

# 一种非线性系统的参数辨识

顾兴源 郎自强 鲍玉安  
(东北工学院)

## 摘 要

本文对带有死区和正反不对称非线性输入的线性系统提出了两种开环参数辨识算法，并通过仿真验证了算法的有效性。

**关键词**——参数辨识，非线性系统，伪随机二位式信号。

## 一、前 言

哈默斯坦模型是人们研究得较多的一类非线性对象。这种模型的参数辨识方法一般是将它的无记忆非线性增益用某一阶次的多项式逼近，将问题转化为带有多项式输入的线性系统的参数辨识问题<sup>[1]</sup>。然而，如果这种模型的无记忆非线性增益不是多项式，那么由多项式逼近引起的建模误差会对辨识结果产生不良的影响。带有死区和正反不对称非线性输入的线性系统就属于这样的情况。本文专门研究了这种系统的开环辨识问题，提出了两种辨识算法，并通过仿真验证了所提出的算法的有效性。



图1 哈默斯坦模型

## 二、对问题的描述

带有死区和正反不对称非线性输入的线性系统如图2所示，它的差分方程描述为

$$A(z^{-1})y(t) = z^{-d}B(z^{-1})\bar{u}(t) + \xi(t), \quad (2.1)$$

其中  $A(z^{-1}) = 1 + a_1z^{-1} + \dots + a_nz^{-n}$ 、 $B(z^{-1}) = b_0 + b_1z^{-1} + \dots + b_mz^{-m}$  分别为  $n$ 、 $m$  阶后移算子  $z^{-1}$  的多项式， $d$  为系统时延，

$$\bar{u}(t) = \begin{cases} m_1[u(t) - \Delta], & u(t) \geq \Delta, \\ 0, & |u(t)| < \Delta, \\ m_2[u(t) + \Delta], & u(t) \leq -\Delta. \end{cases} \quad (2.2)$$

其中的  $m_1$ 、 $m_2$  分别是系统的正反向增益,  $\Delta$  是死区参数,  $\xi(t)$  为噪声干扰。

在  $|u(t)| \geq \Delta$  的条件下, (2.1) 式可表示成

$$A(z^{-1})y(t) = z^{-d}B_1(z^{-1})u(t) + z^{-d}B_2(z^{-1})su(t) + z^{-d}B_3(z^{-1})u_h(t) + z^{-d}B_4(z^{-1})su_h(t) + \xi(t), \quad (2.3)$$

其中  $B_1(z^{-1}) = m_1B(z^{-1}) = \sum_{j=0}^m b_{1j}z^{-j}$ ,  $B_2(z^{-1}) = -\Delta m_1B(z^{-1}) = \sum_{j=0}^m b_{2j}z^{-j}$ ,

$$B_3(z^{-1}) = (m_2 - m_1)B(z^{-1}) = \sum_{j=0}^m b_{3j}z^{-j},$$

$$B_4(z^{-1}) = -\Delta(m_2 - m_1)B(z^{-1}) = \sum_{j=0}^m b_{4j}z^{-j}, \quad su(t) = \text{sgn}[u(t)],$$

$$u_h(t) = \begin{cases} 0, & u(t) > 0, \\ u(t), & u(t) < 0, \end{cases} \quad su_h(t) = \begin{cases} 0, & u(t) > 0, \\ \text{sgn}[u(t)], & u(t) < 0. \end{cases}$$

本文所研究的问题可归结为: 如何从 (2.3) 式出发, 辨识出 (2.1) 式系统的参数  $a_i$ ,  $i = 1, \dots, n$ ,  $m_1b_j$ ,  $j = 0, \dots, m$ ,  $m_2b_j$ ,  $j = 0, \dots, m$ , 和  $\Delta$ 。以下假定系统的结构参数  $n$ 、 $m$ 、 $d$  已知,  $A(z^{-1})$  是稳定多项式,  $\xi(t)$  为零均值白噪声。

