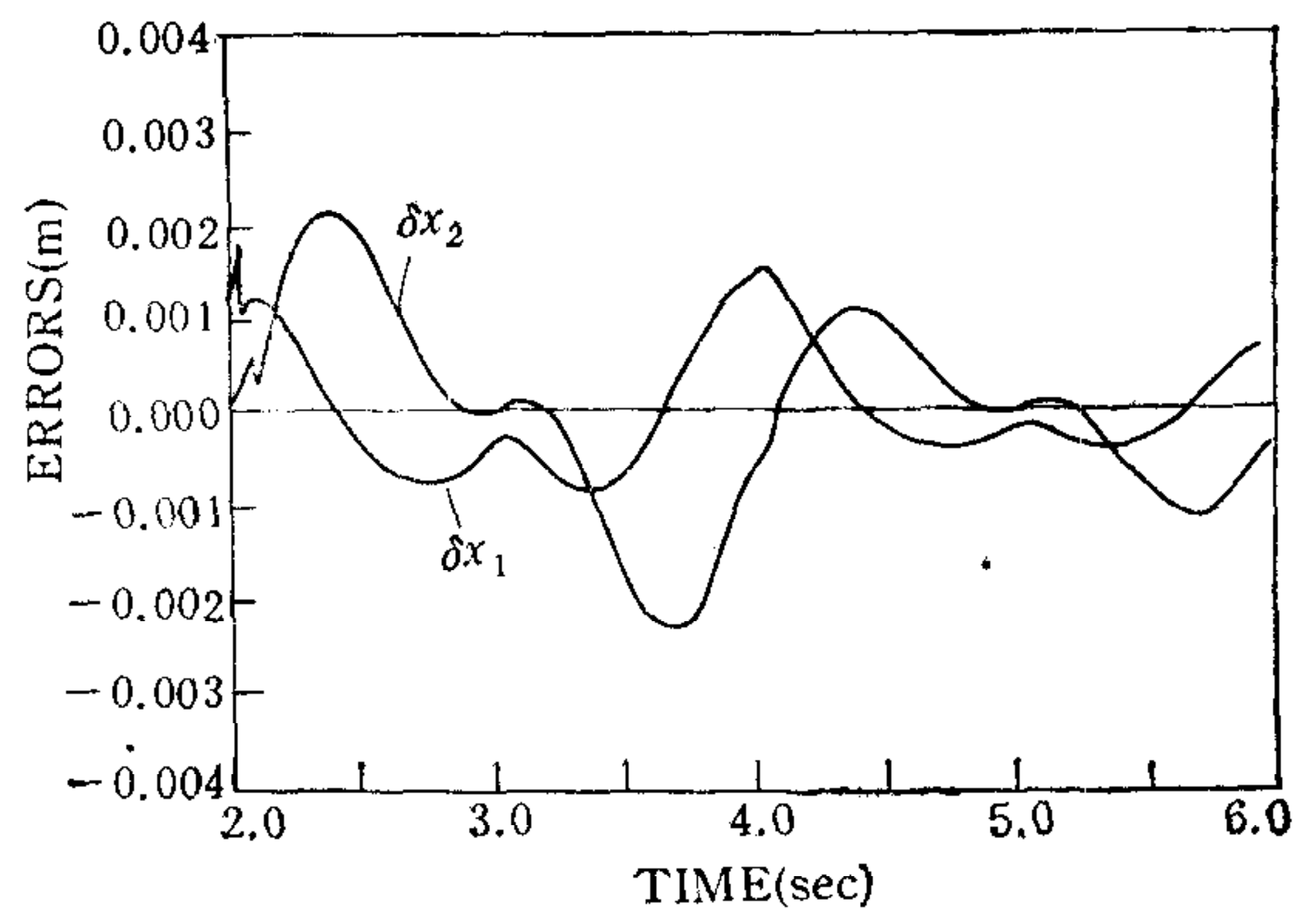


图 2 自校正控制器的轨迹误差

图 3 给出了两个典型的控制器参数  $G_{11}^0$  和  $S_{11}^0$  的变化过程。为了便于比较, 图 4 给出了带前馈动力学补偿的 PID 控制器的轨迹跟踪误差。可以看出, 即使在强负载扰动下, 本

