

Kalman 滤波器在长输管道 泄漏诊断中的应用¹⁾

董东 王桂增

(清华大学自动化系)

摘 要

本文采用带时变噪声估计器的推广 Kalman 滤波方法,对长输管道的状态进行估计,并在此基础上,采用一定的诊断机制,实现对长输管道的泄漏诊断。实验结果表明,这种方法是有

效的。

关键词——泄漏诊断, Kalman 滤波器,长输管道。

一、引 言

随着长输管道工业的发展,对运行管道中的压力、流量等状态进行估计,并对泄漏等故障进行诊断愈来愈引起人们的注意^[1-2]。作者用 Kalman 滤波器较好地实现了对长输管道系统的状态估计。对状态方程中出现的统计时变噪声,采用带指数加权的噪声估计器进行自适应滤波。在状态估计的基础上,采用一定的诊断机制对管道的泄漏进行诊断。

二、长输管道系统状态方程的建立

设非线性系统的状态方程和观测方程为

$$\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{f}[\mathbf{x}(k), k] + \mathbf{w}(k), \quad (1)$$

$$\mathbf{y}(k) = \mathbf{G}(k)\mathbf{x}(k) + \mathbf{v}(k). \quad (2)$$

式中 $\mathbf{x}(\cdot)$ 为 n 维状态向量; $\mathbf{y}(\cdot)$ 为 r 维观测向量; $\mathbf{w}(\cdot)$ 为 n 维过程噪声; $\mathbf{v}(\cdot)$ 为 r 维观测噪声。设噪声的统计特性为

$$\begin{aligned} E[\mathbf{w}(k)] &= 0, \quad E[\mathbf{v}(k)] = 0, \\ E[\mathbf{w}(j)\mathbf{w}^T(k)] &= \delta_{jk}Q(k), \\ E[\mathbf{v}(j)\mathbf{v}^T(k)] &= \delta_{jk}R(k), \end{aligned} \quad \delta_{jk} = \begin{cases} 1, & j = k, \\ 0, & j \neq k. \end{cases}$$

则推广 Kalman 滤波器可表示成下面几步算法^[3]:

状态滤波

$$\hat{\mathbf{x}}(k|k) = \hat{\mathbf{x}}(k|k-1) + K(k)[\mathbf{y}(k) - \mathbf{G}(k)\hat{\mathbf{x}}(k|k-1)]; \quad (3)$$

状态预测

$$\hat{x}(k|k-1) = f[\hat{x}(k|k-1), k-1]; \tag{4}$$

增益阵

$$K(k) = P(k|k-1)G^T(k)[G(k)P(k|k-1)G^T(k) + R(k)]^{-1}; \tag{5}$$

滤波误差协方差阵

$$P(k|k) = [I - K(k)G(k)]P(k|k-1)[I - K(k)G(k)]^T + K(k)R(k)K^T(k); \tag{6}$$

预测误差协方差阵

$$P(k|k-1) = \frac{\partial f}{\partial x} \Big|_{\hat{x}(k-1|k-1)} P(k-1|k-1) \frac{\partial f^T}{\partial x} \Big|_{\hat{x}(k-1|k-1)} + \Theta(k-1). \tag{7}$$

式(7)中的 $\Theta(k-1)$ 不仅包括过程噪声的影响,还包括线性化误差带来的影响。

长输管道系统是一类分布参数非线性系统。为了对其状态进行估计,需要根据描述动态流动过程的偏微分方程,经过集总化处理,建立其状态方程,进而建立式(4)所示的状态预测方程及式(7)中的状态转移矩阵 $\Phi(k|k-1) = \frac{\partial f}{\partial x} \Big|_{\hat{x}(k|k)}$ 。

管道内液体的流动可以看成一维弹性波动问题。由流动的连续性原理和动量守恒原理,可以导出描述这一动态流动的偏微分方程^[4]

$$g \frac{\partial p}{\partial z} + V \frac{\partial V}{\partial z} + \frac{\partial V}{\partial t} + \frac{f}{2D} V^2 = 0, \tag{8}$$

$$V \frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{a^2}{g} \frac{\partial V}{\partial z} = 0. \tag{9}$$

式中 z 为管道轴线方向的坐标; $p = p(z, t)$ 为流体压力分布; $V = V(z, t)$ 为流体流速分布,当流速与 z 轴正方向一致时, V 为“+”; a 为流体中压力波的传播速度,通常 a 为常数; D 为管道内径; g 为重力加速度; f 为 Darcy-Weisbach 摩擦系数。

首先用特征线方法将偏微分方程(8)和(9)变换为特殊的微分方程(10)和(11)。因 a 为常数,在图 1 所示的 $z-t$ 平面上,特征线表现为直线 C^+ 和 C^- ^[4]。

