第16卷 第1期　　自 动 化 学 报　　Vol. 16, No. 1
1990年1月　　ACTA AUTOMATICA SINICA　　Jan., 1990

基于规范形随机 VDE 新息表示和新息修正算法的多变量动态系统辨识方法

江　韬
（扬子石油化工公司）
初 学 导
（曲阜师范大学）

摘　　要

本文指出，为避免秩检验步骤，多变量系统辨识必须考虑规范形表示，否则存在可辨识性问题，并提出了基于规范形随机 VDE 新息表示和新息修正算法的多变量系统辨识方法．一个三输入、三输出系统的仿真例子表明了提出方法的有效性．

关键词——多变量系统，结构辨识，参数估计，最小二乘法．

一、引　　言

多变量系统不存在唯一的规范形表示，其结构由一组结构不变量所决定．现有的多变量系统辨识方法大多通过适当排列数据向量，用秩检验方法决定结构指数，然后用某种参数估计方法确定参数不变量．由于量测数据总在不同程度上受到噪声的污染，对数据向量进行秩检验是困难的．1982年，Boker 和 Keviczky 从规范形状态空间表示（SSR）和规范形分式矩阵表示（MFD）出发，导出了规范形向量差分方程（VDE）结构准则，并给出了用迭代增广最小二乘法估计参数，F 检验搜索结构指数，基于规范形 VDE 结构准则的多变量系统辨识方法[1]．Boker 和 Keviczy 的方法避免了秩检验，但需反复迭代，交叉估计噪声序列，计算量很大．最近，邓自立、郭一新提出用递推增广最小二乘法估计模型参数，F 检验确定模型的阶、子阶和时滞，得到节省参数模型的多变量 CARMA 模型辨识方法[2]．该文提出的方法没有考虑规范形表示，此时同一过程可能有阶次相同而参数不同的 CARMA 表示，存在可辨识性问题；此外，该方法除主阶在增阶估计多变量 CARMA 模型参数时，用 F 检验确定外，模型的结构指数等均通过删除零参数得到．这样在参数估计时，那些结构指数较低的子系统因引入过多的参数而降低辨识精度，估值往往严重偏离真值，难以用统计方法决定零参数．因此，文献[2]提出的方法仅适于维数很少，阶次很低，且各子系统阶次均相同时．

本文从可辨识性出发，讨论了 VDE 规范形，并进一步简化了随机规范形 VDE 表

本文于1987年7月7日收到．

示，提出了基于规范形随机 VDE 新息表示和新息修正算法(改进的 Durbin 算法) 的多变量线性动态系统辨识方法. 该方法具有以下特点:

1) 算法充分考虑了规范形 VDE 结构准则,并推广了这一准则, 将各子系统中的多变量 MA 过程等价表示为单变量 MA 过程,进一步简化了结构,避免了噪音序列的交叉估计,从而可用单变量 CARMA 模型的辨识方法独立辨识子系统.

2) 采用作者提出的新息修正算法[3]估计参数, F 检验确定结构指数. 新息修正算法本质上是增参数递推格式的 Durbin 算法,其估值具有优良的统计特性,且能充分利用中间结果,用于结构辨识时有很高的效率.

3) 提出的方法不仅在用新息修正算法估计参数时采用了最小二乘法的增参数递推格式,修正已有模型,得到参数更多的模型. 为进一步减少计算量,删减参数时,也不重新辨识模型,仅简单地修正原有模型的参数和相应的 P 矩阵,从而可方便地删除按规范结构准则确定的零参数,并可在得到规范形表示的辨识结果后,以很少的计算量有效地删除实际为零的参数,得到与实际过程更为接近的模型. 改进了文 [2] 提出的删除零参数的方法.