文针对冗余机器人提出的自校正控制方案仍具有良好的控制性能, 明显地优于 PID 控制器。

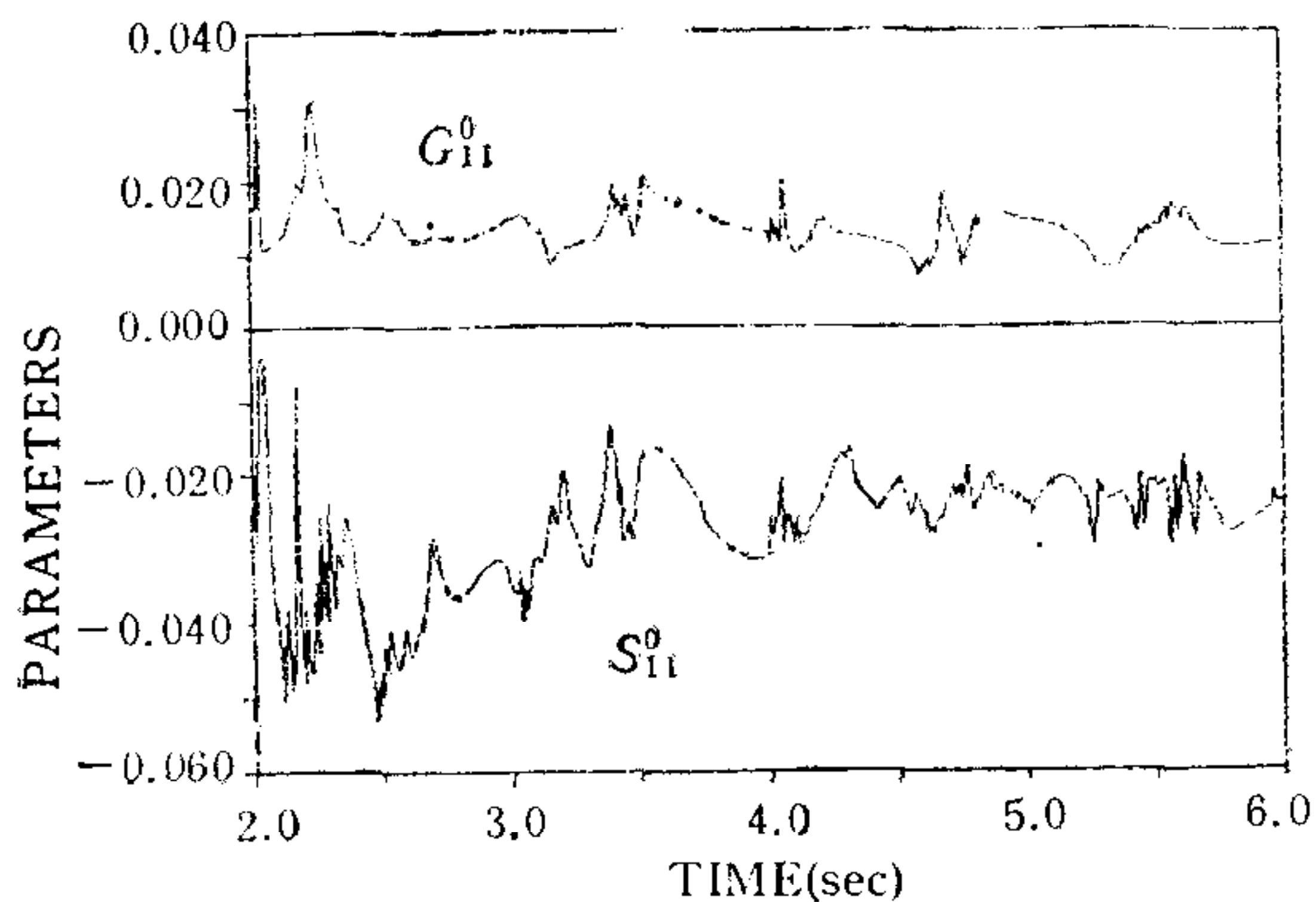


图3 两个典型的控制器参数

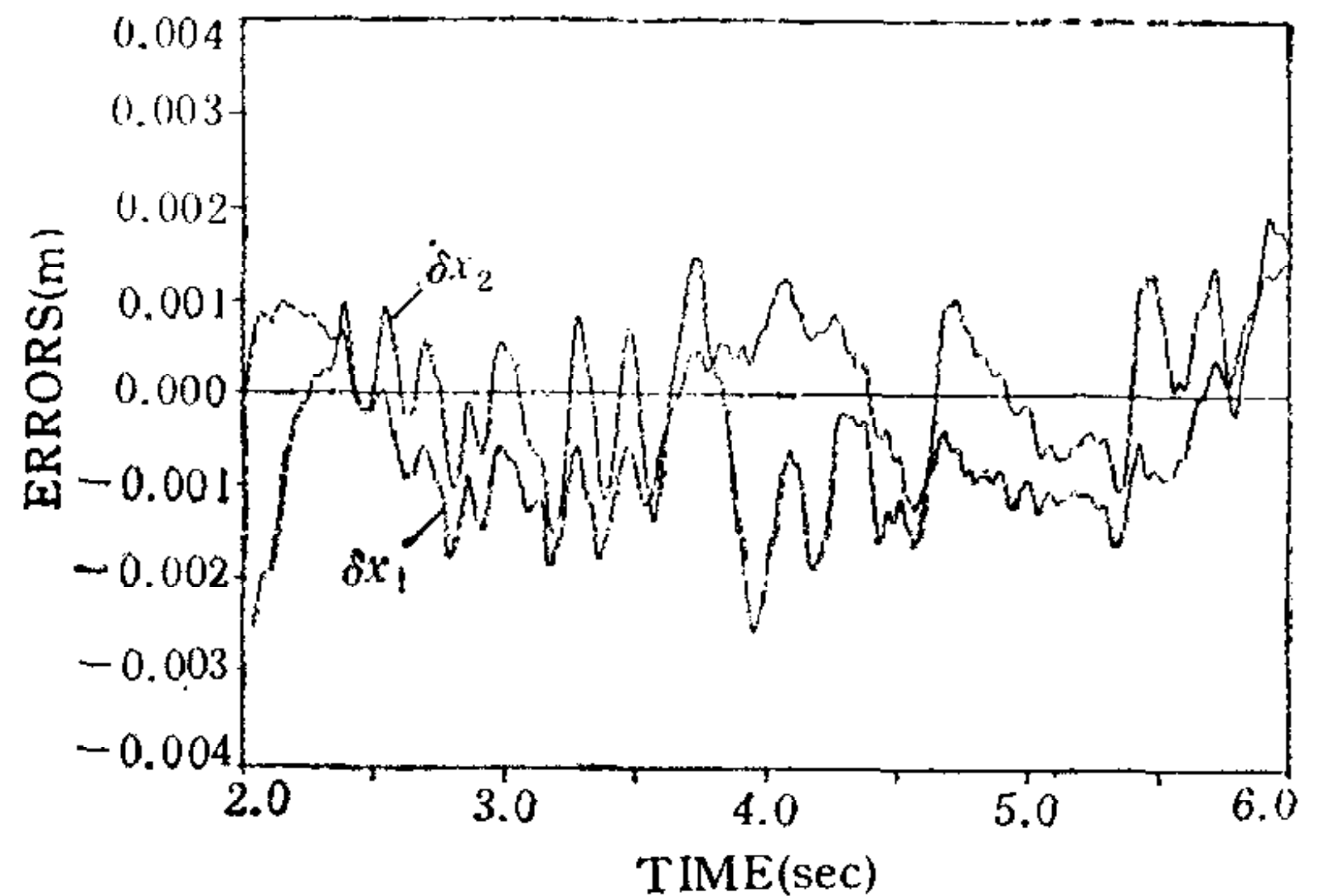


图4 PID 控制器的轨迹误差

## 五、结 束 语

本文提出了一种冗余机器人的自校正控制器设计方法, 并通过仿真结果显示了其良好的轨迹跟踪能力和抗干扰特性。基于本文的设计思想, 作者在文献[13]中提出了冗余机器人的关节空间自校正控制方案, 并与本文的方案进行了比较。在实现方面, 可以引入文献[14]中提出的显式递推牛顿-欧拉动力学模型及其并行实现, 以减小算法的在线计算时间。另外, 可以采用终端变量直接测量并反馈, 这样一方面可以省去由测量  $q$  到终端变量  $x$  之间的运动学变换, 另一方面可以补偿关节摩擦、系统挠性对控制性能的作用。

## 参 考 文 献

- [1] Freund, E., Fast Nonlinear Control with Arbitrary Pole Assignment for Industrial Robots and Manipulators, *Int. J. Robotics Research*, 1(1982), 65—78.
- [2] Tarn, T. J., Bejczy, A. K., Isidori, A. and Chen, Y. L., Nonlinear Feedback in Robot Arm Control, Proc. 23rd IEEE CDC, 736—751, 1984.
- [3] Dubowsky, S. and DesForges, D. T., The Application of Model Reference Adaptive Control to Robot Manipulators, *Trans. ASME, J. DSMC*, 101(1979), 193—200.
