

关于 $\nabla^2 G$ 算子的一些研究

谢昭辉

(上海交通大学)

吴立德

(复旦大学)

摘要

(1) 文章研究了关于 $\nabla^2 G$ 作为边界算子的一些基本思想, 虽然它们的出发点不同, 但都得到了相似的结果。(2) 文章讨论了 $\nabla^2 G$ 的生理学意义, 用实验说明了 $\nabla^2 G$ 与视网膜上神经节细胞的感受野 DOG 非常相似。(3) 文章分析了 $\nabla^2 G$ 的抗噪声干扰能力, 给出了 $\nabla^2 G$ 在白噪声污染的四种典型边界模型下的零交偏差和输出信噪比的理论结果, 并用实验作了验证, 讨论了零交偏差和输出信噪比与 $\nabla^2 G$ 参数 σ 和输入信噪比的关系。

关键词——高斯差算子, 拉普拉斯算子, 边界算子, 零交。

一、 $\nabla^2 G$ 算子的提出

近年来, Marr 的视觉理论越来越受到人们的重视, 是目前最为成功的机器视觉理论之一。在 Marr 的理论中, 有个非常重要的算子即拉普拉斯高斯 $\nabla^2 G$, 它在 Marr 的理论中扮演着重要的角色^[1-8]。因此, 对 $\nabla^2 G$ 的起因、生理学背景及其实际应用效果的深入研究就非常重要了。

Marr 和 Hildreth^[1] 首先提出用 $\nabla^2 G$ 作为边界算子。他们认为, 一个最佳滤波器 $f(x)$ 的频谱应是光滑和频带受限的, 因此 $\Delta\omega$ 应尽量小, 这里

$$(\Delta\omega)^2 = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} (\omega - \bar{\omega})^2 |F(\omega)|^2 d\omega}{\int_{-\infty}^{+\infty} |F(\omega)|^2 d\omega},$$
$$\bar{\omega} = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} \omega |F(\omega)|^2 d\omega}{\int_{-\infty}^{+\infty} |F(\omega)|^2 d\omega},$$

式中 $F(\omega)$ 是 $f(x)$ 的傅里叶变换。

由于导致影象灰度变化的原因, 即照明、可见曲面方向和曲面反射性能变化都是局部的, 因此 Δx 应尽量小, 这里

$$(\Delta x)^2 = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} (x - \bar{x})^2 |f(x)|^2 dx}{\int_{-\infty}^{+\infty} |f(x)|^2 dx},$$

$$\bar{x} = \int_{-\infty}^{+\infty} x |f(x)|^2 dx.$$

但 $\Delta\omega\Delta x \geq \pi/4$, 仅当 $f(x)$ 是高斯函数时 $\Delta\omega\Delta x = \pi/4$, 所以取 $f(x)$ 为高斯函数 G .

当考虑影象 I 时, 如果满足“线性变化条件” $\partial^2(I * G)/\partial n^2 = \nabla^2(I * G) = I * \nabla^2 G$, 这里 n 是梯度方向, G 是二维高斯函数, 所以选取 $\nabla^2 G$ 作为边界提取算子.

Shanmugan, *et al*^[2]. 在频率域上考虑一个最佳滤波器 $h(x)$ 应满足的条件. 基于对一维阶跃边

$$f(x) = \begin{cases} 1, & x \geq 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases}$$

的分析, 他们提出 $h(x)$ 应使

$$\gamma = \frac{\int_{-I/2}^{I/2} |g(x)|^2 dx}{\int_{-\infty}^{+\infty} |g(x)|^2 dx}$$

极大. 这里 $g(x) = f(x) * h(x)$, I 是采样间隔. γ 实际上是边界附近的输出能量(规范化的). 他们得到 $h(x)$ 的傅里叶变换为

$$H(\omega) = \begin{cases} K_1 \omega \psi_1(c, \omega I / 2\Omega), & |\omega| < \Omega, \\ 0, & |\omega| > \Omega. \end{cases}$$

这里 $c = \Omega I / 2$, ψ_1 是零阶球面函数, $H(\omega)$ 渐近于拉普拉斯高斯的傅里叶变换.