二、规范形随机 VDE 新息表示

考虑下式表示的多变量 CARMA 模型:

$$\left.\begin{aligned}
&y_1(n)+\sum_{j=1}^{q}\sum_{k=1}^{\nu_1}\tilde{a}_{1jk}z^{-k}y_j(n)=\sum_{j=1}^{r}\sum_{k=1}^{\nu_1}\tilde{b}_{1jk}z^{-k}u_j(n)+\sum_{j=1}^{q}\sum_{k=1}^{\nu_1}\tilde{c}_{1jk}z^{-k}e_j(n)+e_1(n),\\
&\vdots\\
&y_i(n)+\sum_{j=1}^{q}\sum_{k=1}^{\nu_i}\tilde{a}_{ijk}z^{-k}y_j(n)=\sum_{j=1}^{r}\sum_{k=1}^{\nu_i}\tilde{b}_{ijk}z^{-k}u_j(n)+\sum_{j=1}^{q}\sum_{k=1}^{\nu_i}\tilde{c}_{ijk}z^{-k}e_j(n)+e_i(n),\\
&\vdots\\
&y_q(n)+\sum_{j=1}^{q}\sum_{k=1}^{\nu_q}\tilde{a}_{qjk}z^{-k}y_j(n)=\sum_{j=1}^{r}\sum_{k=1}^{\nu_q}\tilde{b}_{qjk}z^{-k}u_j(n)+\sum_{j=1}^{q}\sum_{k=1}^{\nu_q}\tilde{c}_{qjk}z^{-k}e_j(n)+e_q(n).
\end{aligned}\right\}\tag{2.1}$$

式中 z^{-1} 为单位滞后算子, $\boldsymbol{u}(n)=(u_1(n)u_2(n)\cdots u_r(n))^T$,

$$\boldsymbol{y}(n)=(y_1(n)y_2(n)\cdots y_q(n))^T$$

分别为 r 维输入向量和 q 维输出向量, $\boldsymbol{e}(n)=(e_1(n)e_2(n)\cdots e_q(n))^T$ 为互不相关的零均值正态白噪音.

文献[2]正是以上述模型为辨识对象的. 应当指出,若不考虑规范形表示, 简单地用预报误差方法辨识模型(2.1),存在参数可辨识性问题. 考虑第 i 个子模型

$$\begin{aligned}
y_i(n)=\phi^T(n)\hat{\boldsymbol{\theta}}+e_i(n)=(&-y_1(n-1)\cdots-y_1(n-\nu_i)\cdots-y_i(n-1)\cdots\\
&-y_i(n-\nu_i)\cdots-y_j(n-1)\cdots-y_j(n-\nu_i)\cdots-y_q(n-1)\cdots\\
&-y_q(n-\nu_i)u_1(n-1)\cdots u_1(n-\nu_i)\cdots u_r(n-1)\cdots u_r(n-\nu_i)e_1(n-1)\\
&\cdots e_1(n-\nu_i)\cdots e_q(n-1)\cdots e_q(n-\nu_i))^T\hat{\boldsymbol{\theta}}+e_i(n),
\end{aligned}\tag{2.2}$$

现设(2.1)式中 $\nu_j<\nu_i$, 则 $\{y_j(n-1)\}\cdots\{y_j(n-(\nu_i-\nu_j))\}$ 与(2.2) 式中其余项构

成的向量组线性相关，因此基于式 (2.2) 的增广最小二乘方程不存在唯一解．为此，将第 j 个子模型乘以 $z^{-1},\cdots,z^{-(\nu_i-\nu_j)}$，得 $y_j(n-1),\cdots,y_j[n-(\nu_i-\nu_j)]$，并代入(2.2)式，有下式：

$$y_i(n)=\sum_{j=1}^{q}\sum_{k=m_j}^{\nu_i}z^{-k}a_{ijk}y_j(n)+\sum_{j=1}^{r}\sum_{k=1}^{\nu_i}z^{-k}b_{ijk}u_j(n)+\sum_{j=1}^{q}\sum_{k=1}^{\nu_i}c_{ijk}z^{-k}e_j(n)+e_i(n),$$
$$m_j=\begin{cases}1, & \nu_i\leqslant\nu_j,\\ \nu_i-\nu_{j+1}, & \nu_i>\nu_j.\end{cases}\tag{2.3}$$

上式即文献[1]中基于第二组基的规范形 VDE 表示(以下简称为规范形 VDE)，它保证了辨识结果的唯一性．注意到(2.3)式中，噪音序列未知，辨识时，必须交叉估计噪音序列，从而增加了计算量，降低了估值精度．为此可作适当的简化．考虑第 i 个子系统中的噪声过程

$$\omega_i(n)=e_i(n)+\sum_{j=1}^{q}\sum_{k=1}^{\nu_i}c_{ijk}z^{-k}e_j(n),\tag{2.4}$$

