第16卷 第3期 自动化学报 Vol. 16, No. 3
1990年5月 ACTA AUTOMATICA SINICA May, 1990

二维图形的二叉树表示

陈礼民 吕士森
（山西大学） （山西自动化所）

摘 要

用二叉树表示二维图形的一个重要优点是层次分明. 分层对图形的识别和分析是很有用的，但是这要求每一分层对原图能保真. 本文取弧的惯量为特性值，用线生长法[1]来构造二叉树的方法，取得图形分层表示的好结果.

关键词——计算机视觉，2-D 图形，图形分析，二叉树，保真性.

一、引 言

二维图形的表示是图象处理、模式识别、计算机视觉等多种学科的一个基本问题，有着许多表示方法，如：链码[2]、多边形近似[3]、富氏描述子[4]、线段匹配[5]、霍夫曼变换[6,7]等. 对于数据量较大的图形，用不带指针的树形结构来描述是有意义的[8,9]. 树结构表示具有简捷、使用方便和分层结构等特点. 分层的不同层次反映不同精度，对分析和判别很有用. 但要做到这一点，必须要求图象的分层有一定的保真性，即各分层图的主要轮廓和原图是近似的，否则分层意义不大. 为此，在图形的二叉树形成过程中，边和边的合并采用多边形近似算法. 这种算法使一次近似产生的误差小于给定小值e，所以图形的保真性基本上取决于对允许误差的控制. 在一般多边形近似算法中，近似所产生的误差是用数字弧的弦上高来衡量的，端点不固定情况也基本上如此. 可以近似的判据是 $h \leqslant e$，h 是弧的高，e 是给定的允许误差. e 越小，近似时偏差越小，保真性就越高. 但是在树结构的形成过程中，h 不能只取小值，引出两个不可忽略的问题：保真性和唯一性，即如何来达到较好的保真性和图形表示的唯一性. 就后者来讲，迄今为止绝大多数的多边形近似算法其结果对起点是敏感的，且随着 e 的取值变大，情况会变得很严重. 即图形形状可能随着起点不同而变得差别很大. 总之，本文将主要讨论表示的唯一性和较好的保真性，并介绍一种新的近似算法和判据来实现上述要求.

二、图形的唯一性算法——线生长法

在多边形近似中，为了获得结果的唯一性，本文采用弧的局域极小特性值作为数字

本文于1987年7月7日收到.

弧直线化的判据，提出了一个新算法．这种算法能保证近似的结果和起点无关，参见文献[1]．

定义 1． 数字弧：两个或两个以上的线段组成的曲线称为数字弧或简称弧．弧的弦是指连接弧的两个端点的直线，弧的高是弧上各点到其弦的最大距离．

定义 2． 弧的惯量：一条曲线对其弦的转动惯量可以定义为积分 $\int_l h^2(l)dl$，$h(l)$ 是弦上高．由两个线段组成的弧，其惯量正比于 h^2d，这里 h 是弧的高，d 是弧的弦．以后主要用到两个线段组成的弧，所以定义 h^2d 为弧的惯量．

定义 3． 弧的邻接弧：一段打算处理的弧称为考察弧，而弧的邻接弧是指考察弧邻域中所有的弧．所谓考察弧的邻域是指在线段合并过程中，可能和考察弧发生争夺线段的所有的弧的所在区域．

考虑到概率和速度，这里的争夺只考虑到下一层为止．具体体现在一次计算述及的线段数目上．令 AB 为考察弧，由线段 L_i，L_{i+1} 组成，则 AB 的邻接弧是指：$L_{i-2}L_{i-1}$、$L_{i-1}L_i$、$L_{i+1}L_{i+2}$、$L_{i+2}L_{i+3}$ 四条弧．

定义 4． 局域极小特性值弧：若考察弧的特性值小于或等于它的邻接弧的特性值，则称它为局域极小特性值弧，相等情况只允许出现在考察弧和它的左邻之间．

树结构形成算法——线生长法：

1）将组成曲线的线段 L_1、L_2、$\cdots L_n$ 等存入当前表中；2）考察曲线中由 L_i、L_{i+1} 组成的第 i 个弧时，当前表中指针 P 指向线段 L_i；3）在考察弧和它的邻域中，判断考察弧是否是局域极小值弧．若是，用弧的弦替代之，并把该弦存入暂存表中，指针 P 加二，否则将 L_i 存入暂存表，P 加一；4）若 P 未指到表尾，执行第二步，否则复制暂存表到当前表，P 回到表首，执行第二步；5）若暂存表中元素个数小于 4 时，进入尾部处理，得树根．当前表的内容即树的一层结点．