- [4] Balestrino, A., De Maria G. and Sciavicco, L., An Adaptive Model Following Control for Robot Manipulators, *Trans. ASME, J. DSMC*, 105(1983), 143—152.
- [5] Nicosia, S. and Tomei P., Model Reference Adaptive Control Algorithms for Industrial Robots, *Automatica*, 20(1984), 635—644.
- [6] Craig, J. J., Hsu, P. and Sastry, S. S., Adaptive Control of Mechanical Manipulators, Proc. IEEE Int. Conf. Robotics and Automation, 190—195, 1986.
- [7] Koivo, A. J. and Guo, T. M., Adaptive Linear Controller for Robotic Manipulators, *IEEE Trans. Auto. Control*, AC-28(1983), 162—171.
- [8] Lee, C. S. G. and Chung, M. J., An Adaptive Control Strategy for Mechanical Manipulators, *IEEE Trans. on Auto. Control*, AC-29(1984), 837—840.
- [9] Liu, M. H., An Adaptive Control Scheme for Robotic Manipulators, Proc. 15th Int. Symp. Industrial Robots, 673—680, 1985.
- [10] deSilva, C. W. and Winssen, J. V., Least Squares Adaptive Control for Trajectory Following Robots, *Trans. ASME, J. DSMC*, 109(1987), 104—110.