由噪声序列为互不相关的零均值正态白噪声的假设，容易验证，$\omega_i(n)$ 的协方差 $B(n)=0$，当 $|n|>\nu_i$．因此，$\omega_i(n)$ 可表示为[4]：

$$\omega_i(n)=\sum_{k=0}^{\nu_i}\tilde{c}_{ik}z^{-k}e^*(n).\tag{2.5}$$

其中 $e^*(n)$ 为零均值正态白噪音，$\tilde{c}_{i0}=1$，且

$$\sum_{k=0}^{\nu_i}\tilde{c}_{ik}z^{\nu_i-k}=0$$

的根均不在单位圆外．于是，(2.3)式可简化为规范形随机 VDE 新息表示：

$$y_i(n)=\sum_{j=1}^{q}\sum_{k=m_j}^{\nu_i}a_{ijk}z^{-k}y_j(n)+\sum_{j=1}^{r}\sum_{k=1}^{i}b_{ijk}z^{-k}u_j(n)+\sum_{k=1}^{\nu_i}\tilde{c}_{ik}z^{-k}e^*(n)+e^*(n),$$
$$m_j=\begin{cases}1, & \nu_i\leqslant\nu_j,\\ \nu_i-\nu_{j+1}, & \nu_i>\nu_j.\end{cases}\tag{2.6}$$

式(2.6)可看作一个增广的多输入、单输出 CARMA 模型，实际是子系统的新息模型．这里对该模型稍加限制，假设

$$\sum_{k=0}^{\nu_i}\tilde{c}_{ik}z^{\nu_i-k}=0$$

的根均显著在单位圆内．于是，多变量 CARMA 模型的辨识可归结为 q 个增广 CARMA 模型(2.6)的阶次辨识和参数估计问题．

三、辨 识 方 法

基于规范形随机 VDE 新息表示(2.6)式和

$$\sum_{k=0}^{\nu_i} \tilde{c}_{ik} z^{\nu_i-k}$$

的根显著在单位圆的假设,提出如下多变量线性动态系统辨识方法:

1. 首先按增参数最小二乘递推公式 (3.2)、(3.3) 逐个扩大参数向量,拟合模型 $CAR_i(p_i)$

$$y_i(n)=\sum_{j=1}^{q}\sum_{k=1}^{p_i}\alpha_{ijk}z^{-k}y_j(n)+\sum_{j=1}^{r}\sum_{k=1}^{p_i}\beta_{ijk}z^{-k}u_j(n)+\varepsilon_i(n), \tag{3.1}$$

当 p_i 足够高时,可认为上式是模型(2.6)的等价表示,其参数的最小二乘估计是无偏的,拟合残差 $\{\varepsilon_i(n)\}$ 是式(2.6)中 $\{e^*(n)\}$ 的良好估计,合理的阶次 p_i 可由F检验决定.注意到由于采用了增参数递推公式,作为中间结果,还得到了各子系统的各阶 CAR 模型,记为 $CAR_i(n)$, $n=1, 2, \cdots, p_i$.

2. 以 $CAR_i(p_i)$ 的拟合残差为相应子系统的新息序列的估计,从低阶到高阶平行地修正已得到的 $CAR_i(n)$,即按增参数递推公式(3.2)、(3.3) 增加参数 $\tilde{c}_{i1}, \tilde{c}_{i2}, \cdots, \tilde{c}_{in}$,得到各子系统的增广 $CARMA_i$ (n) 模型,并用F检验判定残差平方和显著与否,以决定结构指数.一旦某个子系统的阶次 ν_i 被确定,则在继续增阶修正余下的子系统时,可按规范形 VDE 准则决定相应的零参数,即当 $k<\nu_i-\nu_j$、系数 a_{ijk} 为零. 为减少计算量,提高辨识可靠性,在进行新息修正前,按(3.4)、(3.5)式删除 $CAR_i(n)$ 中相应的 α_{ijk},然后重复上述过程,直至所有结构指数均被确定.

3. 第一、二步运用新息修正算法确定了结构,得到了模型(2.6)的参数估计. 为得到具体过程的精确结构,应当删除模型中那些实际为零的参数. 首先用统计方法确定可能的零参数——估值的 95% 或 99% 置信区间内包含零点的参数[2],然后逐个试删,并用F检验判定被删参数是否确实为零.若系误删,及时恢复原模型,否则继续试删,直至所有的参数均经试删.