使用上述算法得到的结果是唯一的，笔者在文献[1]中给出了证明．

三、特性值的选择

通常特性值是取弧的高，局域极小特性值弧是局域中高最小即最接近直线的弧，所以直线化后保真性较好．但是取弧的高 h 作为特性值有两个不可接受之处：1）当 h 偏到弧的弦外时，即弧和弦的夹角中有一个为钝角时，h 最小的弧不再意味着一定是最接近直线的弧；2）对于针状干扰，由于 h 很大不易被吸收掉，往往会造成图形不可接受的增大．

一个改进的办法是利用数字弧的面积作为特性值．数字弧的面积是指弧和其弦所夹的面积．凹凸的区别可借助于正负记号．接近直线的弧有较小的面积，所以能优先直线化．上面提到的困难：钝角及面积很小的针状干扰已不成为问题了．但是面积作为特性值在保存图形的形状方面能力不强，有时会造成图形轮廓的较大丢失，见图 3，为此本文采用惯量作特性值．为了比较起见，图 1 给出了惯量和面积两个不同特性值的定值曲线．特性值为面积的是双曲线，在其上取两个点：(h_1, d_1)、(h_2, d_2)，其中 $h_1 = d_2$，$d_1 = h_2$．令 D_2 表示双曲线和 $h \leqslant h_2$，$d \geqslant d_2$ 所围成的区域，D_1 表示双曲线和 $h \geqslant h_1$，$d \leqslant d^1$

所围成的区域．当 h_2 是小值时，D_2 表示接成直线的长弧所在区域，D_1 是曲率大的短弧所在区域．

对于随机变量 h、d，一般有均匀的概率分布．所以

$$P\{(h,\ d)\in D_1\}=P\{(h,\ d)\in D_2\}$$

成立，即面积作为弧的特性值进行直线化时，用长线段代替弧的可能性和用短线段是一样的．对于惯量作特性值情况，同样可以取两点：$(a/h^2,\ h_2)$，$(h_2,\ a/h_2)$ 和两个区域：D_1、D_2．可以证明 $D_2>D_1$，所以有 $P\{(h,\ d)\in D_1\}<P\{(h,\ d)\in D_2\}$ 成立．这说明用惯量作特性值进行直线化，有利于用长线段代替数字弧．所以在大多数情况下，将能较好地保留图形的轮廓．

四、实验结果

作为算法的应用和说明，可作三个实验．实验一是由 83 个线段组成的中国地图的分层表示，每层保持着主要形状，见图 2，第一层上有四个线段．所以图形用二叉树分层表示，可使不同国家的地图在高层，即树根附近就可以比较出差异来，既节省了内存又加快了处理速度．实验二对三个相似的火箭图形，用面积和惯量两种特性值分别进行处理，见图 3．从结果可见，在面积作为特性值时，各分层图形相似性差，且变化较乱．这种情况下，分层表示就失去了意义．而使用惯量作特性值，能使各分层图形较好地保持原图的轮廓．实验三是用三种特性值对“搬手”进行多边形近似处理，见图 4．图中粗实线、点划线、虚线分别表示以惯量、面积、高作为特性值进行多边形近似的高层结果．为了增加考察范围，对图形还作了拉长和压缩 20% 的形变，结果都显示了惯量法保持轮廓最好．

