第 16 卷 第 1 期　　自 动 化 学 报　　Vol. 16, No. 1
1990 年 1 月　　ACTA AUTOMATICA SINICA　　Jan., 1990

非线性系统的分区域线性化控制及其在水轮机调节系统中的应用

王 柏 林
(华中工学院)

摘　要

本文初步解决了非线性系统的分区域线性化控制律的连续性和系统的稳定性问题，简要介绍了一个应用例子.

关键词——非线性系统，分段线性化，李雅普诺夫稳定性理论.

非线性系统的分区域线性化控制属于 Gain Scheduling 方法之一[1]，在控制工程中时有应用[2]. 过去，这类系统的设计主要依赖经验和仿真[1]，本文讨论它的两个基本理论问题.

一、控制律的连续性和系统稳定性

考虑一多变量非线性系统

$$\dot{\bar{x}} = \bar{\Phi}(\bar{x}, \bar{u}),$$

在其输入端串入一稳定的线性环节 $\dot{\bar{u}} = A_0\bar{u} + B_0u$，并定义增广状态向量 $x = [\bar{x}, \bar{u}]$，则整个系统用下列方程描述：

$$\dot{x} = \Phi(x) + Bu. \tag{1}$$

条件 1. 设 $\Phi(x)$ 是 R^n 上的一个单值、连续可微的函数向量，且 $\Phi(0) = 0$.

取 R^n 上的一个开区域 $\mathscr{X}$ $(0 \in \mathscr{X})$，并将 $\mathscr{X}$ 分割成 $N+1$ 个子区域 $\mathscr{X}^0$，$\mathscr{X}^1, \cdots, \mathscr{X}^N$，即

$$\bigcup_k \mathscr{X}^k = \mathscr{X} \text{ 且 } \mathscr{X} - \mathscr{X}^{k_1} = \bigcup_{k \neq k_1} \mathscr{X}^k.$$

其中 $0 \in \mathscr{X}^0$. 定义集合 $J_k = \{j \mid \mathscr{X}^k \cap \mathscr{X}^j \neq \phi\}$ $(k = 0, 1, \cdots, N)$ 及函数向量

本文于 1987 年 2 月 26 日收到.

$$\Psi(x)=\begin{cases}A^0x, & x\in\mathscr{X}^0,\\ A^1x+\Phi(x^1)-A^1x^1, & x\in\mathscr{X}^1,\\ \vdots & \vdots\\ A^Nx+\Phi(x^N)-A^Nx^N, & x\in\mathscr{X}^N.\end{cases}$$

式中，$A^k=\partial\Phi(x^k)/\partial x^k$，$x^k\in\mathscr{X}^k$，$x^0=0$，$k=0,1,2,\cdots,N$.

条件 2. 由 $\Phi(x)$ 可导出连续函数 $\Psi(x)$，且 (A^k,B) 均为可控对 $(k=0,1,2,\cdots,N)$.

工程界所用分区域线性化控制律的常见形式是(以状态反馈为例):

$$u(x)=\begin{cases}K^0x, & x\in\mathscr{X}^0,\\ K^1x, & x\in\mathscr{X}^1,\\ \vdots & \vdots\\ K^Nx, & x\in\mathscr{X}^N\end{cases}\tag{2}$$

其中，$A^k+BK^k=\bar{A}^k$，$\bar{A}^k$ 为 Hurwitz 矩阵 $(k=0,1,\cdots,N)$. 必须指出，控制律(2)式在每两个子区域间过渡时都是不连续的，而控制量的严重断续可能使非线性系统增添额外的平衡点，这一点作者用一系列数字仿真例子已证实(略). 防止出现上述弊端的有效方法之一是设计连续的分区域线性化控制律.

一种连续的分区域线性化状态反馈控制律已用微处理机实现，将其离散化为:

$$u_i=u_{i-1}+K_i(x_i-x_{i-1}).\tag{3}$$

其中，带下标 i 的量是当前采样周期的量，带下标 $i-1$ 的量是上一采样周期的量. K_i 是“变动”的，如果 $x_i\in\mathscr{X}^k$，则 $K_i=K^k$，而 K^k 满足

$$A^k+BK^k=\bar{A}^k,\quad k=0,1,2,\cdots N.$$

式中，$\bar{A}^k$ 为预先选定的 Hurwitz 矩阵.

用 Lyapynov 稳定性理论可以证明(过程从略)下列结论:

定理. 对于满足条件 1 和 2 的非线性系统(1)，如果(i)取 $\mathscr{X}$ 为:

$$\mathscr{X}=\{x\,|\,x^TP^0x<C,\ C>0\}$$

(P^0 满足 $(\bar{A}^0)^TP^0+P^0\bar{A}^0=-I$)；(ii) 施加控制律(3)；(iii) 系统(1)只有唯一平衡点 $x=0$. 则存在 $r^k>0$ $(k=0,1,2,\cdots,N)$ 和 $a^*>0$，使得当

$$\|\Phi(x)-\Psi(x)\|\leqslant r^k, x\in\mathscr{X}^k,\ k=0,1,\cdots,N,$$
$$\|\bar{A}^k-\bar{A}^j\|\leqslant a^*,\ \forall j\in J_k,\ k=0,1,\cdots,N$$