上述过程构成了基于规范形 VDE 新息表示和新息修正算法的多变量系统辨识方法.

3.1 参数变化时的递推最小二乘公式

为了减少计算量,提高辨识效率,充分利用中间结果,在增加阶次拟合 CAR_i (p_i) 模型和用 CAR_i (p_i) 的拟合残差作为噪音序列 $\{e_i^*(n)\}$ 拟合增广 $CARMA_i$ 子模型和删除参数时,本文方法均不重复求解基本最小二乘方程,仅简单地通过增删参数调整原有模型,得到新模型参数的最小二乘估计.

参数增加时的递推最小二乘公式考虑 $k+1$ 参数模型,其参数集为

$$\boldsymbol{\theta}_{k+1}=(\theta_1, \theta_2, \cdots, \theta_k \vdots \theta_{k+1})^T=(\boldsymbol{\theta}_{k+1}^k \vdots \theta_{k+1})^T$$

相应于最小二乘方程 $\hat{\boldsymbol{\theta}}=(\Phi^T\Phi)^{-1}\Phi^T\boldsymbol{y}$ 的 Φ 为

$$\Phi_{k+1}=(\boldsymbol{x}_1, \boldsymbol{x}_2, \cdots, \boldsymbol{x}_k, \boldsymbol{x}_{k+1})=(\Phi_k \vdots \boldsymbol{x}_{k+1}),$$

其中 $\boldsymbol{x}_i=[x_i(1), x_i(2), \cdots, x_i(N)]^T$ 为适当的数据向量. 假设已经得到 k 参数模型参数的最小二乘估值 $\hat{\boldsymbol{\theta}}_k$ 和 $P_k=(\Phi_k^T\Phi_k)^{-1}$,递推 $k+1$ 参数模型,由最小二乘方程和分块矩阵求逆公式易得:

$$P_{k+1}=(\Phi_{k+1}^T\Phi_{k+1})^{-1}=\begin{bmatrix}P_k+\boldsymbol{e}\boldsymbol{x}_{k+1}^T\Phi_kP & -\boldsymbol{e}\\ -\boldsymbol{e}^T & b\end{bmatrix}, \tag{3.2}$$

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}_{k+1}^k=\hat{\boldsymbol{\theta}}_k-\boldsymbol{e}\boldsymbol{x}_{k+1}^T(\boldsymbol{y}-\Phi_k\hat{\hat{\boldsymbol{\theta}}}_k),$$

$$\hat{\theta}_{k+1}=b\boldsymbol{x}_{k+1}^T(\boldsymbol{y}-\Phi_k\hat{\boldsymbol{\theta}}_k). \tag{3.3}$$

其中 $\boldsymbol{e}=P_k\Phi_k^T\boldsymbol{x}_{k+1}b$，$b=1/(\boldsymbol{x}_{k+1}^T\boldsymbol{x}_{k+1}-\boldsymbol{x}_{k+1}^T\Phi_kP_k\Phi_k^T\boldsymbol{x}_{k+1})$．(3.2)、(3.3) 式构成了完整的增参数递推最小二乘公式．

减少参数时的递推最小二乘公式是增参数递推最小二乘估计的逆问题．假设已经得到 $k+1$ 参数模型的估值,需要删除某个参数,不失一般性，设要删除的是第 $k+1$ 个参数．将式(3.2)改写为

$$P_{k+1}=[\Phi_{k+1}^T\Phi_{k+1}]^{-1}=\begin{bmatrix}M & -\boldsymbol{e}\\ -\boldsymbol{e}^T & b\end{bmatrix}.$$

其中 $M=P_k+\boldsymbol{e}\boldsymbol{x}_{k+1}^T\Phi_kP_k=P_k+\boldsymbol{e}\boldsymbol{e}^T/b$，于是:

$$P_k=M-\boldsymbol{e}\boldsymbol{e}^T/b. \tag{3.4}$$

又由式(3.3)得

$$\hat{\hat{\boldsymbol{\theta}}}_k=\hat{\boldsymbol{\theta}}_{k+1}^k+\boldsymbol{e}\hat{\theta}_{k+1}/b. \tag{3.5}$$

