

一种新的间接自适应前馈控制算法 及其应用¹⁾

柴天佑
(东北工学院)

摘 要

本文提出的单变量随机间接自适应控制算法适于控制大滞后的系统。它不仅能消除可测干扰的影响,而且可以应用到多变量系统实现自适应解耦控制。该算法即使用于非最小相位系统也具有全局收敛特性。本文还介绍了该算法在多变量电加热系统中的应用。

关键词——间接自适应控制,前馈控制,全局收敛性。

一、前 言

基于预报控制的随机直接自适应控制算法^[1,2]已成功地应用于实际,它们的稳定性和收敛性分析也建立起来^[3,4]。这些算法可直接辨识控制器的参数。对于大滞后系统,辨识参数增多,计算量增加。间接算法控制大滞后系统时,辨识参数不增加,而且可直接将算法的全局收敛性分析所假设的正实条件与被控系统的参数联系起来。间接自适应算法^[5]要求被控对象是最小相位。文[6]提出了全局收敛的直接自适应前馈控制算法,文[7]提出了在线校正加权项的直接自适应前馈控制算法,并应用于多变量系统实现自适应解耦控制,但缺乏全局收敛性分析。本文将提出全局收敛的间接自适应前馈控制算法并讨论如何应用该算法自适应解耦控制多变量电加热系统。

二、间接自适应前馈控制算法

设被控对象由下列 ARMAX 模型描述:

$$A(z^{-1})y(t) = B(z^{-1})u(t-k) + B_2(z^{-1})v(t-k_2) + C(z^{-1})\xi(t), \quad (2.1)$$

式中 y 、 u 、 v 分别表示系统输出、输入和有界可测干扰; k 和 k_2 是与 u 和 v 有关的延时且 $k \leq k_2$; A 、 B 、 B_2 和 C 是 z^{-1} 的多项式且 $B(0) \neq 0$, C 稳定。噪声 $\{\xi(t)\}$ 是对于递增的 σ 代数 $\{F_t, t \in N\}$ 的鞅差序列,且

$$E\{\xi(t)/F_{t-1}\} = 0 \text{ a.s.}, \quad E\{\xi(t)^2/F_{t-1}\} < \infty \text{ a.s.}, \quad \limsup_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \xi(t)^2 < \infty \text{ a.s.} \quad (2.2)$$

1) 冶金工业部科研基金项目。
本文于1987年12月21日收到。

引入下列性能指标:

$$J = E\{[P(z^{-1})y(t+k) - R(z^{-1})w(t) + Q(z^{-1})u(t) + S(z^{-1})v(t+k-k_2)]^2/F_t\} \\ = E\{e(t+k)^2/F_t\}, \quad (2.3)$$

其中 w 表示已知有界参考输入, P 、 Q 、 R 和 S 是 z^{-1} 的加权多项式.

定理 1. (1) $\phi(t+k) = P(z^{-1})y(t+k)$ 的最优预报 $\phi^*(t+k/t)$ 为

$$\phi^*(t+k/t) = G(z^{-1})y(t) + B(z^{-1})E(z^{-1})u(t) + B_2(z^{-1})E(z^{-1})v(t+k-k_2) \\ + N(z^{-1})\xi(t), \quad (2.4)$$

式中 z^{-1} 的多项式 G 、 E 和 N 满足

$$P(z^{-1}) = A(z^{-1})E(z^{-1}) + z^{-k}G(z^{-1}), \quad (2.5)$$

$$C(z^{-1})E(z^{-1}) = F(z^{-1}) + z^{-k}N(z^{-1}). \quad (2.6)$$

(2) 使性能指标(2.3)式极小的最优控制律为

$$\phi^*(t+k/t) = R(z^{-1})w(t) - Q(z^{-1})u(t) - S(z^{-1})v(t+k-k_2), \quad (2.7)$$

(2.3) 式的极小值:

$$E\{e(t+k)^2/F_t\} = E\{[F(z^{-1})\xi(t+k)]^2/F_t\} = \gamma^2. \quad (2.8)$$

(3) 闭环系统方程为

$$(PB + QA)y(t) = BRw(t-k) + (QB_2 - BS)v(t-k_2) + (BF + QC)\xi(t). \quad (2.9)$$

证明. (1)用 E 乘以(2.1)式两边并利用(2.5)式、(2.6)式和噪声的性质(2.2)式可得(2.4)式;(2)注意 $\phi(t+k) = \phi^*(t+k/t) + F(z^{-1})\xi(t+k)$, 然后代入(2.3)式可得(2.7)式和(2.8)式;(3)由(2.4)式和(2.7)式得到 $u(t)$ 的表达式, 然后代入(2.1)式化简得(2.9)式.