Torre 和 Poggio^[3] 把求影象的边界看作为已知一个函数在离散网格点上的值, 求其微分. 众所周知, 求微分是一个提得不好的 (ill-posed) 问题, Torre 和 Poggio 提出了一种正则化方法. 考虑一维函数 $f(x)$, $x \in [a, b]$, $\Delta = a = x_0 < x_1 < \dots < x_n = b$, 这里 $x_i (i = 0, 1, \dots, n)$ 是等间距的点. 已知 $f_k = f(x_k)$, $k = 0, 1, \dots, n$, 正则化方法为求 $s(x)$, 使

$$\sum_{k=1}^n (f_k - s(x_k))^2 + \lambda \int_a^b |s''(x)|^2 dx$$

极小. 他们得到如下结果: $s(x)$ 可表示为一个和高斯函数非常相近的三次样条函数与 $f_k (k = 0, 1, \dots, n)$ 的卷积, 然后用 $s'(x_k)$ 代替 $f'(x_k)$ 的值. 因此, 他们把求影象边界分成两个步骤: 1) 用一个类似高斯函数的滤波器作滤波; 2) 求微分.

从上面的讨论可看到一个令人惊奇的现象: 这些算子和 $\nabla^2 G$ 有密切联系.

二、 $\nabla^2 G$ 的生理学意义

根据视觉生理的理论, 视网膜上神经节细胞的感受野可用 DOG 描述, 然而 $\nabla^2 G$ 可用 DOG 表示.

表 2.1—2.2 给出了用 DOG 拟合 $\nabla^2 G$ 的实验误差. 图 1 给出了用 $\nabla^2 G$ 和 DOG 分别作为边界算子处理的结果, 从中可以看到两者作为边界算子的效果几乎是一样的.

表 2.1

r	$\nabla^2 G$	$c*DOG$	误差
0	-0.40×10^0	-0.40×10^0	-0.88×10^{-2}
1	-0.25×10^0	-0.25×10^0	-0.26×10^{-2}
2	-0.18×10^{-1}	-0.16×10^{-1}	0.24×10^{-2}
3	0.53×10^{-1}	0.54×10^{-1}	0.29×10^{-3}
4	0.29×10^{-1}	0.28×10^{-1}	-0.54×10^{-3}
5	0.69×10^{-2}	0.69×10^{-2}	-0.80×10^{-4}
6	0.93×10^{-3}	0.97×10^{-3}	0.38×10^{-4}
7	0.73×10^{-4}	0.84×10^{-4}	0.12×10^{-4}
8	0.35×10^{-5}	0.49×10^{-5}	0.14×10^{-5}

注: r 表示到算子中心距离

$\sigma_1 = 1.61, \quad \sigma_2 = 1.38 \quad \sigma = 1.50, \quad c = 2.87$

表 2.2

r	$\nabla^2 G$	$c*DOG$	误差
0	-0.13×10^0	-0.13×10^0	-0.34×10^{-2}
1	-0.97×10^{-1}	-0.98×10^{-1}	-0.19×10^{-2}
2	-0.38×10^{-1}	-0.37×10^{-1}	0.44×10^{-3}
3	0.51×10^{-2}	0.59×10^{-2}	0.84×10^{-3}
4	0.17×10^{-1}	0.17×10^{-1}	0.11×10^{-3}
5	0.12×10^{-1}	0.11×10^{-1}	-0.22×10^{-3}
6	0.48×10^{-2}	0.47×10^{-2}	-0.12×10^{-3}
7	0.14×10^{-2}	0.14×10^{-2}	-0.75×10^{-5}
8	0.29×10^{-3}	0.30×10^{-3}	0.13×10^{-4}
9	0.46×10^{-4}	0.52×10^{-4}	0.68×10^{-5}
10	0.53×10^{-5}	0.70×10^{-5}	0.17×10^{-5}
11	0.48×10^{-6}	0.76×10^{-6}	0.28×10^{-6}
12	0.32×10^{-7}	0.65×10^{-7}	0.33×10^{-7}
13	0.17×10^{-8}	0.45×10^{-8}	0.28×10^{-8}