式中 $\hat{\boldsymbol{\theta}}_k$、$\hat{\boldsymbol{\theta}}_{k+1}^k$ 和 $\hat{\theta}_{k+1}$ 的定义均同上．

(3.4)、(3.5)式是减参数递推公式,它既不需要矩阵求逆,也不需要用采样数据重新估计参数,只要简单地修改参数估值和 P 阵,计算量很小．

3.2　零参数的删除

为删除模型中实际为零的参数，首先用统计方法决定可能的零参数。在给定观察数据长度为 N 时,参数 θ_i 渐近服从于均值为 $\hat{\theta}_i(N)$，方差为 $\sigma^2P_{ii}(N)$ 的正态分布，$\hat{\theta}_i(N)$、σ^2 和 $P_{ii}(N)$ 分别表示第 i 个参数估值、残差序列的方差和矩阵 $P(N)$ 的第 ii 个元素[5]．参数 θ_i 的 95% 和 99% 置信区间分别近似为

$$\hat{\theta}_i\pm 1.96\sigma/\sqrt{|P_{ii}(N)|}\ \text{和}\ \hat{\theta}_i\pm 2.58\sigma/\sqrt{|P_{ii}(N)|}. \tag{3.6}$$

因此,当

$$|\hat{\theta}_i|<1.96\sigma/\sqrt{|P_{ii}(N)|}\ \text{或}\ |\hat{\theta}_i|<2.58\sigma/\sqrt{|P_{ii}(N)|} \tag{3.7}$$

时,有理由怀疑该参数可能为零,其中 σ 用统计量 $\sqrt{\mathrm{RSS}/N}$ 代替，RSS 为拟合残差平方和．

式(3.7)给出了可能的零参数,尚不能断言这些参数为零．为此，可按式(3.5)式逐个试删可能的零参数,并用 F 检验判定删除该参数后残差平方和变化显著与否． 若 F 检验表示残差平方和变化显著,认为该参数系误删,恢复原参数模型；反之则认为该参数确为零,按式(3.4)修改矩阵 P，继续试删,直至所有可能的零参数均经试删．

上述判定、删除零参数的方法简单而有效,计算量很小，本文用作结构辨识的补充手段．

四、数 字 仿 真

为验证辨识方法的有效性,给出下式表示的结构指数 $\nu_1=1$，$\nu_2=2$，$\nu_3=3$ 的三

输入、三输出系统的辨识结果:

$$
\begin{aligned}
\boldsymbol{y}(n) = &\begin{bmatrix} 0.2 & 0 & 0 \\ 0 & 1.1 & 0 \\ 0.5 & 0 & 0.5 \end{bmatrix} \boldsymbol{y}(n-1) + \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \boldsymbol{u}(n-1) \\
&+ \begin{bmatrix} -0.3 & 0 & -0.4 \\ 0.2 & -1.84 & 0 \\ 0 & 0 & -1.75 \end{bmatrix} \boldsymbol{e}(n-1) + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & -0.28 & 0 \\ 0.1 & -0.5 & 0 \end{bmatrix} \boldsymbol{y}(n-2) \\
&+ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1.4 & -0.4 \\ 0.5 & -1 & 0 \end{bmatrix} \boldsymbol{u}(n-2) + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.903 & 0 \\ 0.4 & 0 & 1.04 \end{bmatrix} \boldsymbol{e}(n-2) \\
&+ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.3 \end{bmatrix} \boldsymbol{y}(n-3) + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.6 & -0.25 \end{bmatrix} \boldsymbol{u}(n-3) \\
&+ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -0.0743 \end{bmatrix} \boldsymbol{e}(n-3) + \boldsymbol{e}(n).
\end{aligned} \tag{4.1}
$$

该例系文献[1]使用的仿真模型,文[1]仅给出了结构辨识结果,本文同时给出了参数估值.仿真时输入采用均值为 0, 方差为 1 的正态白噪声, $e^T(n) = (e_1(n)\ \ e_2(n)\ \ e_3(n))$ 采用协方差为 $\mathrm{diag}\ (0.547^2、0.447^2、0.447^2)$ 的正态白噪声,数据由式(4.1)产生,数据长度 $N = 300$.