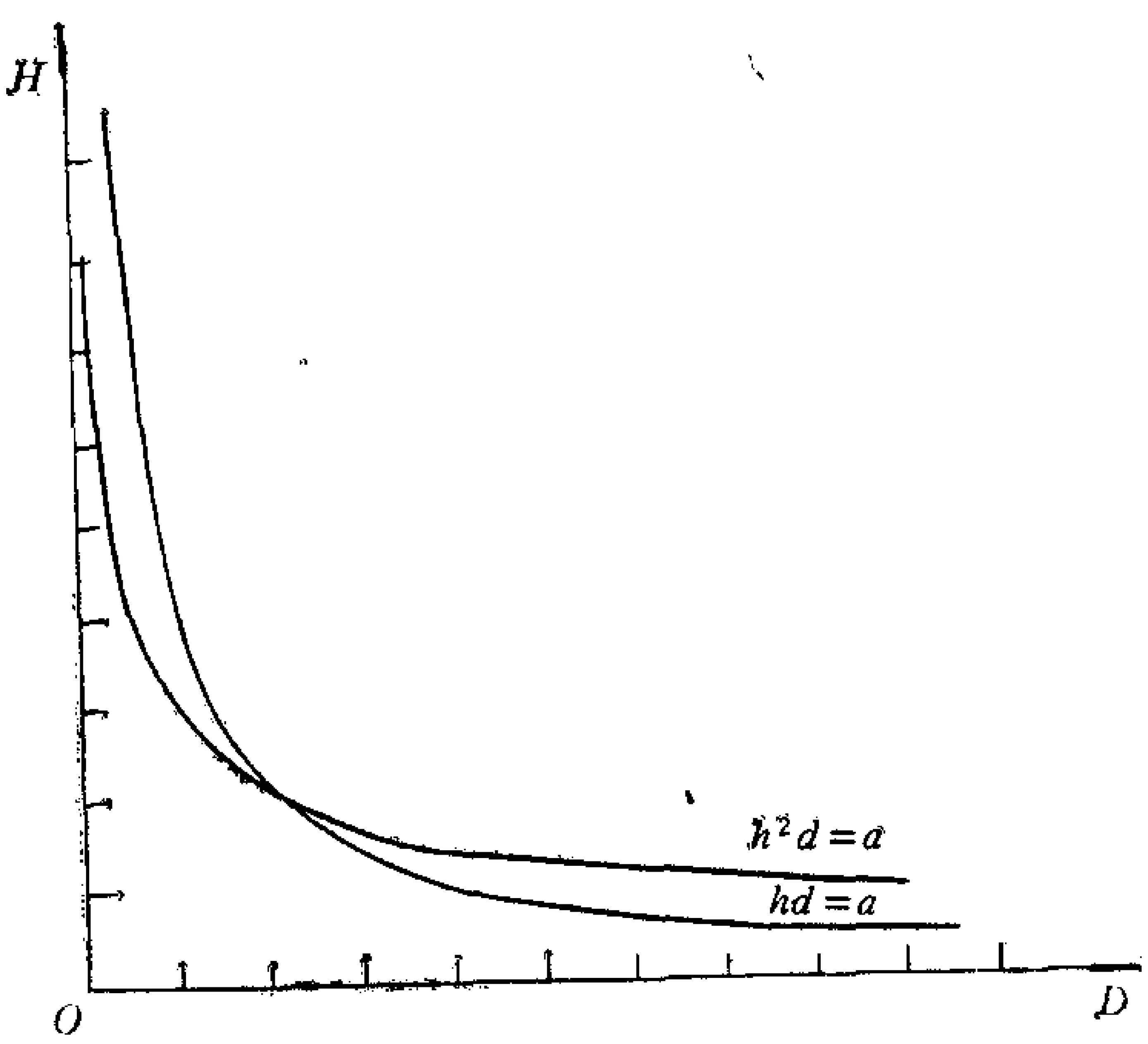

图 1 特性值曲线

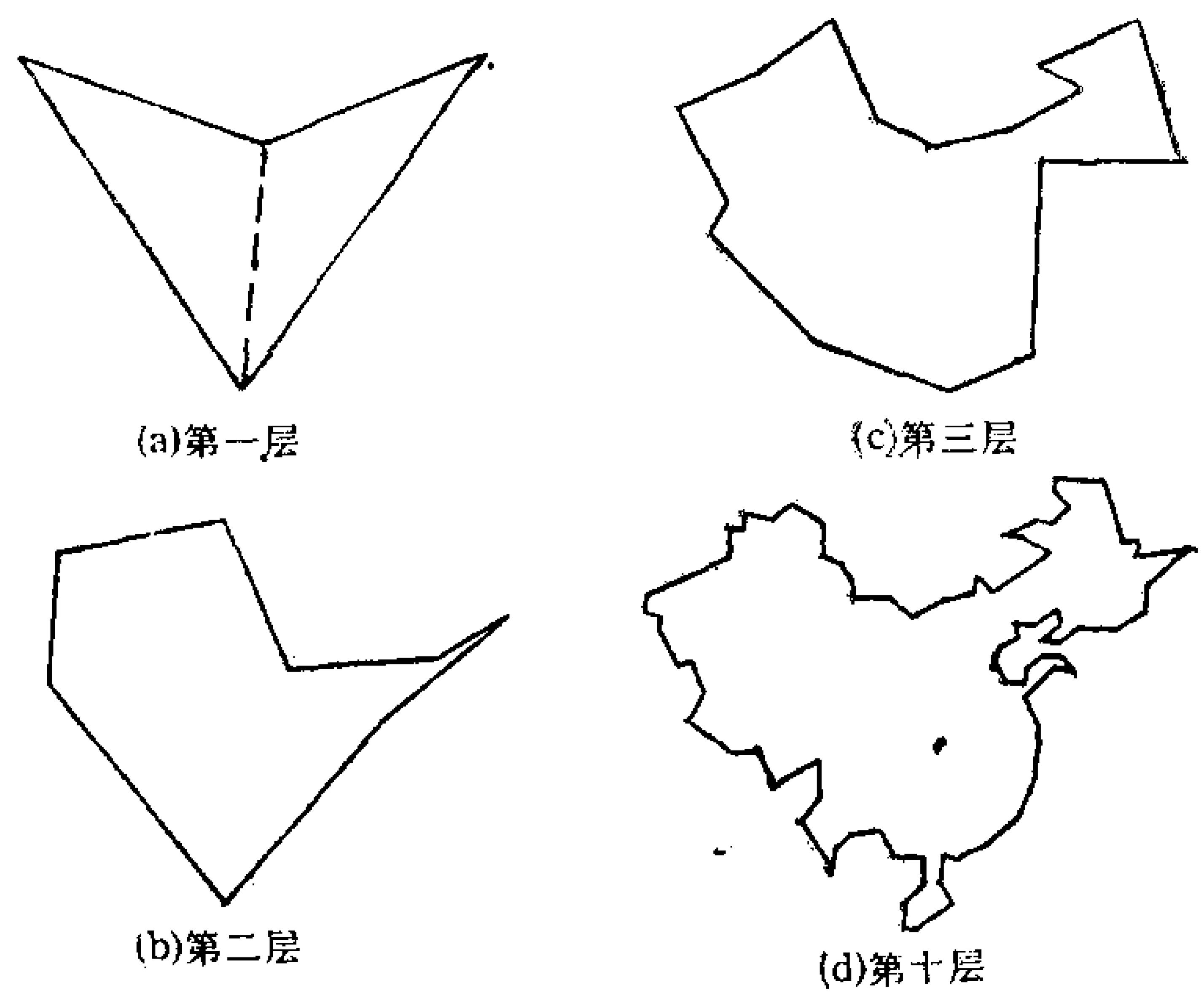

图 2 中国地图分层表示

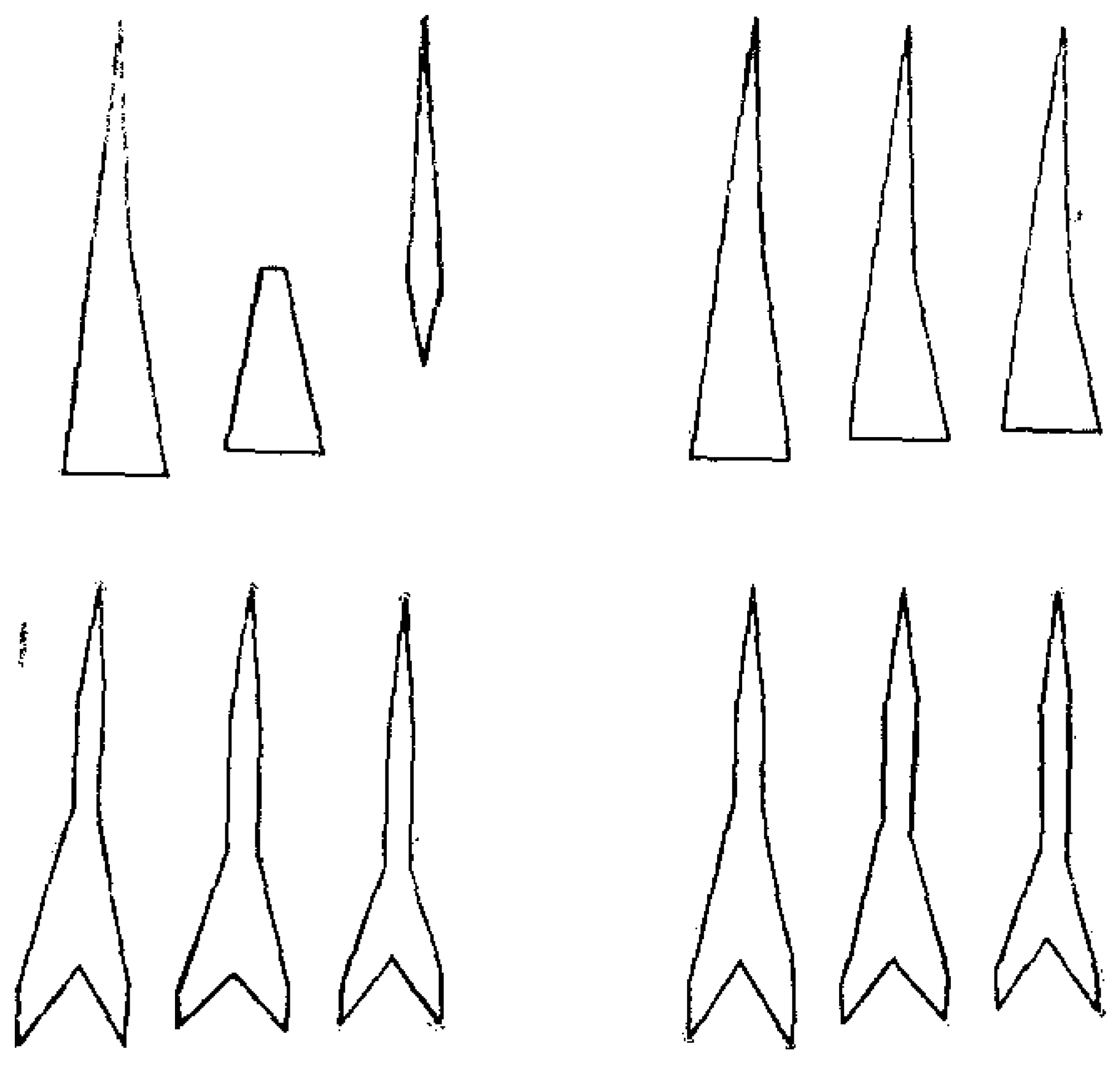

图3 特性值对分层图形的影响
(a) 用面积做特性值形成的分层图
(b) 用惯量做特性值形成的分层图

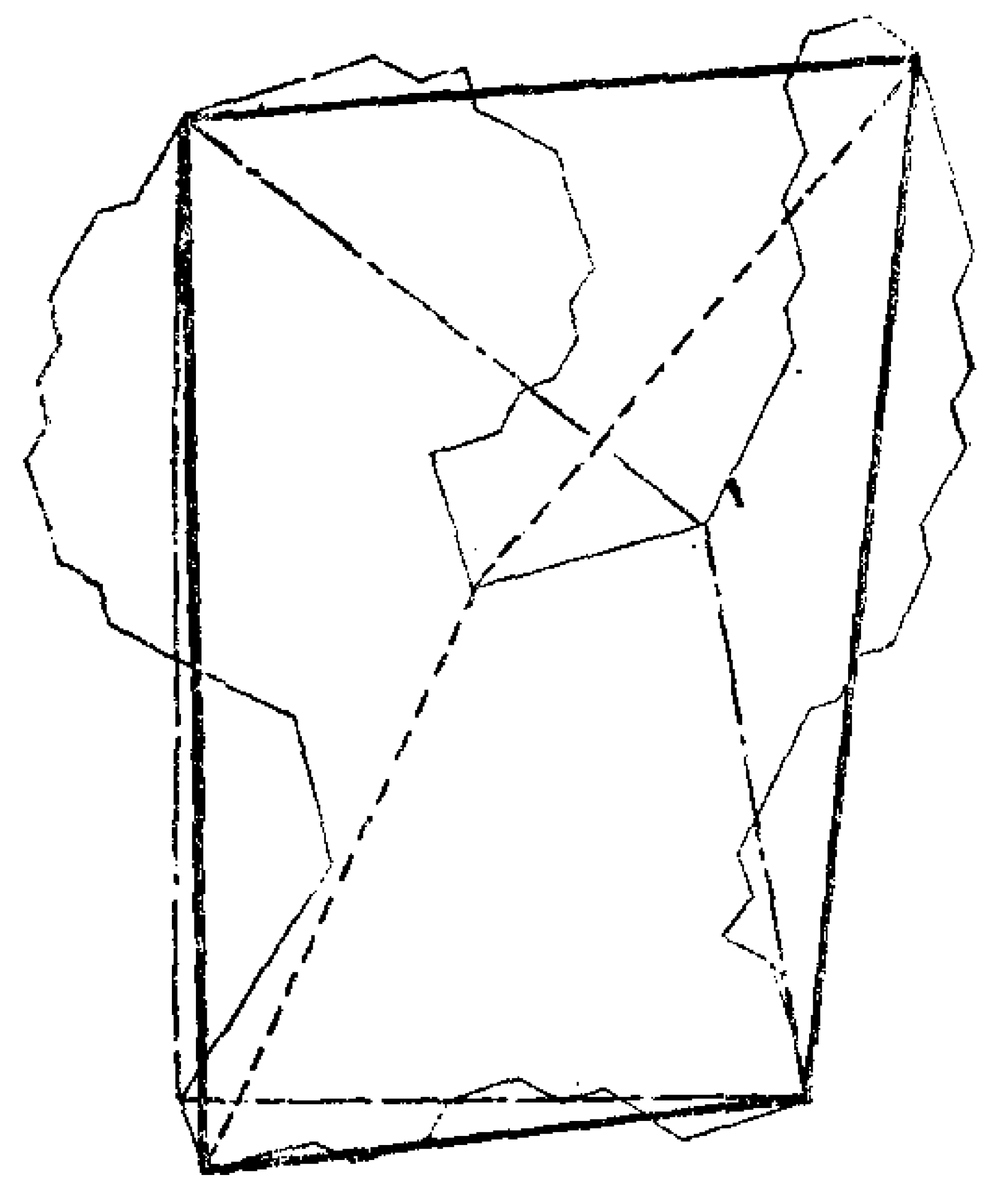

图4 特性值对图形轮廓的影响

五、结 论

用树结构来表示 2-*D* 图形时，由于边和边合并的判据中允许误差的增大，分层图形的保真性成为重要问题。本文采用惯量作为特性值用线生长法进行多边形近似，获得较好保真效果。

参 考 文 献

[1] Chen, L. and Len, J. G., Polygonal Approximation of 2-D Shape by Line Growing. Proceedings of the 5th Annual International Phoenix Conference on Computers and Communications, 491—496, (1986).