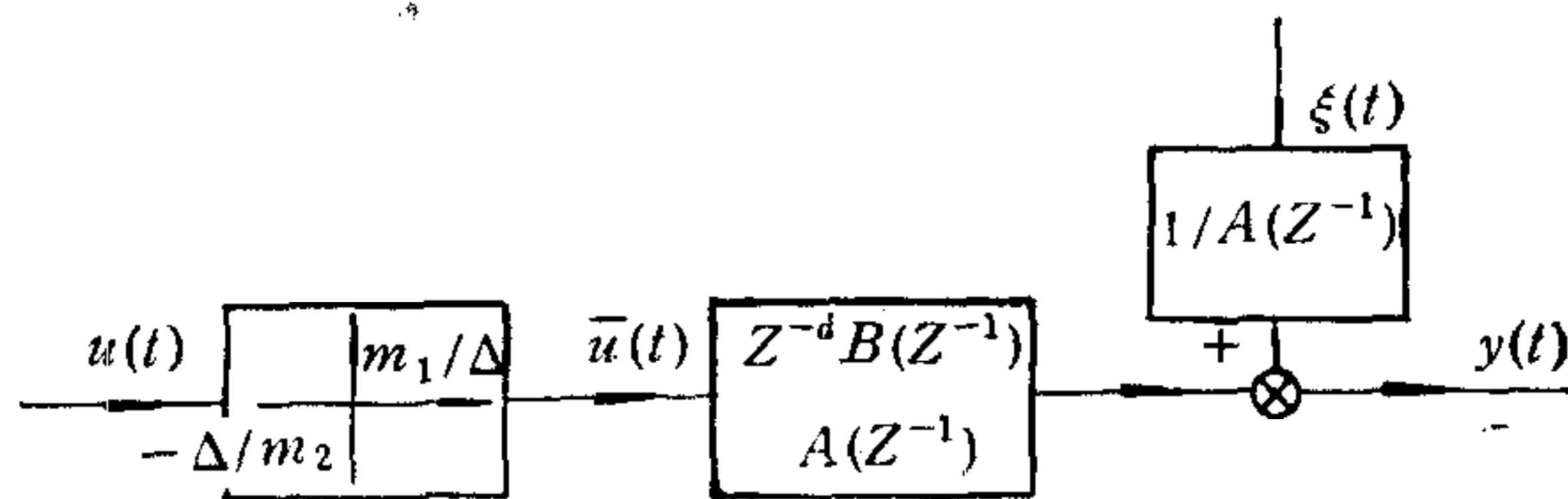


图 2 带有死区和正反不对称非线性输入的线性系统

### 三、一步直接辨识算法

设  $|u(t)| \geq \Delta$ 。由于 (2.3) 式中  $\xi(t)$  为零均值白噪声, 故容易得出 (2.1) 式系统参数辨识的一种基本算法为:

1) 以 (2.3) 式为辨识方程, 用最小二乘算法 (LS) 直接求得  $A(z^{-1})$ ,  $B_k(z^{-1})$ ,  $k = 1, 2, 3, 4$ , 系数的渐近无偏估计值<sup>[2]</sup>  $\hat{a}_i^*$ ,  $i = 1, \dots, n$ ,  $\hat{b}_{kj}^*$ ,  $k = 1, 2, 3, 4$ ,  $j = 0, \dots, m$ 。

2) 分别由

$$m_2 \hat{b}_j^* = \hat{b}_{1j}^* + \hat{b}_{3j}^*, \quad j = 0, \dots, m, \quad (3.1)$$

$$\hat{\Delta}^* = - \sum_{j=0}^m \hat{b}_{2j}^* / \sum_{j=0}^m \hat{b}_{1j}^* \quad \text{或} \quad - \sum_{j=0}^m \hat{b}_{4j}^* / \sum_{j=0}^m \hat{b}_{3j}^*, \quad (3.2)$$

求得  $m_2B(z^{-1})$  的系数和死区参数的渐近无偏估计值。

使上述算法能够实现的前提条件是:  $u(t)$  必须保证通过 (2.3) 式进行的 LS 辨识计算存在唯一解。容易证明在开环辨识中常用的伪随机二位式信号 (PRBS), 由于信号幅值