(4.1)式为非规范形结构.为便于用仿真结果比较,将其改写为形同式(2.6)的规范形新息表示.本例仅需将子模型一乘以 z^{-1} 后,代入子模型三,并将各子模型中 MA 过程用等价的单变量 MA 过程代替,得

$$
\begin{aligned}
\boldsymbol{y}(n) = &\begin{bmatrix} 0.2 & 0 & 0 \\ * & -1.1 & 0 \\ * & * & 0.5 \end{bmatrix} \boldsymbol{y}(n-1) + \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \boldsymbol{u}(n-1) \\
&+ \begin{bmatrix} * & * & * \\ 0 & -0.28 & 0 \\ * & -0.5 & 0 \end{bmatrix} \boldsymbol{y}(n-2) + \begin{bmatrix} * & * & * \\ 0 & -1.4 & -0.4 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \boldsymbol{u}(n-2) \\
&+ \begin{bmatrix} * & * & * \\ * & * & * \\ 0 & 0 & 0.3 \end{bmatrix} \boldsymbol{y}(n-3) + \begin{bmatrix} * & * & * \\ * & * & * \\ 0 & 0.6 & -0.25 \end{bmatrix} \boldsymbol{u}(n-3) \\
&+ \begin{bmatrix} \tilde{c}_{11} & * & * \\ * & \tilde{c}_{21} & * \\ * & * & \tilde{c}_{31} \end{bmatrix} \boldsymbol{e}^*(n-1) + \begin{bmatrix} * & * & * \\ * & \tilde{c}_{22} & * \\ * & * & \tilde{c}_{32} \end{bmatrix} \boldsymbol{e}^*(n-2) \\
&+ \begin{bmatrix} * & * & * \\ * & * & * \\ * & * & \tilde{c}_{33} \end{bmatrix} \boldsymbol{e}^*(n-3) + \begin{bmatrix} 1 & * & * \\ * & 1 & * \\ * & * & 1 \end{bmatrix} \boldsymbol{e}^*(n).
\end{aligned} \tag{4.2}
$$

式(4.2)中，* 表示由规范形结构决定的零参数。

辨识时，F 检验的显著水平均取 0.01，此时，在决定 $CAR_i(p_i)$ 模型阶次，确定子模型(2.6)式的阶次和逐个删除参数，判定参数是否为零时的 t_α 分别为 2.86、2.70 和 6.72. 当估值的 99% 置信区间包含零点时，认为该参数可能为零。

表 1 给出了结构辨识结果，表 2、3、4 分别给出了子模型一、二、三的参数估计，其中包括有偏的 LS 估计 ($CAR_i(\nu_i)$ 的估值)、规范形模型估值及参数的 99% 置信区间删

表 1　结构辨识结果

	子模型一		子模型二		子模型三	
n	rss	t	rss	t	ss	t
1	75.49	1.10	880.21	271.75	2484.6	86.78
2	74.60		115.74	−21.58	795.33	180.84
3			252.33		143.63	−10.43
4					193.07	

表 2　子模型一的参数估值

真　值	有偏估计	规范形表示	最终模型
a_{111}(.2)	.166	.204(.075)	.202
a_{121}(0)	.001	.001(.010)	.000
a_{131}(0)	.002	.001(.026)	.000
b_{111}(1.0)	.968	.973(.074)	.973
b_{121}(0)	−.031	−.029(.069)	.000
b_{131}(0)	.052	.048(.074)	.000
$\tilde{c}_{11}$		.185(.165)	.192
rss	77.71	75.99	76.30

表 3　子模型二的参数估值

真　值	有偏估计	规范形表示	最终模型
a_{211} *	.154	*	*
a_{221}(1.1)	−.132	−1.140(.063)	−1.120
a_{231}(0)	.097	.040(.064)	.000
b_{211}(0)	.042	.023(.093)	.000
b_{221}(2.0)	2.020	2.010(.088)	2.010
b_{231}(1.0)	.964	1.030(.094)	1.010
a_{212}(0)	−.024	−.033(.085)	.000
a_{222}(− .3)	−.052	−.032(.072)	.277
a_{232}(0)	−.101	−.021(.044)	.000
b_{212}(0)	−.171	.000(.093)	.000
b_{222}(−1.4)	−1.080	−1.380(.137)	1.420
b_{232}(− .4)	−.312	−.419(.115)	−.403
$\tilde{c}_{21}$		−1.560(.210)	−1.590
$\tilde{c}_{22}$		.721(.227)	.763
rss	274.6	115.7	101.7

除零参数后的最终模型的估值. 其中,真值按式(4.2)给出. 仿真数据表明,结构辨识结果正确地给出了系统的结构指数 $\hat{\nu}_1=1$, $\hat{\nu}_2=2$, $\hat{\nu}_3=3$, 新息修正后的参数估值明显减少了偏移,最终模型删除了大多数零参数,与实际模型更为一致.