- [11] Liu, M. H. and Lin, W., Pole Assignment Self-Tuning Controller for Robotic Manipulators, *Int. J. Con-*

- rol*, 46(1987), 1307—1317.
- [12] Liu, M. H. and Lin, W., Multivariable Self-Tuning Control with Decoupling for Robotic Manipulators, *IEE Proc.*, 135(1988), pt.D, 43—48.
- [13] Liu, M. H., Chang, W.-S. and Zhang, L. Q., Multivariable Self-Tuning Control of Redundant Manipulators, *IEEE J. of Robotics and Automation*, 1988.
- [14] 刘美华、常文森、张良起, 机器人的显式递推牛顿-欧拉动力学及其分散自适应控制的并行实现, 国防科技大学学报, 1988年, 第三期.

## THE DESIGN OF SELF-TUNING CONTROLLER FOR REDUNDANT MANIPULATORS

LIU MEIHUA    CHANG WENSEN    ZHANG LIANGQI

(*Changsha Institute of Technology*)

### ABSTRACT

This paper presents a linear input-output perturbation difference model and a self-tuning control scheme for redundant robotic manipulators. The effectiveness of the proposed control scheme is demonstrated by simulation studies.

**Key words** —— Manipulators; robots; nonlinear control systems; self-tuning control; redundancy.