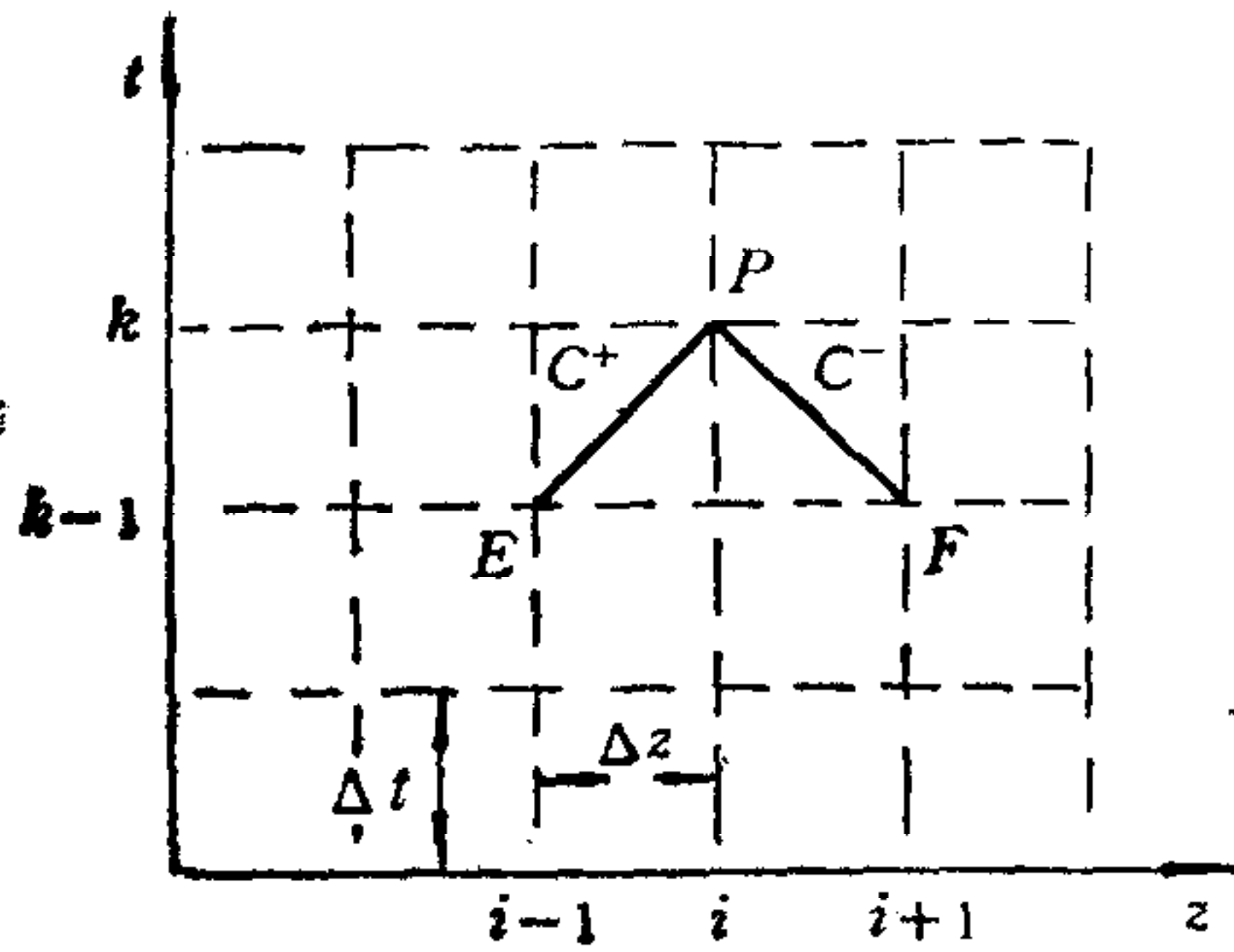


图 1 $z-t$ 平面上的特征线

在特征线 C^+ 上

$$C^+ \begin{cases} \frac{g}{aA} \frac{dp}{dt} + \frac{dQ}{dt} + \frac{f}{2DA} Q|Q| = 0, \\ \frac{dz}{dt} = +a. \end{cases} \tag{10}$$

在特征线 C^- 上

$$C^- \begin{cases} -\frac{g}{aA} \frac{dp}{dt} + \frac{dQ}{dt} + \frac{f}{2DA} Q|Q| = 0, \\ \frac{dz}{dt} = -a. \end{cases} \tag{11}$$

式中 A 为管道横截面积; Q 为流体体积流量, $Q = AV(z, t)$.

为将式(10)和(11)表示成有限差分的形式, 将管道分成 $(N - 1)$ 段, 并设每个分段点上有三个状态: 压力 p_i , 流量 Q_i 和泄漏量 L_i . 将式(10)和(11)沿特征线 \overline{EP} 和 \overline{PF} 积分并引入一阶近似, 则得

$$C^+: p_{i,k} = p_{i-1,k-1} - B[Q_{i,k} - (Q_{i-1,k-1} - L_{i-1,k-1})] - R(Q_{i-1,k-1} - L_{i-1,k-1})|Q_{i-1,k-1} - L_{i-1,k-1}|, \quad (12)$$

$$C^-: p_{i,k} = p_{i+1,k-1} + B[Q_{i,k} - L_{i,k} - Q_{i+1,k-1}] + RQ_{i+1,k-1}|Q_{i+1,k-1}|. \quad (13)$$

式中 $B = a/(gA)$, $R = f\Delta z/(2gDA^2)$, $\Delta z = a\Delta t$.