当系统的参数未知时, 采用下列辨识算法:

$$\hat{\theta}(t) = \hat{\theta}(t-1) + \frac{\alpha}{\hat{\gamma}(t-1)} \hat{x}(t-1)[y(t) - \hat{x}(t-1)^T \hat{\theta}(t-1)], \quad \alpha > 0, \quad (2.10)$$

$$\hat{\gamma}(t) = \hat{\gamma}(t-1) + \hat{x}(t-1)^T \hat{x}(t-1), \quad \hat{\gamma}(0) = 1, \quad (2.11)$$

式中 $\hat{\theta}(t)$ 是 θ 在 t 时刻的估计, θ 和 $\hat{x}(t-1)$ 为

$$\theta = [-a_1, \dots, -a_{n_a}, b_0, \dots, b_{n_b}, b_{20}, \dots, b_{2n_{b_2}}, c_1, \dots, c_{n_c}]^T, \\ \hat{x}(t-1) = [y(t-1), \dots, y(t-n_a); u(t-k), \dots, u(t-k-n_b); \\ v(t-k_2), \dots, v(t-k_2-n_{b_2}); \hat{\xi}(t-1), \dots, \hat{\xi}(t-n_c)]^T, \\ \hat{\xi}(t) = y(t) - \hat{x}(t-1)^T \hat{\theta}(t-1). \quad (2.12)$$

间接自适应控制算法为

- (1) 采用(2.10)~(2.12)式算法辨识参数 A 、 B 、 B_2 和 C ;
- (2) 由(2.5)、(2.6)式求 t 时刻的值 E_t 、 G_t 、 N_t 和 F_t ;
- (3) 由(2.4)式求 $\phi^*(t+k/t)$ 在 t 时刻的估计 $\hat{\phi}^*(t+k/t)$;
- (4) 由(2.4)、(2.7)式求出控制输入 $u(t)$.

其中加权项 P 和 Q 离线选择, R 和 S 在线选择如下:

$$P = 1, \quad Q = \lambda, \quad \lambda \geq 0 \quad \text{且} \quad B(z^{-1}) + \lambda A(z^{-1}) \neq 0 \quad \text{对于} \quad |z| \geq 1. \quad (2.13)$$

$$R_t = 1 + \lambda A_t(1)/B_t(1), \quad (2.14)$$

$$S_t = \lambda B_{2t}(1)/B_t(1). \quad (2.15)$$

由(2.9)式知:按(2.14)式选择 R_t 和 S_t 可以消除可测干扰和稳态跟踪误差. 由下面稳定性分析知按(2.13)式选择 P 和 Q 可以保证自适应算法全局收敛.

三、全局收敛性分析

引理1. 假设 $[C - \alpha/2]$ 严正实, 算法(1)–(4)具有

$$(1) \|\hat{\theta}(t)\| \leq M < \infty \quad \forall t \text{ a. s.};$$

$$(2) \|\hat{\theta}(t) - \hat{\theta}(t-1)\| \rightarrow 0 \text{ 当 } t \rightarrow \infty, \text{ a. s.};$$

$$(3) \sum_{t=1}^{\infty} \|\hat{\theta}(t) - \hat{\theta}(t-d)\|^2 < \infty, \quad d \text{ 为任意有限正数, a. s.};$$

$$(4) \sum_{t=1}^{\infty} z(t)^2/\hat{\gamma}(t) < \infty, \text{ a. s., } z(t-1) = \hat{\xi}(t) - \xi(t).$$

证明. 类似文 [5] 的证明.