注: r 表示到算子中心距离

$\sigma_1 = 2.16, \quad \sigma_2 = 1.82 \quad \sigma = 2.0, \quad c = 1.47$

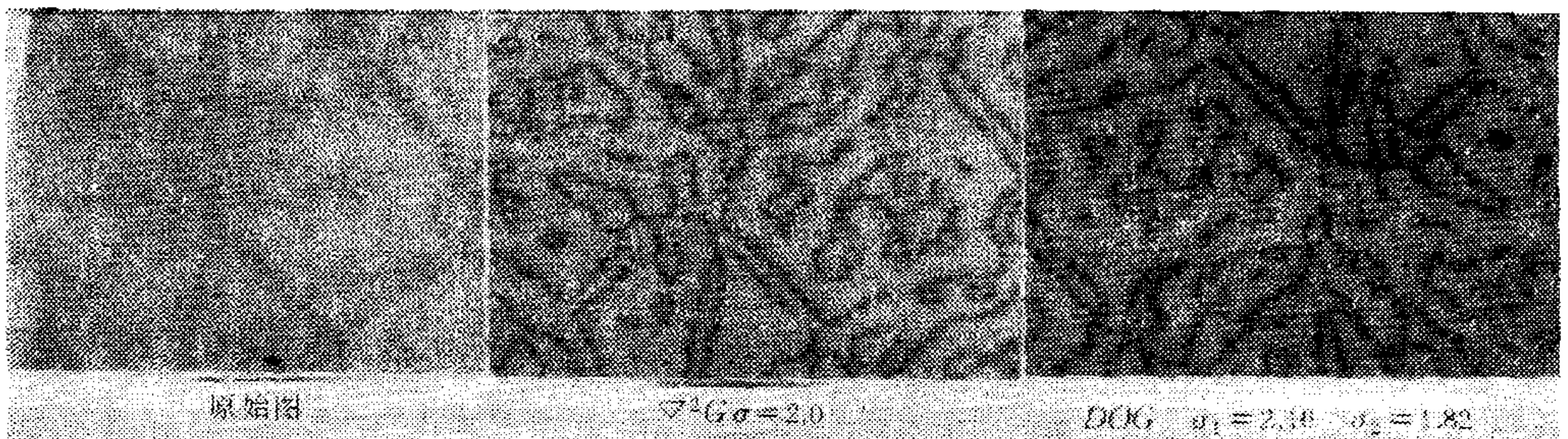


图 1

三、 $\nabla^2 G$ 的抗噪声干扰分析

本节从理论上对 $\nabla^2 G$ 进行分析。为方便起见, 仅考虑一维情况下的几种典型的边

界模型,即白噪声污染下的阶跃边、斜坡边、脉冲边和阶梯边等。主要讨论噪声干扰下的零交偏差和输出信噪比。

1. 噪声干扰下的零交偏差和输出信噪比

记一维高斯函数为 $g(x, \sigma) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-x^2/2\sigma^2}$, 输入信号为 $f_s(x)$,

$$F_s(x, \sigma) = f_s(x) * g(x, \sigma),$$

$n(x)$ 为白噪声, $E\{n(x)\} = 0$, $E\{n(x)n(x+t)\} = n_0^2\delta(t)$, 这里 $\delta(t)$ 为 δ -函数,

$N(x, \sigma) = n(x) * g(x, \sigma)$. 记 $x(\sigma)$ 为零交 (即 $\frac{\partial^2 F_s(x(\sigma), \sigma)}{\partial x^2} = 0$), 加噪声后变为

$x_n(\sigma)$. 定义零交偏差为 $\{E(x_n(\sigma) - x(\sigma))^2\}^{\frac{1}{2}}$, 输出信噪比为

$$\text{SNR}_0 = \frac{\left| \frac{\partial^3 F_s(x, \sigma)}{\partial x^3} \Big|_{x=x(\sigma)} \right|}{\left\{ E \left(\frac{\partial^3 N(x, \sigma)}{\partial x^3} \right)^2 \right\}^{\frac{1}{2}}}.$$

这里分子是在零交 $x(\sigma)$ 处曲线

$$y = y(x) = \frac{\partial^2 F_s(x, \sigma)}{\partial x^2}$$

的斜率的绝对值,显然此值越大,则检测 $\frac{\partial^2 F_s(x, \sigma)}{\partial x^2}$ 的零交时抗干扰能力越强。因此,