可以认为, 在管道两端无泄漏, 即 $L_1 = 0, L_N = 0$, 则 k 时刻的状态向量为

$$\mathbf{x}(k) = [p_1 Q_1 p_2 Q_2 L_2 \cdots p_{N-1} Q_{N-1} L_{N-1} p_N Q_N]^T.$$

状态 $p_{i,k}$ 的表达式中包含有平方项, 因而状态方程是非线性的. 为了用推广 Kalman 滤波器估计各分段点上的状态, 必须求出在估计点附近线性化后的状态转移矩阵 $\Phi(k|k-1)$.

由式(12)和(13)可得

$$\delta p_{i,k} + B\delta Q_{i,k} = \delta p_{i-1,k-1} + (B - 2R|Q_{i-1,k-1} - L_{i-1,k-1}|)\delta Q_{i-1,k-1} + (-B + 2R|Q_{i-1,k-1} - L_{i-1,k-1}|)\delta L_{i-1,k-1}, \quad (14)$$

$$\delta p_{i,k} - B\delta Q_{i,k} = \delta p_{i+1,k-1} + (-B + 2R|Q_{i+1,k-1}|)\delta Q_{i+1,k-1} - B\delta L_{i,k}. \quad (15)$$

设泄漏量不随时间变化, 即 $\delta L_{i,k} = \delta L_{i,k-1}$, 则可得

$$\delta \mathbf{x}(k) = \Phi(k|k-1)\delta \mathbf{x}(k-1).$$

式中

$$\Phi = \begin{bmatrix} \Phi_{pp} & \Phi_{pQ} & \Phi_{pL} \\ \Phi_{Qp} & \Phi_{QQ} & \Phi_{QL} \\ \Phi_{Lp} & \Phi_{LQ} & \Phi_{LL} \end{bmatrix},$$

$$\Phi_{pp} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{2} & \cdots & 0 \\ \frac{1}{2} & 0 & & 0 \\ \vdots & & & \\ \vdots & & & \frac{1}{2} \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} & 0 \end{bmatrix}, \quad \Phi_{pQ} = \begin{bmatrix} 0 & a_1 & \cdots & 0 \\ b_2 & 0 & & 0 \\ \vdots & & & \\ \vdots & & & a_{N-1} \\ 0 & 0 & b_N & 0 \end{bmatrix},$$

$$\Phi_{pL} = \begin{bmatrix} 0 & \cdots & 0 \\ -B/2 & & 0 \\ C_3 & & \\ \vdots & & \\ \vdots & -B/2 & \\ 0 & & C_N \end{bmatrix}, \quad \Phi_{Qp} = \begin{bmatrix} 0 & -B/2 & \cdots & 0 \\ B/2 & & & 0 \\ \vdots & & & -B/2 \\ \vdots & & & \\ 0 & & B/2 & 0 \end{bmatrix},$$

$$\Phi_{QQ} = \begin{bmatrix} 0 & d_1 & \cdots & 0 \\ e_2 & & & 0 \\ \vdots & & & \\ 0 & & & d_{N-1} \\ & & & e_N & 0 \end{bmatrix}, \quad \Phi_{QL} = \begin{bmatrix} 0 & \cdots & 0 \\ f_2 & & 0 \\ g_3 & & \\ \vdots & & \\ 0 & & f_{N-1} \\ & & g_N \end{bmatrix},$$

$$\Phi_{LQ} = 0, \quad \Phi_{LQ} = 0, \quad \Phi_{LL} = I.$$

$$a_i = \frac{1}{2} (-B + 2R | Q_{i-1, k-1} |),$$

$$b_i = \frac{1}{2} (B - 2R | Q_{i-1, k-1} - L_{i-1, k-1} |),$$

$$c_i = (-B + 2R | Q_{i-1, k-1} - L_{i-1, k-1} |),$$

$$d_i = \frac{1}{2B} (B - 2R | Q_{i+1, k-1} |),$$

$$e_i = \frac{1}{2B} (B - 2R | Q_{i-1, k-1} - L_{i-1, k-1} |),$$

$$f_i = \frac{1}{2}, \quad g_i = \frac{1}{2B} (-B + 2R | Q_{i-1, k-1} - L_{i-1, k-1} |).$$

得到 Φ 后,即可用推广 Kalman 滤波器进行状态估计.