固定不变，不能使该条件得以满足。为了解决这个问题，本文提出采用一种所谓变幅值 PRBS。这种信号也是具有一定周期的伪随机信号，但它的每个周期由若干子周期构成，各子周期内都是同样长度的 PRBS，不同子周期内信号的幅值不等。

图 3 所示的是周期长度  $N = 30$ ，子周期个数  $M = 2$ ，子周期长度  $N' = N/M = 15$  的变幅值 PRBS。

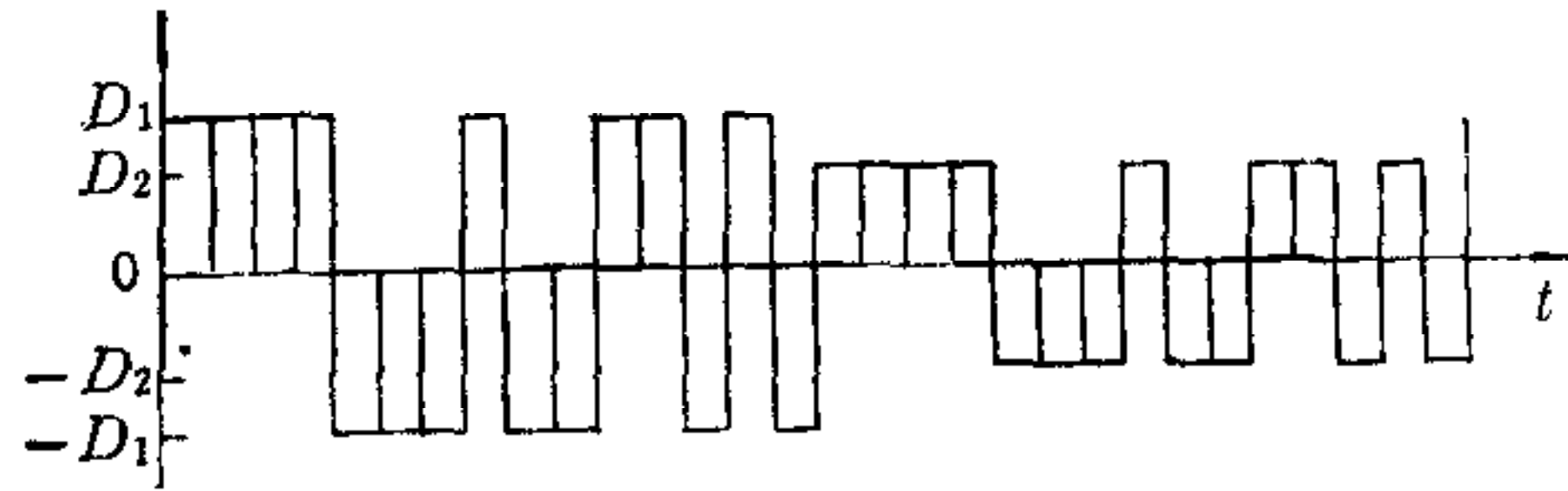


图 3 变幅值伪随机二位式信号

#### 四、二步辨识算法

**定理.** 若  $u(t)$  采用一般的 PRBS，其幅值  $|u(t)| = D > \Delta$ 。以方程

$$A(z^{-1})y(t) = z^{-d}m_1B(z^{-1})u(t) + z^{-d}(m_2 - m_1)B(z^{-1})u_h(t) + \xi_1(t) \quad (4.1)$$