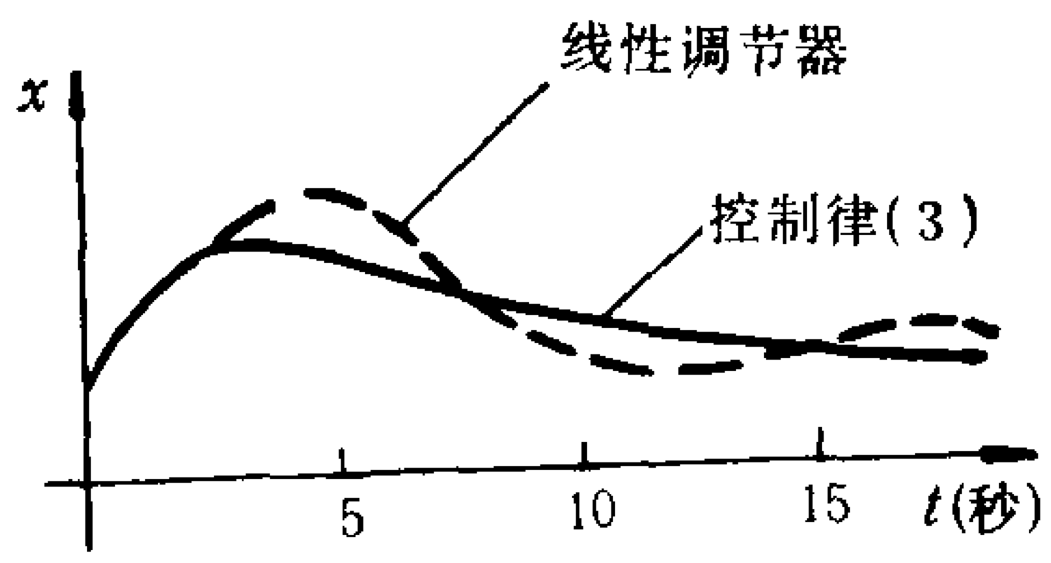
时，对于任何 $x(t_0)\in\mathscr{X}$ 有

$$\lim_{t\to\infty}x(t;t_0,x_0)=0.$$

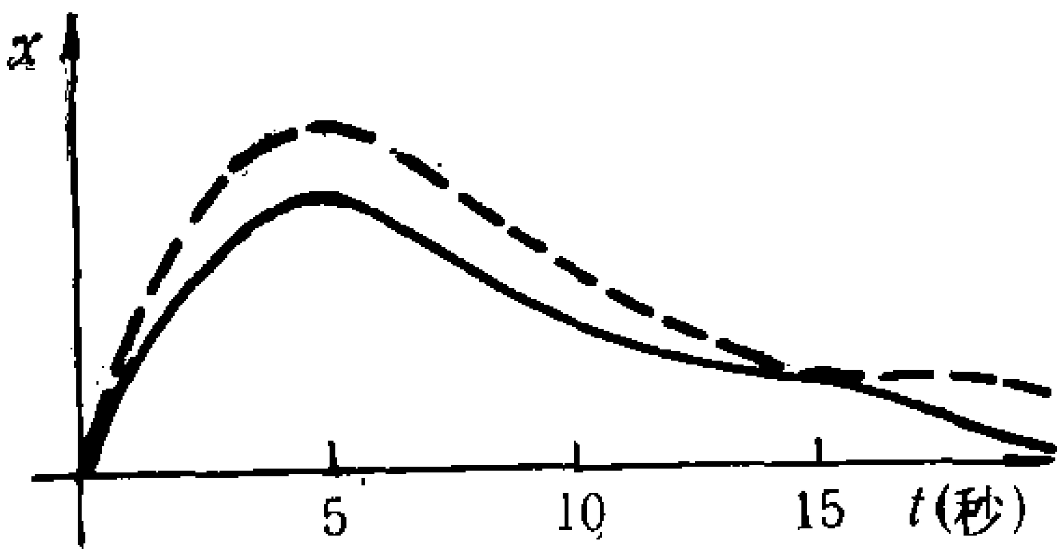
注. 该定理给出的稳定性充分条件是比较严的，但它从理论上说明这类分区域线性化控制系统只要设计得合理，确实存在一个足够大的稳定区域. 该定理为这类系统的设计提供了原则和方法.

二、应用研究

水轮发电机组的调速系统是一个非线性系统，其状态方程如式(1)所示，其中 $x=$



(a) 10% 负荷时的"小波动"



(b) 负荷从 90% 突降到 10%

图 1　数字仿真结果

$(\omega, y_1, y_2, z, h)^T$，$\omega$ 为发电机转速；y_1 为中间接力器行程，y_2 为主接力器行程，z 为转速的积分，h 为涡壳水压. 非线性特性与 ω, y_2, h 有关，所以我们将状态空间中足够大的区域 $\mathscr{R}$ 按 ω, y_2, h 三个坐标划分为 36 个子区域，用二次型最优控制理论求出每个区域的状态反馈系数，然后按式(3)形成总控制律，其对比性仿真结果如图 1 所示，它说明所讨论的分区域线性化控制律是有效的.

参　考　文　献

[1] Åström, K. J., Theory and Application of Adaptive Control——A Survey, *Automatica*, 5(1983), 471—486.

[2] Findly, D., Microprocessor-based Adaptive Water-turbine Governer, IEE Proc. 6(1980), 360—369.

PIECEWISE LINEARIZED CONTROL OF NONLINEAR SYSTEM AND ITS APPLICATION TO HYDRAULIC TURBINE REGULATING SYSTEM

Wang Bailin

(*Huazhong University of Science and Technology*)

Abstract

Some preliminary results of continuity and stability of nonlinear system with piecewise linearized control are given. An application of the results is discussed briefly.

Key words ——Nonlinear system; piecewise linearization; Lyapunov's stability theory.