三、自适应 Kalman 滤波^[3-5]

运用 Kalman 滤波器进行状态估计要求知道过程的模型和噪声的统计性质. 如果在滤波器中使用了不准确的甚至错误的统计特性(主要指噪声协方差阵),就可能引起较大的估计误差,甚至不收敛. 对长输管道系统来说,观测噪声的统计特性可以根据测量仪表的精度等因素大致确定,而过程噪声则必须采用自适应滤波. 这是因为长输管道系统是一个非线性系统,线性化后的过程噪声具有时变统计特性.

将式(1)中的 $f(\cdot)$ 在状态估计值 $\hat{x}(k)$ 处进行台劳展开,则得

$$x(k+1) = f[\hat{x}(k), k] + \left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_{x=\hat{x}(k)} [x(k) - \hat{x}(k)] + w(k) + \text{H.O.T.}$$

式中 H.O.T 为台劳级数中的高阶项之和.

令 $\xi(k) = w(k) + \text{H.O.T.}$,

则 $\xi(k)$ 可认为是线性化后的过程噪声,其统计特性是时变的. 假定 $\xi(k)$ 为具有时变统计特性的白噪声,并设

$$E[\xi(k)] = q(k), \quad \text{Cov}[\xi(j)\xi^T(k)] = \Theta(k)\delta_{jk}.$$

式中

$$\delta_{jk} = \begin{cases} 1, & j = k, \\ 0, & j \neq k. \end{cases}$$

采用带指数加权的噪声估计器对 $\xi(k)$ 的统计特性进行自适应估计

$$\hat{q}(k) = (1 - \beta_k)\hat{q}(k-1) + \beta_k\{\hat{x}(k) - f[\hat{x}(k), k]\},$$

$$\hat{\Theta}(k) = (1 - \beta_k)\hat{\Theta}(k-1) + \beta_k \left\{ \frac{k}{k-1} [\hat{\xi}(k) - \hat{q}(k)][\hat{\xi}(k) - \hat{q}(k)]^T - \left[\frac{\partial f}{\partial x} \Big|_{x=\hat{x}(k-1)} P(k-1|k-1) \frac{\partial f^T}{\partial x} \Big|_{x=\hat{x}(k-1)} - P(k|k) \right] \right\}.$$

式中

$$\hat{\xi}(k) = \hat{x}(k) - f[\hat{x}(k-1), k-1],$$

$$\beta_k = \left(\sum_{i=1}^k \alpha^{i-1} \right)^{-1}, \quad 0 < \alpha \leq 1.$$

$\hat{q}(k)$ 和 $\hat{\Theta}(k)$ 分别为过程噪声的均值和协方差阵的估值, α 为遗忘因子.

至此, 我们得到长输管道状态估计的自适应推广 Kalman 滤波算法的完整递推公式

$$\hat{x}(k+1|k) = f[\hat{x}(k|k), k] + \hat{q}(k),$$

$$P(k+1|k) = \Phi(k+1|k)P(k|k)\Phi^T(k+1|k) + \hat{\Theta}(k),$$

$$K(k+1) = P(k+1|k)G^T(k+1)[G(k+1)P(k+1|k)G^T(k+1) + R(k+1)]^{-1},$$

$$\hat{x}(k+1|k+1) = \hat{x}(k+1|k) + K(k+1)[y(k+1) - G(k+1)\hat{x}(k+1|k)],$$

$$P(k+1|k+1) = [I - K(k+1)G(k+1)] \cdot P(k+1|k)[I - K(k+1)G(k+1)]^T + K(k+1)R(k+1)K^T(k+1),$$

$$\hat{q}(k+1) = (1 - \beta_{k+1})\hat{q}(k) + \beta_{k+1}\{\hat{x}(k+1|k+1) - f[\hat{x}(k|k), k]\},$$

$$\hat{\Theta}(k+1) = (1 - \beta_{k+1})\hat{\Theta}(k) + \beta_{k+1} \left\{ \frac{k+1}{k} [\hat{\xi}(k) - \hat{q}(k)][\hat{\xi}(k) - \hat{q}(k)]^T - [\Phi(k+1|k)P(k|k)\Phi^T(k+1|k)] - P(k+1|k+1) \right\}.$$

四、泄漏检测及其定位

利用上述自适应推广 Kalman 滤波器对长输管道系统的状态进行估计, 估计结果可用以指导运行. 通过一定的检测和定位机制, 便可进行泄漏诊断^[6].

图 2(a) 所示为只有一个漏点的实际管道的状态, L 为分段点 z_L 上的漏量. 图 2(b) 所示为等效管道各分段点上的状态, 图中将管道分成三段, L_1 和 L_2 分别为分段点 z_{L1} 和 z_{L2} 处的泄漏量, z_{LN} 为管道的终点坐标. 在稳态情况下