[2] Freeman, H., Computer Processing of Line Drawing Images, Computer Surveys, **7**(1974), 1, 57—97.

[3] Pavlidis, T., Structure Pattern Recognition, Springer-verlay, Berlin-Heidelberg-New York, (1977).

[4] Person, E. and F, K. S., Shape Discrimination Using Fourier Descriptors. Proc. of the 2nd IJCRP, 126—130, (1974).

[5] Bhanu, B. and Faugeras, O. D., Shape Matching of Two-dimensional Objects. *IEEE Trans. On PAMI*, **PAMI-6** (1984), 2, 137—156.

[6] Duda, R. O. and Hart, P. E., Use of The Hough Transformation to Detect Lines and Curves in Pictures. Comm. ACM, **15**(1972), 1, 11—15.

[7] Ballard, D. H. and Sabbab, D., Viewer Independent Shape Recognition. *IEEE Trans. On PAMI*, **PAMI-5** (1983), 653—660.

[8] Samet, H., The Quadtree and Related Hierarchical Data Structures. Compution Surveys, **16** (1984), 2, 187—260.

[9] Samet, H. and Webber, R. E., Using Quadtrees to Represent Polygonal Maps. Proc. of CVPR 83. Washington. DC. 127—132, (1983).

BINARY TREE REPRESENTATION OF 2-D SHAPE

CHEN LIMIN

(*Shanxi University*)

LU SHISEN

(*Shanxi Automation Institute*)

ABSTRACT

One of the important advantages of representing 2-D shape by binary tree its clear hierarchy. This is very useful to a shape analysis and recognition. However, it is required that every level shape of image must be faithful to the shape of the original picture. In this paper, the binary tree representation of 2-D shape is discussed, the arc inertia is taken as a new feature value to merge the edges, and the Line Growing Algorithm is used to build the binary tree. Good results have been achieved by this method.

Key words ——Computer vision; image processing; 2-D shape; shape analysis; binary tree.