为(2.1)式系统参数  $a_i, i = 1, \dots, n, m_1b_j, (m_2 - m_1)b_j, j = 0, \dots, m$  的辨识模型。采用 LS 进行辨识计算，结果为  $\hat{a}_i, i = 1, \dots, n, m_1\hat{b}_j, (m_2 - m_1)\hat{b}_j, j = 0, \dots, m$ 。那么，

$$\lim_{T \rightarrow \infty} \hat{a}_i = a_i \text{ a.s. } i = 1, \dots, n, \quad (4.2)$$

$$\lim_{T \rightarrow \infty} m_1\hat{b}_j = (1 - \Delta/D)m_1b_j \text{ a.s. } j = 0, \dots, m, \quad (4.3)$$

$$\lim_{T \rightarrow \infty} (m_2 - m_1)\hat{b}_j = (1 - \Delta/D)(m_2 - m_1)b_j \text{ a.s. } j = 0, \dots, m, \quad (4.4)$$

其中  $T$  为辨识计算所用数据的组数。

证明。考虑到  $u(t)$  为  $|u(t)| = D$  的 PRBS，及关于  $B_k(z^{-1}), k = 1, 2, 3, 4$  的定义，(2.3)式可以表示成：

$$A(z^{-1})y(t) = z^{-d}(1 - \Delta/D)m_1B(z^{-1})u(t) + z^{-d}(1 - \Delta/D)(m_2 - m_1)B(z^{-1})u_h(t) + \xi(t). \quad (4.5)$$

比较(4.1)和(4.5)两式，即可得出定理结论。证毕。

根据该定理知，若分别用幅值为  $D_1$  和  $D_2$  ( $D_1 \neq D_2$ ，且均大于  $\Delta$ ) 的 PRBS 做为  $u(t)$ ，以(4.1)式为辨识模型进行两次 LS 辨识计算。设与  $D_1$  对应的辨识结果为  $\hat{a}_i^1, m_1\hat{b}_j^1$  和  $(m_2 - m_1)\hat{b}_j^1$ ，与  $D_2$  对应的结果为  $\hat{a}_i^2, m_1\hat{b}_j^2$  和  $(m_2 - m_1)\hat{b}_j^2$ ，则有

$$\lim_{T \rightarrow \infty} \hat{a}_i^1 = a_i \text{ a.s.}, \lim_{T \rightarrow \infty} \hat{a}_i^2 = a_i \text{ a.s.}, i = 1, \dots, n, \quad (4.6)$$

$$\lim_{T \rightarrow \infty} m_1\hat{b}_j^1 = (1 - \Delta/D_1)m_1b_j \text{ a.s. } j = 0, \dots, m, \quad (4.7)$$

$$\lim_{T \rightarrow \infty} m_1\hat{b}_j^2 = (1 - \Delta/D_2)m_1b_j \text{ a.s. } j = 0, \dots, m, \quad (4.8)$$

$$\lim_{T \rightarrow \infty} (m_2 - m_1)\hat{b}_j^1 = (1 - \Delta/D_1)(m_2 - m_1)b_j \text{ a.s. } j = 0, \dots, m, \quad (4.9)$$

$$\lim_{T \rightarrow \infty} (m_2 - m_1)\hat{b}_j^2 = (1 - \Delta/D_2)(m_2 - m_1)b_j \text{ a.s. } j = 0, \dots, m. \quad (4.10)$$

根据(4.6)–(4.10)式,可以得到(2.1)式系统参数辨识的二步辨识算法如下:

$$\hat{a}_i^* = (\hat{a}_i^1 + \hat{a}_i^2)/2, \quad i = 1, \dots, n, \quad (4.11)$$

$$m_1 \hat{b}_j^* = (D_1 m_1 \hat{b}_j^1 - D_2 m_1 \hat{b}_j^2)/(D_1 - D_2), \quad j = 0, \dots, m, \quad (4.12)$$

$$m_2 \hat{b}_j^* = \{D_1 [m_1 \hat{b}_j^1 + (m_2 - m_1) \hat{b}_j^1] - D_2 [m_1 \hat{b}_j^2 + (m_2 - m_1) \hat{b}_j^2]\} / (D_1 - D_2), \quad j = 0, \dots, m, \quad (4.13)$$

$$\hat{\Delta}^* = \begin{cases} \frac{1}{m+1} \sum_{j=0}^m (m_1 \hat{b}_j^1 - m_1 \hat{b}_j^2) / (m_1 \hat{b}_j^1 / D_2 - m_1 \hat{b}_j^2 / D_1) \\ \text{或} \frac{1}{m+1} \sum_{j=0}^m [(m_2 - m_1) \hat{b}_j^1 - (m_2 - m_1) \hat{b}_j^2] / \{[(m_2 - m_1) \hat{b}_j^1 / D_2] - [(m_2 - m_1) \hat{b}_j^2 / D_1]\}. \end{cases} \quad (4.14)$$