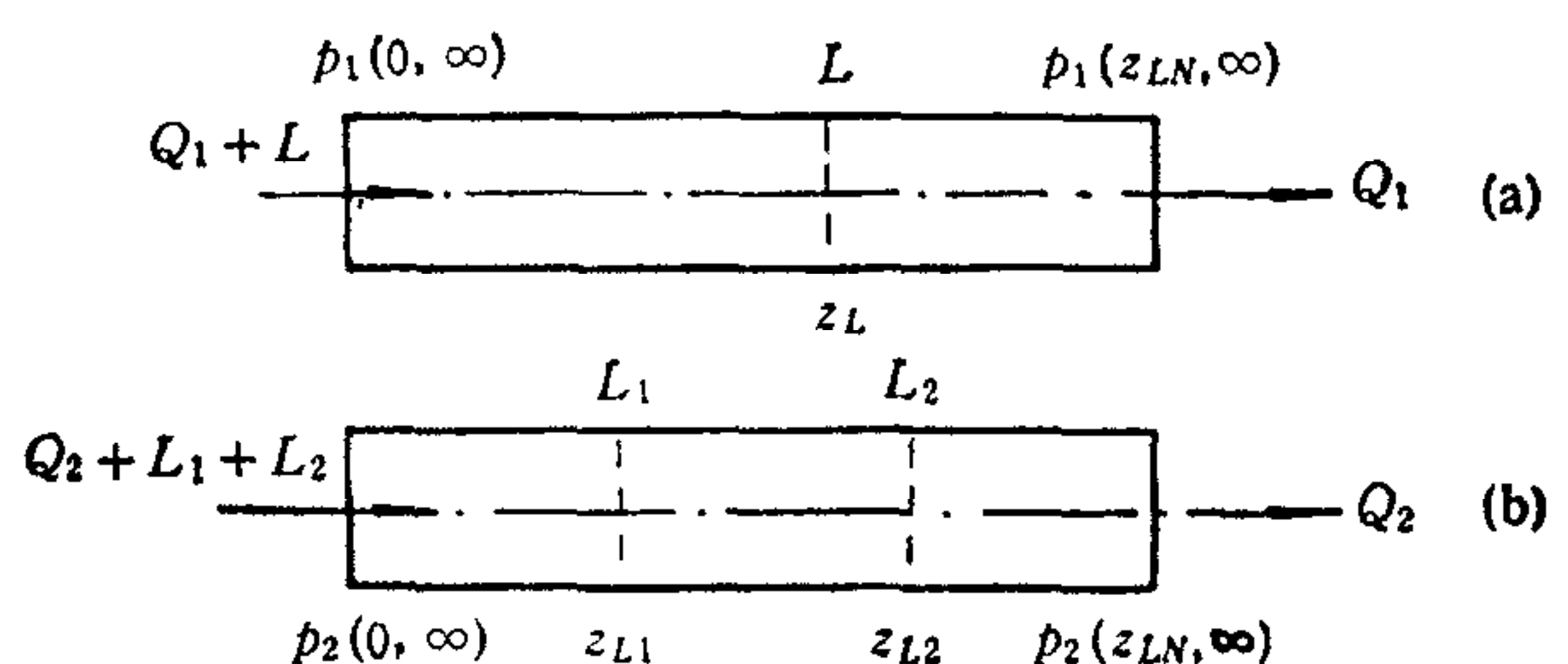


图 2 二条等效管道中的状态

$$\begin{cases} \frac{\partial Q}{\partial t} = 0, \\ \frac{\partial p}{\partial z} = -RQ|Q|. \end{cases} \quad (16)$$

图2(a),(b)所示两条管道应具有相同的初始条件、边界条件和相同的泄漏量,即

$$\begin{cases} Q_1 = Q_2, \\ Q_1 + L = Q_2 + L_1 + L_2, \\ p_1(0, \infty) - p_1(z_{LN}, \infty) = p_2(0, \infty) - p_2(z_{LN}, \infty). \end{cases} \quad (17)$$

由

$$\begin{aligned} & [p_1(0, \infty) - p_1(z_L, \infty)] + [p_1(z_L, \infty) - p_1(z_{LN}, \infty)] \\ & = [p_2(0, \infty) - p_2(z_{L1}, \infty)] + [p_2(z_{L1}, \infty) \\ & \quad - p_2(z_{L2}, \infty)] + [p_2(z_{L2}, \infty) - p_2(z_{LN}, \infty)], \end{aligned}$$

得

$$\begin{aligned} & Rz_L(Q_1 + L)^2 + R(z_{LN} - z_L)Q_1^2 \\ & = Rz_{L1}(Q_2 + L_1 + L_2)^2 + R(z_{L2} - z_{L1})(Q_2 + L_2)^2 \\ & \quad + R(z_{LN} - z_{L2})Q_2^2. \end{aligned} \quad (18)$$

解式(17),(18)可得

$$\begin{cases} L = L_1 + L_2, \\ Lz_L = L_1z_{L1} + L_2z_{L2}. \end{cases}$$

若将管道分成 N 段,用 Kalman 滤波器估计出各分段点 $z_{L1}, z_{L2}, \dots, z_{L(N-1)}$ 上的漏量 $\hat{L}_1, \hat{L}_2, \dots, \hat{L}_{N-1}$,用同样的方法可得

$$\hat{L} = \sum_{i=1}^{N-1} \hat{L}_i, \quad \hat{Z}_L = \frac{1}{\hat{L}} \sum_{i=1}^{N-1} \hat{L}_i z_{Li}. \quad (19), (20)$$