它反映了输出信号中信号的强度。

下面仅给出脉冲边情况下的理论推导,对其他三种边界即阶跃边、斜坡边和阶梯边的推导可类似地获得。

定义脉冲边为 $f_s(x) = A(u(x+\omega) - u(x-\omega))$, 这里

$$u(x) = \begin{cases} 1, & x \geq 0, \\ 0, & x < 0. \end{cases}$$

$f_s(x)$ 图形如图 2.

$$\begin{aligned} F_s(x, \sigma) &= f_s(x) * g(x, \sigma) = \frac{A}{\sqrt{2\pi}\sigma} \int_{-\omega-x}^{\omega-x} e^{-u^2/2\sigma^2} du, \\ \frac{\partial^2 F_s(x, \sigma)}{\partial x^2} &= f_s(x) * g''(x, \sigma) = \frac{A}{\sqrt{2\pi}\sigma} \left(-\frac{(x+\omega)}{\sigma^2} e^{-(x+\omega)^2/2\sigma^2} \right. \\ &\quad \left. + \frac{(x-\omega)}{\sigma^2} e^{-(x-\omega)^2/2\sigma^2} \right). \end{aligned}$$

因此,脉冲边的零交随 σ 变化,其图形如图 2. 它关于 σ 轴对称。虽然无法求出 $\frac{\partial^2 F_s(x, \sigma)}{\partial x^2}$ 零交的显式表示,但对每个固定的 σ , 可求出 $\frac{\partial^2 F_s(x, \sigma)}{\partial x^2}$ 零交的数值解。

受白噪声污染的脉冲边为 $f(x) = f_s(x) + n(x)$, 则有

$$F(x, \sigma) = F_s(x, \sigma) + N(x, \sigma),$$

$$\frac{\partial^2 F(x, \sigma)}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 F_s(x, \sigma)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 N(x, \sigma)}{\partial x^2}.$$