引理2. 当算法(1)–(4)应用于系统(2.1)时, 系统的输入和输出特性为

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} (PB + QA) + B(\hat{E} \cdot \bar{A} - \hat{E}\hat{A}) & B(\hat{E}\hat{B} - \hat{E} \cdot \bar{B}) \\ A(\hat{E} \cdot \bar{A} - \hat{E}\hat{A}) & A(\hat{E}\hat{B} - \hat{E} \cdot \bar{B}) + (PB + QA) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y(t+k) \\ u(t) \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} BR_t \\ AR_t \end{bmatrix} w(t) + \begin{bmatrix} B[\hat{F} + (\hat{E} \cdot \bar{C} - \hat{E}\hat{C})] \\ A[\hat{F} + (\hat{E} \cdot \bar{C} - \hat{E}\hat{C})] \end{bmatrix} z(t+k-1) \\ & \quad - \begin{bmatrix} (QB_2 - BS_t) + B(\hat{E} \cdot \bar{B}_2 - \hat{E}\hat{B}_2) \\ -(PB_2 + AS_t) + A(\hat{E} \cdot \bar{B} - \hat{E}\hat{B}_2) \end{bmatrix} v(t+k-k_2) \\ & \quad + \begin{bmatrix} QC + B[\hat{F} + (\hat{E} \cdot \bar{C} - \hat{E}\hat{C})] \\ PC + A[\hat{F} + (\hat{E} \cdot \bar{C} - \hat{E}\hat{C})] \end{bmatrix} \xi(t+k), \end{aligned} \quad (3.1)$$

式中 \hat{A} 表示 t 时刻估计, \bar{A} 表示 $(t+k-1)$ 时刻估计且

$$\hat{A}\hat{B} = A_t(z^{-1})B_t(z^{-1}) = \sum_i \sum_j \hat{a}_i(t)\hat{b}_j(t)z^{-i-j} = \hat{B}\hat{A},$$

$$\bar{A} = A_{t+k-1}(z^{-1}) = A(t+k-1, z^{-1}), \quad (3.2)$$

$$\hat{A} \cdot \hat{B} = A_t(z^{-1}) \cdot B_t(z^{-1}) = \sum_i \sum_j \hat{a}_i(t)\hat{b}_j(t-i)z^{-i-j} \neq \hat{B}\hat{A}. \quad (3.3)$$

证明. 由(2.12)式和(3.3)式得:

$$\begin{aligned} \hat{\xi}(t+k) &= y(t+k) - \hat{x}(t+k-1)^T \hat{\theta}(t+k-1) \\ &= \bar{A}y(t+k) - \bar{B}u(t) - \bar{B}_2v(t+k-k_2) - (\bar{C} - 1)\hat{\xi}(t+k), \end{aligned} \quad (3.4)$$

由(3.4)式和 $z(t-1)$ 的定义可得 $\bar{C}z(t+k-1)$ 的表达式, 然后用 \hat{E} 乘以此式的两边并利用算法(2)–(4)得:

$$\begin{aligned} & Py(t+k) - R_t w(t) + Qu(t) + S_t v(t+k-k_2) \\ &= (\hat{E}\hat{A} - \hat{E}\bar{A})y(t+k) + (\hat{E}\bar{B} - \hat{E}\hat{B})u(t) + (\hat{E}\bar{B}_2 - \hat{E}\hat{B}_2)v(t+k-k_2) \\ & \quad + [\hat{F} + (\hat{E}\bar{C} - \hat{E}\hat{C})]z(t+k-1) + [\hat{F} + (\hat{E}\bar{C} - \hat{E}\hat{C})]\xi(t+k), \end{aligned} \quad (3.5)$$

分别用 B 和 A 乘(3.5)式并使用(2.1)式可得(3.1)式.

定理 2. 假设：(1) 延时 k 和 k_2 已知；(2) 系统阶次 n_a 、 n_b 、 n_{b2} 和 n_c 上界已知；(3) $[C(z^{-1}) - \alpha/2]$ 严正实；(4) 离线选择 P 和 Q 使 $P(z^{-1})B(z^{-1}) + Q(z^{-1})A(z^{-1})$ 稳定，自适应算法(1)–(4)用于系统(2.1)时，则以概率 1 ($wp1$) 有

$$\limsup_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N y(t)^2 < \infty, \quad \limsup_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N u(t)^2 < \infty, \quad (3.6)$$

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N E\{e(t+k)^2 / F_t\} = \gamma^2. \quad (3.7)$$

证明. 由于 A_t 、 B_t 、 B_{2t} 、 C_t 的系数以 $wp1$ 有界，求解 E_t 、 G_t 、 F_t 、 N_t 的方程(2.5)、(2.6)的相关 Sylvester 矩阵具有有界逆，所以 E_t 、 G_t 、 F_t 、 N_t 的系数以 $wp1$ 有界。由引理2、引理 1 的(3)和定理 2 的假设(4)知，当系统(3.1)的 t 充分大时以 $wp1$ 任意逼近稳定系统。采用文[3]引理 A. 1、Kronecker 引理及本文引理 1 的(4)，并使用类似文[7]的分析方法，可得 $\lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N z(t)^2 = 0$ a. s.，从而得 $\limsup_{N \rightarrow \infty} \frac{\hat{\gamma}(N)}{N} < \infty$ a. s.，于是得(3.6)式。由 \hat{F} 、 \hat{E} 、 \hat{C} 、 \hat{C} 以 $wp1$ 有界知：