\hat{L} 和 \hat{Z}_L 分别为泄漏量和泄漏点位置的估值。当 \hat{L} 大于某个值时,即进行泄漏报警,然后用式(20)进行泄漏点定位。

为了消除噪声的影响,可对 \hat{L}_i 进行低通滤波,也可用最小二乘估计进行定位。令

$$a(k) = \hat{L}(k), \quad b(k) = \sum_{i=1}^{N-1} \hat{L}_i(k) z_{Li},$$

则有

$$a(k)\hat{Z}_L = b(k) + v(k), \quad \hat{Z}_L = \frac{\sum_{k=1}^n a(k) \cdot b(k)}{\sum_{k=1}^n a^2(k)}.$$

五、实验结果

该方法在一条长 120 米,内径 10 毫米的液体试验管线上进行了实验。将管道分成 6 段。假定入口和出口处没有泄漏,则共有 19 个状态变量。取入口流量 Q_1 , 距入口端 20 米处的压力 p_1 和出口处压力 p_N 为观测量。采样周期为 20 毫秒。

图 3 所示为出口压力的估计结果,实线为实测值,虚线为估计值。图 4 为 1% 漏量时的泄漏量估计曲线。图 5 为 1% 漏量时的定位曲线。漏点设在 60 米处,定位结果为 57.3 米。