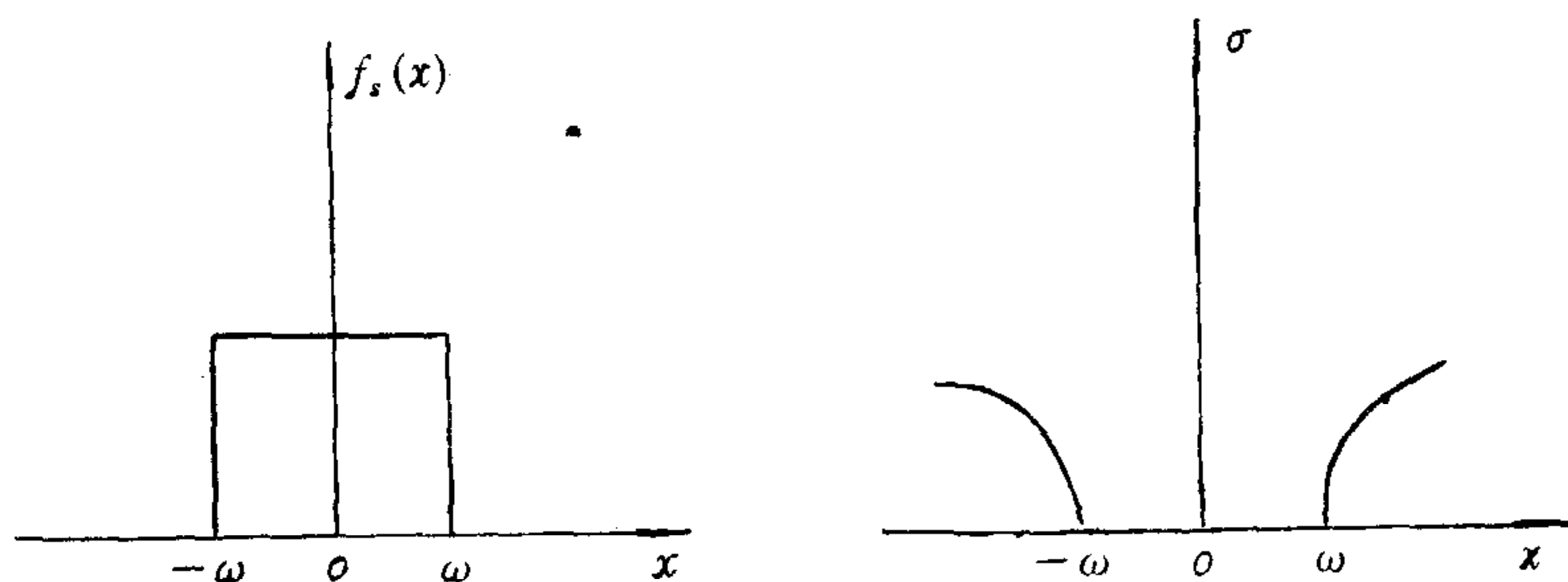


图 2

由于噪声干扰, 此时零交由 $x(\sigma)$ 变为 $x_n(\sigma)$, 则

$$\frac{\partial^2 F(x_n(\sigma), \sigma)}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 F_s(x_n(\sigma), \sigma)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 N(x_n(\sigma), \sigma)}{\partial x^2} = 0.$$

令 $\varphi(y) = ye^{-y^2/2}$, 则

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 F_s(x_n(\sigma), \sigma)}{\partial x^2} &= \frac{A}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \left[\varphi\left(\frac{x_n(\sigma) - \omega}{\sigma}\right) - \varphi\left(\frac{x_n(\sigma) + \omega}{\sigma}\right) \right], \\ \varphi\left(\frac{x_n(\sigma) - \omega}{\sigma}\right) &\approx \varphi\left(\frac{x(\sigma) - \omega}{\sigma}\right) + \varphi'\left(\frac{x(\sigma) - \omega}{\sigma}\right) \left(\frac{x_n(\sigma) - x(\sigma)}{\sigma}\right), \\ \varphi\left(\frac{x_n(\sigma) + \omega}{\sigma}\right) &\approx \varphi\left(\frac{x(\sigma) + \omega}{\sigma}\right) + \varphi'\left(\frac{x(\sigma) + \omega}{\sigma}\right) \left(\frac{x_n(\sigma) - x(\sigma)}{\sigma}\right). \end{aligned}$$

从而有:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 F_s(x_n(\sigma), \sigma)}{\partial x^2} &= \frac{A}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \left\{ \left[\varphi\left(\frac{x(\sigma) - \omega}{\sigma}\right) - \varphi\left(\frac{x(\sigma) + \omega}{\sigma}\right) \right] \right. \\ &\quad \left. + \left[\varphi'\left(\frac{x(\sigma) - \omega}{\sigma}\right) - \varphi'\left(\frac{x(\sigma) + \omega}{\sigma}\right) \right] \left(\frac{x_n(\sigma) - x(\sigma)}{\sigma}\right) \right\} \\ &= \frac{A}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \left[\varphi'\left(\frac{x(\sigma) - \omega}{\sigma}\right) - \varphi'\left(\frac{x(\sigma) + \omega}{\sigma}\right) \right] \left(\frac{x_n(\sigma) - x(\sigma)}{\sigma}\right). \end{aligned}$$

令

$$cp(\sigma, \omega) = \varphi'\left(\frac{x(\sigma) - \omega}{\sigma}\right) - \varphi'\left(\frac{x(\sigma) + \omega}{\sigma}\right),$$

则

$$cp(\sigma, \omega) = \left[1 - \frac{(x(\sigma) - \omega)^2}{\sigma^2} \right] e^{-(x(\sigma) - \omega)^2/2\sigma^2} - \left[1 - \frac{(x(\sigma) + \omega)^2}{\sigma^2} \right] e^{-(x(\sigma) + \omega)^2/2\sigma^2},$$

得:

$$\frac{\partial^2 F_s(x_n(\sigma), \sigma)}{\partial x^2} = \frac{Acp(\sigma, \omega)}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \left(\frac{x_n(\sigma) - x(\sigma)}{\sigma}\right).$$

由于

$$\frac{\partial^2 F_s(x_n(\sigma), \sigma)}{\partial x^2} = - \frac{\partial^2 N(x_n(\sigma), \sigma)}{\partial x^2},$$

故有:

$$E\left(\frac{\partial^2 F_s(x_n(\sigma), \sigma)}{\partial x^2}\right) = -E\left(\frac{\partial^2 N(x_n(\sigma), \sigma)}{\partial x^2}\right)$$