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \{[\hat{F} + (\hat{E}\hat{C} - \hat{E}\hat{C})]z(t+k-1)\}^2 = 0 \text{ a. s.} \quad (3.8)$$

由(2.3)、(3.5)式经过数学处理得：

$$e(t+k) = [\hat{F} + (\hat{E}\hat{C} - \hat{E}\hat{C})]z(t+k-1) + \hat{E}[x(t+k-1)^T \hat{\theta}(t+k-1) - x(t+k-1)^T \hat{\theta}(t)] + (\hat{F} - F)\xi(t+k) + F\xi(t+k), \quad (3.9)$$

式中 $x(t)$ 表示将 $\hat{x}(t)$ 中的 $\hat{\xi}(t-1), \dots, \hat{\xi}(t-n_c)$ 用 $\xi(t-1), \dots, \xi(t-n_c)$ 代替的数据向量。定义 $\gamma(t) = \gamma(t-1) + x(t)^T x(t)$ ， $\gamma(0) = 1$ 。由(3.6)式、引理 1 的(1)和(3)、Kronecker 引理，采用证明(3.8)式类似方法可证

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \{\hat{E}[x(t+k-1)^T [\hat{\theta}(t+k-1) - \hat{\theta}(t)]]\}^2 = 0 \text{ a. s.} \quad (3.10)$$

采用文[5]方法可证 $\lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{t=1}^N [(\hat{F} - F)\xi(t+k)]^2 = 0$ a. s.。由(3.8)–(3.10)式和许瓦尔兹不等式可得(3.7)式。

四、自适应控制多变量电加热系统

一类多输入多输出系统可以表示为

$$A_i(z^{-1})y_i(t) = B_{ii}(z^{-1})u_i(t-k_i) + \sum_{j=1, j \neq i}^n B_{ij}(z^{-1})u_j(t-k_{ij}) + C_i(z^{-1})\xi_i(t), \quad i = 1, \dots, n. \quad (4.1)$$

用本文提出的方案来控制多变量系统的思想是将第 i 个环的第 j 个输入 u_j ($i = 1, \dots, n, j \neq i$) 当作可测干扰而抵消。可以采用类似算法(1)–(4)来控制系统(4.1)，只是 B_2 、 $v(t)$ 、 S_t 分别用 B_{ij} 、 $u_j(t)$ 、 S_{ijt} ($i, j = 1, \dots, n, i \neq j$) 来代替。

作者采用上述算法自适应控制实际双输入双输出电加热炉，其模型为

$$\begin{bmatrix} 1 - 0.7319z^{-1} - 0.2518z^{-2} & 0 \\ 0 & 1 - 1.046z^{-1} + 0.0587z^{-2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1(t) \\ y_2(t) \end{bmatrix} \\ = \begin{bmatrix} 0.0357 + 0.0508z^{-1} & 0.0068z^{-1} + 0.007z^{-2} \\ 0.001z^{-1} + 0.0001z^{-2} & 0.0228 + 0.023z^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1(t-1) \\ u_2(t-2) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \xi_1(t) \\ \xi_2(t) \end{bmatrix},$$