实验结果表明,状态估计稳定,精度较高。在泄漏诊断中,能检测出 1% 的泄漏量,定

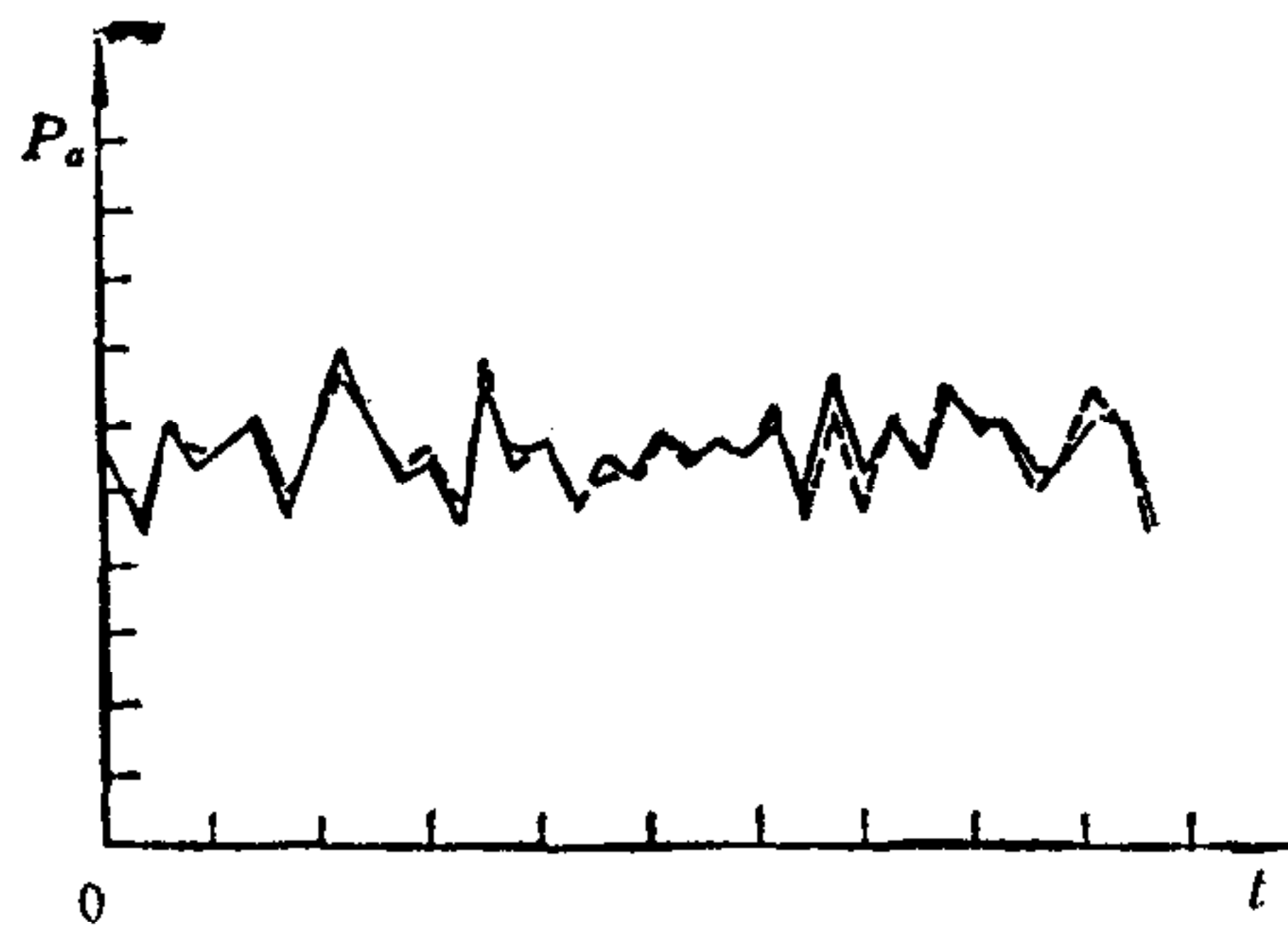


图 3 出口压力的估计曲线

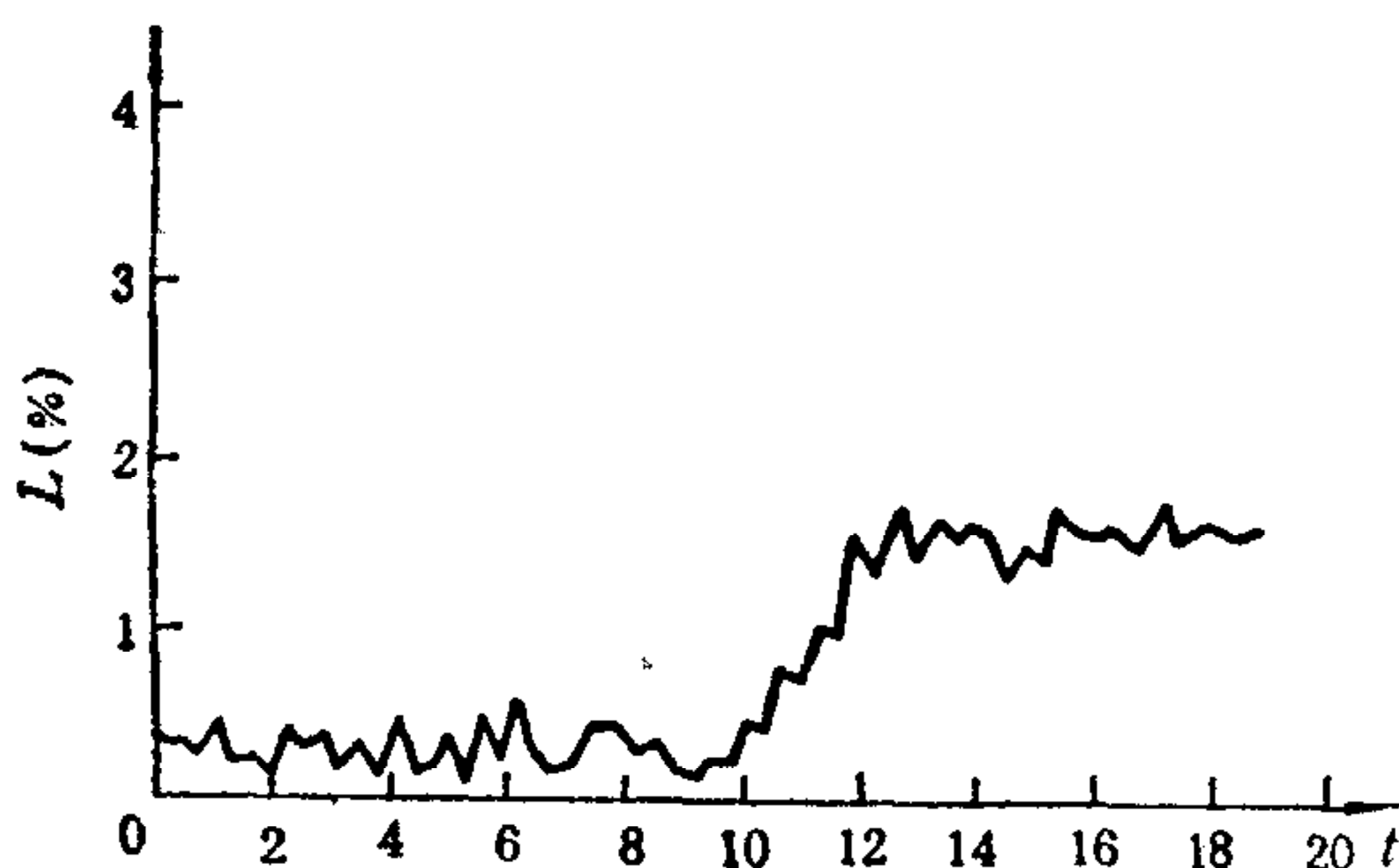


图 4 泄漏量估计曲线

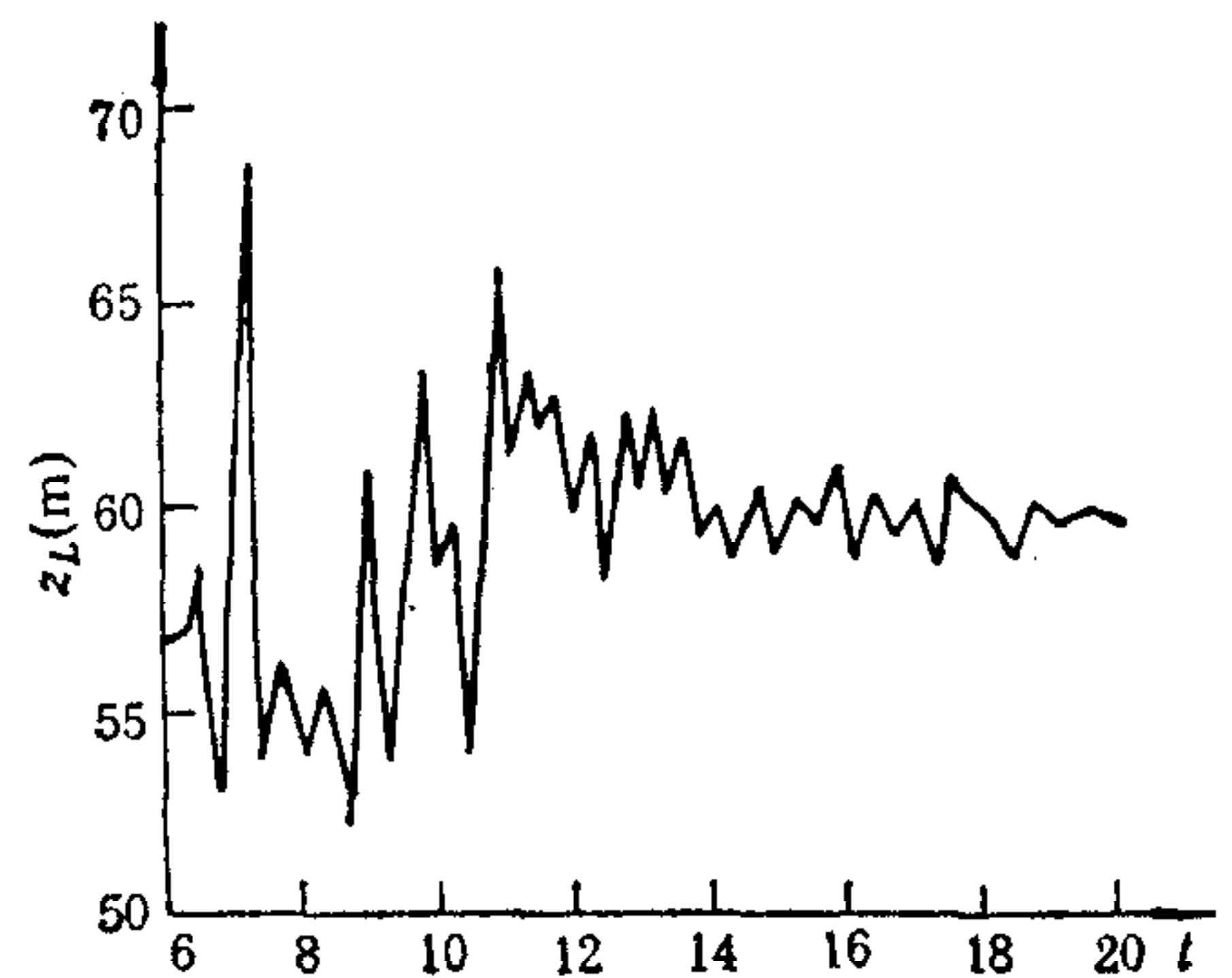


图 5 泄漏点定位曲线

位精度约 1%。

参 考 文 献

- [1] Billman, L. and Isermann, R., Leak Detection Method for Pipelines. *Automatica*, 23(1987), 381—385.
- [2] Isermann, R., Process Fault Detection Based on Modeling and Estimation Methods——A Survey, *Automatica*, 20(1984), 387—404.
- [3] 贾沛璋、朱征桃,最优估计及其应用,科学出版社,1984年。
- [4] Wylie, E. B. and Streeter, V. L., Fluid Transients, McGRAW-HILL International Book Company, 1978.
- [5] 邓自立、郭一新,油田产油量、产水量动态预报,自动化学报,9(1983),121—126.
- [6] Benkherouf, A. and Allidina, A. Y., Leak Detection and Location in Gas Pipelines, *Control Theory and Applications*, 135(1988), 142—148.

AN APPLICATION OF KALMAN FILTER TO LEAK DIAGNOSIS OF LONG-DISTANCE TRANSPORT PIPELINES

DONG DONG WANG GUIZENG

(Tsinghua University)

ABSTRACT

An application method of using the generalized Kalman filter with a time-varying noise estimator to estimate the states of pipelines (non-linear distributed parameter systems) is presented in this paper. The method is further developed to detect leakage and its location. Results obtained from a test on a liquid pipeline of a length of 120 m and a inner dia. of 10 mm have shown the effectiveness of the method.

Key words ——Leak diagnosis; Kalman filter; long-distance transport pipeline.