但因:

$$E\left(\frac{\partial^2 F_s(x_n(\sigma), \sigma)}{\partial x^2}\right) = \frac{Acp(\sigma, \omega)}{\sqrt{2\pi\sigma^3}} E(x_n(\sigma) - x(\sigma)),$$

$$E\left(\frac{\partial^2 N(x_n(\sigma), \sigma)}{\partial x^2}\right) = E\left\{\int_{-\infty}^{+\infty} n(x_n(\sigma) - u)g''(u, \sigma)du\right\}$$

$$= \int_{-\infty}^{+\infty} E\{n(x_n(\sigma) - u)\}g''(u, \sigma)du = 0,$$

所以: $E(x_n(\sigma) - x(\sigma)) = 0$, 即 $E\{x_n(\sigma)\} = x(\sigma)$.

类似地有:

$$E\left(\frac{\partial^2 F_s(x_n(\sigma), \sigma)}{\partial x^2}\right)^2 = E\left(\frac{\partial^2 N(x_n(\sigma), \sigma)}{\partial x^2}\right)^2,$$

$$E\left(\frac{\partial^2 F_s(x_n(\sigma), \sigma)}{\partial x^2}\right)^2 = \frac{A^2cp^2(\sigma, \omega)}{\partial\pi\sigma^6} E(x_n(\sigma) - x(\sigma))^2,$$

$$E\left(\frac{\partial^2 N(x_n(\sigma), \sigma)}{\partial x^2}\right)^2 = E\left\{\int_{-\infty}^{+\infty} n(x_n(\sigma) - u)g''(u, \sigma)du\right\}^2 = \frac{3n_0^2}{8\sqrt{\pi}\sigma^5}.$$

可得:

$$\frac{A^2cp^2(\sigma, \omega)}{2\pi\sigma^6} E(x_n(\sigma) - x(\sigma))^2 = \frac{3n_0^2}{8\sqrt{\pi}\sigma^5},$$

即

$$\{E(x_n(\sigma) - x(\sigma))^2\}^{\frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{3}}{2} \sqrt[4]{\pi} \frac{\sqrt{\sigma}}{|cp(\sigma, \omega)| \text{SNR}_i}.$$

这里输入信噪比 $\text{SNR}_i = A/n_0$. 最后得:

$$\text{SNR}_0 = \frac{A|cp(\sigma, \omega)|}{\sqrt{2\pi}\sigma^3} = \frac{4\sqrt{\sigma}}{\sqrt{30}\sqrt[4]{\pi}} \text{SNR}_i |cp(\sigma, \omega)|.$$

$$\left(\frac{15n_0^2}{16\sqrt{\pi}\sigma^7}\right)^{\frac{1}{2}}$$

2. 实验结果

本节用实验方法估算受噪声干扰后零交的偏差 $\{E(x_n(\sigma) - x(\sigma))^2\}^{1/2}$, 且把实验结果与理论结果进行比较. 实验中使用的四种基本的离散边界模型为:

$$\text{阶跃边: } f_s(x) = \begin{cases} 75, & 1 \leq x \leq 199, \\ 175, & 200 \leq x \leq 400. \end{cases} \quad \text{这里 } A = 100;$$

$$\text{斜坡边: } f_s(x) = \begin{cases} 75, & 1 \leq x \leq 194, \\ 75 + 10(x - 195), & 195 \leq x \leq 205, \text{ 这里 } \omega = 5, c = 10; \\ 175, & 206 \leq x \leq 400, \end{cases}$$

$$\text{脉冲边: } f_s(x) = \begin{cases} 75, & 1 \leq x < 190 \text{ 或 } 210 < x \leq 400, \\ 175, & 190 \leq x \leq 210, \end{cases} \quad \text{这里 } A = 100, \omega = 10;$$

$$\text{阶梯边: } f_s(x) = \begin{cases} 50, & 1 \leq x \leq 179, \\ 150, & 180 \leq x \leq 220, \text{ 这里 } A = 100, \omega = 20. \\ 250, & 221 \leq x \leq 400, \end{cases}$$

对每个边界模型 $f_s(x)$, $1 \leq x \leq 400$, 加高斯白噪声 $n_i(x)$ ($i = 1, 2, \dots, p$), 本文中 $p = 10$. 在两种输入信噪比 $\text{SNR}_i = 2$ 和 $\text{SNR}_i = 4$ 情况下对实验估算和理论值作出比较, 表 3.1—3.3 给出了结果, 从中可知理论值和实验值基本相符.