该算法中每次 LS 辨识计算涉及的参数个数为  $n + 2m + 2$ , 比一步直接辨识算法少了  $2m + 2$  个。

## 五、仿 真 研 究

**例 1.** 对一步直接辨识算法的仿真

模型: 模型结构如(2.1)式, 其中  $n = 2$ ,  $m = 1$ ,  $d = 1$ , 具体参数见表 1。

表 1

$a_1$	$a_2$	$m_1 b_0$	$m_1 b_1$	$m_2 b_0$	$m_2 b_1$	$\Delta$	噪声强度 $\sigma^2$ ( $\xi(t)$ 的方差)
-1.5	0.7	0.5	0.25	0.4	0.2	1	$\sigma^2 = 0.04$

输入信号:  $u(t)$  采用  $N = 62$ ,  $M = 2$ ,  $N' = 62/2 = 31$ , 幅值为 2 和 2.5 的变幅值 PRBS。

结果: 见表 2 (程序共运行 300 步, 由(3.2)式中第一个表达式计算  $\hat{\Delta}^*$ )。

表 2

$\hat{a}_1^*$	$\hat{a}_2^*$	$m_1 \hat{b}_0^*$	$m_1 \hat{b}_1^*$	$m_2 \hat{b}_0^*$	$m_2 \hat{b}_1^*$	$\hat{\Delta}^*$
-1.500594	0.693054	0.4812653	0.2693506	0.3891186	0.173823	1.056159

**例 2.** 对二步辨识算法的仿真

模型: 同例 1。

输入信号:  $u(t)$  采用周期长度为 31 的 PRBS, 两次辨识计算时的幅值分别为  $D_1 = 2.5$  和  $D_2 = 2$ 。

结果: 见表 3 (每次辨识计算程序运行 150 步, 由(4.14)式中第一个表达式计算  $\hat{\Delta}^*$ )。

表 3

$\hat{a}_1^*$	$\hat{a}_2^*$	$m_1 \hat{b}_0^*$	$m_1 \hat{b}_1^*$	$m_2 \hat{b}_0^*$	$m_2 \hat{b}_1^*$	$\hat{\Delta}^*$
-1.501492	0.7018039	0.5047426	0.2486292	0.3981825	0.204608	0.9553446

## 六、结 论

本文提出的辨识算法的基本思想对某一类具有与(2.1)式系统类似形式的非线性对象的辨识问题具有参考价值。因采用递推最小二乘法(RLS)进行参数辨识计算时,若涉及的参数很多,结果将会变坏<sup>[3]</sup>,所以二步辨识算法较一步直接辨识算法有一定优越性。

## 参 考 文 献

- [1] 夏天长,系统辨识——最小二乘法(中译本),国防工业出版社,1984,121—135.
- [2] Goodwin Graham, C. and Payne Robert, L., Dynamic System Identification-Experiment Design and Data Analysis, New York, Academic Press (1977), 84.
- [3] Elliot, H. and Wolovich, W.A., Parameterization Issues in Multivariable Adaptive Control, *Automatica*, **20**(1984), 533—545.

## PARAMETER IDENTIFICATION OF A KIND OF NONLINEAR SYSTEM

GU XINGYUAN LANG ZIQIANG BAO YUAN  
(Northeast University of Technology)

### ABSTRACT

In this paper, two open-loop identification algorithms are presented for the discrete time linear system with dead zone and two-segment piecewise-linear asymmetric nonlinearity. By means of simulation examples, the effectiveness of the two algorithms is verified.

**Key words**——parameter identification; nonlinear system; pseudo random binary signal.