表 4 子模型三的参数估值

真 值	有偏估计	规范形表示	最终模型
a_{311} *	.575	*	*
a_{321} *	.000	*	*
a_{331}(.5)	.052	.347(.104)	.409
b_{311}(0)	.170	.374(.105)	.000
b_{321}(1.0)	.984	.960(.100)	.959
b_{331}(1.0)	1.030	1.070(.108)	1.060
a_{312} *	.044	*	*
a_{322}(− .5)	−.562	−.539(.066)	−.537
a_{332}(0)	.135	.094(.082)	.090
b_{312}(0)	.610	.023(.105)	.000
b_{322}(−1.0)	.547	−.805(.140)	−.862
b_{332}(0)	.473	.130(.159)	.000
a_{313}(0)	.142	.104(.097)	.104
a_{323}(0)	−.269	−.137(.091)	−.112
a_{333}(.3)	.199	.267(.054)	.277
b_{313}(0)	.153	−.019(.010)	.000
b_{323}(.6)	.420	.548(.152)	.574
b_{333}(− .3)	−.237	−.307(.136)	.329
$\tilde{c}_{31}$		−1.330(.227)	−1.390
$\tilde{c}_{32}$		.657(.246)	.662
$\tilde{c}_{33}$		.018(.235)	.000
rss	224.0	143.6	136.6

注: 1) 辨识时与子系统一、二、三相应的 $CAR_i(p_i)$ 的阶次 p_i 分别为 3, 8, 8.
2) 表中,*为由规范形结构确定为零的参数.

五、结 语

基于规范形随机 VDE 新息表示,本文提出了运用新息修正算法估计参数, F 检验定阶,删除零参数作为辅助手段的多变量系统辨识方法. 用以估计参数的新息修正算法与 Durbin 算法完全等价, Durbin 算法的(全局) P 相容性,即采样数据长度 $N\to\infty$, CAR(P) 模型阶次 $P\to\infty$, 估值 $\hat{\theta}\xrightarrow{a\cdot s}$真值 θ, 已为文[5]所证明. 参数估计的优良的统计特性保证了辨识方法的可靠性,仿真例子表明了辨识方法的有效性.

本文提出的方法较好地利用了中间结果,有相当高的效率,但相应要求保存较多的数据,为减少内存的占用,可存放在外存中. 此外,采用本文给出的规范形新息表示, Mayne 等在文献[5]中提出的三步算法可方便地推广应用于多变量系统.

参 考 文 献

[1] Boker, J. and Keviczky, L., Structure Properties and Structure Estimation of Vector Difference Equations. *Int. J. Control*, **36**(1982), 3, 461—475.
[2] 邓自立、郭一新，动态系统分析及其应用，辽宁科学技术出版社，1985.
[3] 江韬，一种线性动态模型参数估计方法，自动化学报，1989，1，73—79.
[4] 复旦大学，概率论(第三册)，人民教育出版社，1979，232—249.
[5] Mayne. D. L., et al, A New Algorithm for Recursive Estimation of Parameters in Controled ARMA Processes, *Automatic*, **20**(1984), 6, 751—760.

A METHOD FOR MULTIVARIABLE SYSTEM IDENTIFICATION BASED ON THE CANONICAL STOCHASTIC VDE INNOVATION REPRESENTATION AND THE MODIFIED DURBIN'S ALGORITHM

JIANG TAO
(Yangzi Petro-Chemical Company)

CHU XUEDAO
(Qufu Normal University)

ABSTRACT

It is pointed out in this paper that the canonical representation must be considered in multivariable system identification so as to avoid the rank-testing procedure. Otherwise there might exist the identifiability problem. Based on canonical VDE the innovation representation and the modified Durbin's algorithm is proposed. A simulation example of a three-input three-output system is provided to illustrate the effectiveness of proposed method.

Key words ——Multivariable system; structure identification; parameter estimation; least square method.