表 3.1 阶跃边

σ	$\text{SNR}_i = 2$			$\text{SNR}_i = 4$		
	实验值	理论值	相对误差	实验值	理论值	相对误差
5	1.18	1.29	9%	0.55	0.64	16%
10	1.62	1.82	-12%	0.89	0.91	2%
15	2.54	2.23	-12%	1.00	1.82	12%
20	2.90	2.58	-11%	1.30	1.29	-1%
25	3.51	2.88	-18%	1.55	1.44	-7%
30	3.74	3.15	-16%	1.82	1.58	-13%

表 3.2 斜坡边

σ	$\text{SNR}_i = 2$			$\text{SNR}_i = 4$		
	实验值	理论值	相对误差	实验值	理论值	相对误差
5	2.39	2.12	-11%	1.14	1.06	-7%
10	1.84	2.06	12%	1.10	1.03	-6%
15	2.10	2.36	12%	1.18	1.18	0%
20	2.81	2.66	5%	1.30	1.33	2%
25	3.35	2.94	-12%	1.38	1.47	7%
30	3.59	3.20	-11%	1.73	1.60	-8%

表 3.3 脉冲边

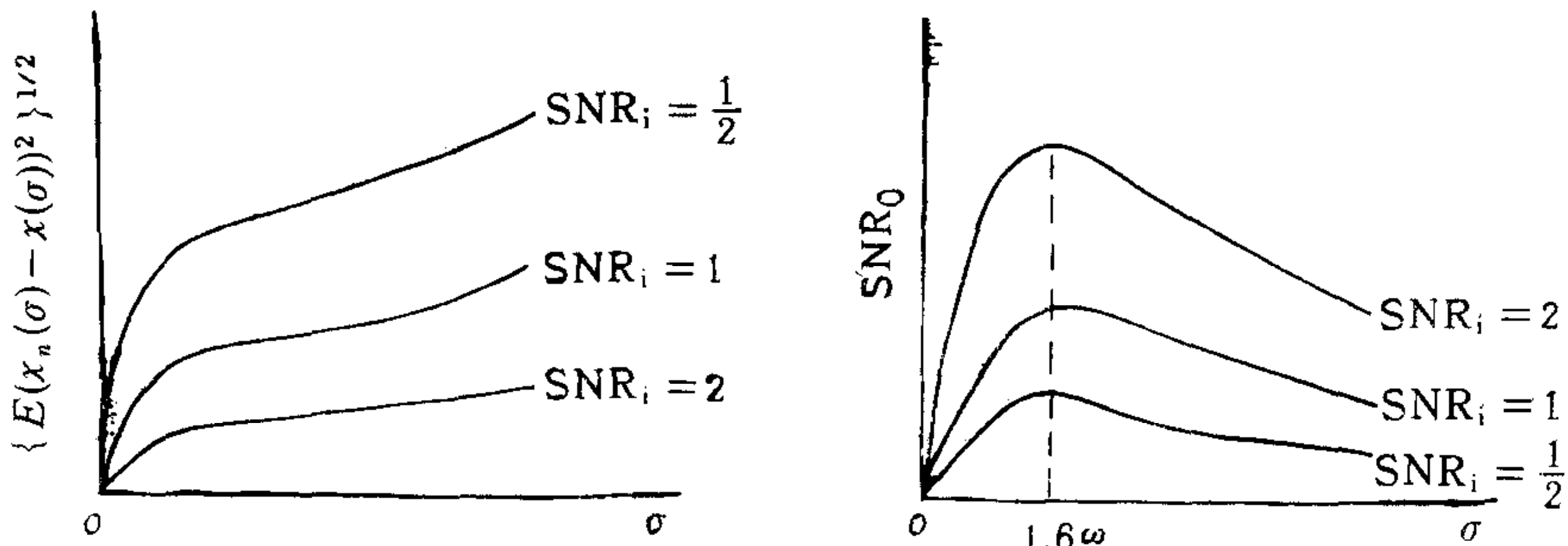
σ	$\text{SNR}_i = 2$			$\text{SNR}_i = 4$		
	实验值	理论值	相对误差	实验值	理论值	相对误差
5	1.10	1.28	16%	0.58	0.64	10%
10	1.73	1.42	-18%	0.74	0.71	-4%
15	2.02	1.84	-9%	0.95	0.92	-3%
20	2.86	2.51	-12%	1.26	1.25	-1%
25	3.12	3.30	6%	1.55	1.65	6%
30	4.55	4.42	-8%	2.43	2.10	-14%