图 1 表示采用该算法后二段炉温的设定和输出曲线。采用本算法不仅使温度波动减小，而且使二段炉温之间的耦合作用也大大减小。

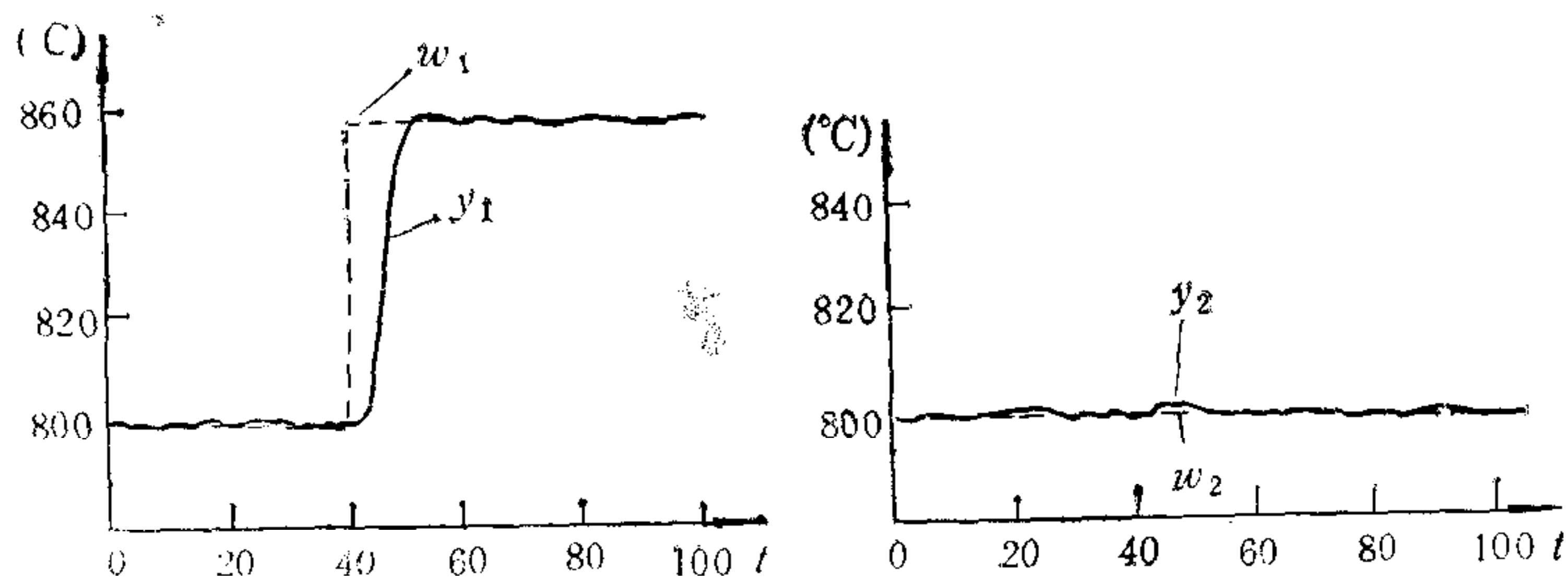


图 1 间接自适应前馈控制算法控温时设定值和输出曲线

六、结 论

本文提出了一种简单的基于广义最小方差策略的间接自适应前馈控制算法，给出了算法的全局收敛性证明。实际控制结果与理论分析相吻合。

参 考 文 献

- [1] Åström, K. J. and Wittenmark, B., On Self-tuning Regulators, *Automatica*, **9**(1973), **2**, 185—199.
- [2] Clarke, D. W. and Gawthrop, P. J., A Self-tuning Controller, *Proc. IEE*, **122** (1975), **9**, 929—935.
- [3] Goodwin, G. C., Ramadge, P. J. and Caines, P. E., Discrete Time Stochastic Adaptive Control, *SIAM J. Control Optimiz.*, **19**(1981), **6**, 829—853.
- [4] 柴天佑, Globally Convergent Self-tuning Controllers, *Int. J. Control*, **48** (1988), **2**, 417—434.
- [5] Fuchs, J. J., Indirect Stochastic Adaptive Control: The General Delay-White Noise Case, *IEEE Trans. Aut. Control*, **AC-27** (1982), **2**, 219—223.
- [6] 柴天佑, 郎世俊, 顾兴源, A Generalized Self-tuning Feedforward Controller and Multivariable Application, Proceedings of the 24th IEEE Conference on Decision and Control, 862—867, 1985, Florida, U. S. A.
- [7] 柴天佑, 一种新的自校正前馈控制器, *控制理论与应用*, **5**(1988), **3**, 30—37.

A NEW INDIRECT ADAPTIVE FEEDFORWARD CONTROL ALGORITHM AND ITS APPLICATIONS

CHAI TIANYOU

(Northeast University of Technology)

ABSTRACT

The SISO indirect stochastic adaptive control algorithm presented in this paper is suitable to control systems with large delay. It not only can cancel the effect of measurable disturbances but also can be applied to MIMO systems to realize adaptive decoupling control. This algorithm also has global convergence properties even for nonminimum phase systems. One of the applications of such an adaptive algorithm to a multivariable electric-heated system is also described.

Key words — Indirect adaptive control; feedforward control; global convergence.