3. 小结

当 σ 固定时, 零交偏差与输入信噪比成反比, 输出信噪比与输入信噪比成正比. 对固定的 SNR_i , 零交偏差和输出信噪比同 σ 的关系就比较复杂, 这些量之间的关系见图 3.

表 3.4 阶梯边

σ	$\text{SNR}_i = 2$			$\text{SNR}_i = 4$		
	实验值	理论值	相对误差	实验值	理论值	相对误差
5	1.22	1.29	6%	0.63	0.64	2%
10	1.92	1.83	-5%	0.95	0.92	-3%
15	2.64	2.86	8%	1.38	1.43	4%
20	7.45	7.11	-5%	6.38	5.98	-6%
25	6.76	5.51	-18%	3.11	2.75	-12%
30	4.10	3.54	-14%	2.10	1.77	-16%



脉冲边

图 3

过去无论是在提出边界算子,或是在分析边界算子性能时,通常采用的是最简单的边界模型,即阶跃边模型,因而通常认为零交偏差和输出信噪比是 σ 单调增加函数。事实上,从图 3 可知,只有阶跃边才有上述结果,对其他三种边界模型,零交偏差和输出信噪比与 σ 关系是复杂的。

参 考 文 献

- [1] Marr, D. and Hildreth, E., Theory of Edge Detection, Proc. R. Soc. Lond. B207 (1980), 187—217.
- [2] Shanmugam, K. S., Dickey, F. M. and Green J. A., An Optimal Frequency Domain Filter for Edge Detection in Digital Pictures, *IEEE-PAMI-1* (1979), No. 1, 37—49.
- [3] Torre, V. and Poggio, T., On Edge Detection, *IEEE-PAMI-8*(1986), No. 2, 147—163.
- [4] Asada, H. and Brady, M., The Curvature Primal Sketch, *IEEE-PAMI-8* (1986), No. 2, 2—14.
- [5] Babaud, J., Witkin, A. and Duda, R., Uniqueness of the Gaussian Kernel for Scale-Space Filtering, *IEEE-PAMI-8* (1986) No. 1, 26—33.
- [6] Mokhtarian, F. and Mackworth, A., Scale-Based Description and Recognition of Planar Curves and Two-Dimensional Shapes, *IEEE-PAMI-8* (1986), No. 1, 34—43.
- [7] Witkin, A., Scale-Space filtering, *IJCAI-8* Karlsruhe, West Germany, 1983, 1019—1021.
- [8] Yuille, A. L. and Poggio, T., Scaling Theorems for Zero-Crossings, *IEEE-PAMI-8* (1986), No. 1, 15—25.

RESEARCH CONCERNING THE $\nabla^2 G$ OPERATOR

Xie Zhaohui

(*Shanghai Jiaotong University*)

Wu Lide

(*Fudan University*)

ABSTRACT

(1) Several basic ideas for $\nabla^2 G$ as an edge detector are studied. Although these ideas are different, the results are similar. (2) The biological implications of $\nabla^2 G$ are discussed and the experiments testify the similarity between $\nabla^2 G$ and receptive fields DOG of retinal ganglion cells. (3) The noise resisting ability of $\nabla^2 G$ is analysed. The bias of zero-crossing and the output signal-noise ratio under the models of four typical kinds of edges corrupted by white noise are given, and these theoretical results are confirmed by experiments. The relations between bias of zero-crossing and output signal-noise ration and between parameter σ of $\nabla^2 G$ and input signal-noise ratio are presented.

Key words ——DOG; laplacian of gaussian; edge detector; zero-crossing.