第16卷 第4期 自动化学报 Vol. 16, No. 4
1990年7月 ACTA AUTOMATICA SINICA July, 1990

一种新的鲁棒自适应控制律[1)]

刘玉生 Gutmann, R. L.
（成都科技大学） （美国太平洋路德大学）

摘　　要

本文提出了一种新的称为 θ-δ 修正法的鲁棒自适应控制律. 与其它修正法比较，θ-δ 修正法不会使系统性能退化. 即在无摄动的理想情况下，这种自适应律可以保证跟踪误差以及自适应回路里的其它信号为渐近稳定. 当系统受到摄动时，该自适应律是鲁棒的且无论设计常数 γ 是大是小，输出误差的漂移都很小，因而 γ 可以取大于零的任意值.

关键词——模型参考自适应控制，鲁棒性，李亚普诺夫稳定性理论.

一、引　　言

近年来，鲁棒自适应控制的研究取得了较大的进展[1]. 文[2]通过引入符号跟随系统和符号参考模型使误差模型的传递函数严格正实化，从而有效地解决了因部分建模所引起的摄动问题. 文[3]和文[4]通过引入死区来保证整个系统的信号为有界，但需要有关外部扰动的先验信息. 文[5]通过引入一附加项 $-\sigma\theta$ 到常规的自适应律中，提出了一种称为 σ 修正法的鲁棒自适应律. 这种方法不需要任何附加信息而能保证信号有界，但其附加项却使跟踪误差产生一较大的偏移. 文[6]把附加项修改成 $-\gamma|e_1|\theta$，提出了一种称为 e_1 修正法的鲁棒自适应律. 当 γ 较小时，这种方法所产生的误差偏移较小. 然而，这两种修正法有以下缺点：首先，为了得到较好的调节和跟踪精度，设计常数 σ 或 γ 必须选得充分小，但究竟应为多小无一定原则可循；其次，当系统没有受到扰动时，它们不能保证跟踪误差趋于零，而只能保证它有界，即系统的性能有所退化.

本文通过引入辅助变量，提出了一种另一种鲁棒自适应律. 它有以下优点：不必知道对象参数的任何信息，而当受到有界扰动时，它保证跟踪误差以及自适应回路里的其它信号有界；无论设计常数 γ 是大或是小，所产生的误差偏移很小，因而 γ 可以取大于零的任意值；在理想的情况下，跟踪误差以及自适应回路里的其它信号不仅有界，而且是渐近稳定的，即它不会引起系统性能退化.

二、一阶系统的鲁棒自适应控制

考虑一阶系统

$$\dot{x}_p = a_p x_p + u, \tag{1}$$

本文于1988年2月1日收到.
1）本文的研究工作得到国家自然科学基金的资助.

式中 a_p 为未知常数．需要确定控制 u，使输出 x_p 跟踪下列模型的输出 x_m

$$\dot{x}_m = -a_m x_m + r. \tag{2}$$

式中 $a_m > 0$；r 为分段连续的有界输入．令 $e_1 = x_p - x_m$，由式(1)，(2)得

$$\dot{e}_1 = -a_m e_1 - \theta^* x_p + u - r. \tag{3}$$

式中 $\theta^* = -(a_m + a_p)$ 为一未知确定常数．于是，自适应控制问题可叙述成：确定 u 使 e_1 趋向于零．取

$$u = \theta \cdot x_p + r, \tag{4}$$

则(3)式变成

$$\dot{e}_1 = -a_m e_1 + \phi \cdot x_p. \tag{5}$$

式中 $\phi = \theta - \theta^*$．显然，θ^* 为对象和参考模型相匹配时的控制器参数 θ 的取值．根据李亚普诺夫稳定性理论，容易导出以下自适应律：

$$\dot{\phi} = \dot{\theta} = -e_1 x_p. \tag{6}$$

然而，当系统受到摄动时，自适应律 (6) 不能保证自适应回路里的所有信号有界．为克服这一困难，文[5]提出了一种称为 σ 修正法的鲁棒自适应律

$$\dot{\phi} = \dot{\theta} = -e_1 x_p - \sigma\theta. \tag{7}$$

式中 $\sigma > 0$ 为一常数．遗憾的是，该自适应律会使误差 e_1 产生一较大的偏移． 文[6]提出了称为 e_1 修正法的另一鲁棒自适应律

$$\dot{\phi} = \dot{\theta} = -e_1 x_p - \gamma|e_1|\theta. \tag{8}$$

式中 $\gamma > 0$ 为一常数．就 e_1 的偏移量而言，自适应律(8)比(7)有所改善，但 γ 必须充分小．此外，和 σ 修正法一样，e_1 修正法会使系统性能退化．即在无摄动时，它也只能保证 e_1 有界．笔者提出另一种鲁棒自适应律

$$\dot{\phi} = \dot{\theta} = -e_1 x_p - \gamma(\theta - \delta), \tag{9}$$

$$\dot{\delta} = \gamma(\theta - \delta). \tag{10}$$

式中 $\gamma > 0$ 为一常数．下面的定理 1 和 2 给出了该自适应律的一些性质．

定理 1. 当对象(1)不存在扰动时，方程(3)，(9)和(10)的解是一致渐近稳定的．

证明．记 $\alpha = \delta - \theta^*$，

则 $$\dot{\phi} = \dot{\theta} = -e_1 x_p - \gamma(\phi - \alpha),\ \dot{\alpha} = \gamma(\phi - \alpha).$$

取 $$V(e_1, \phi, \alpha) = (e_1^2 + \phi^2 + \alpha^2)/2,$$

则 $$\dot{V}(e_1, \phi, \alpha) = -a_m e_1^2 - \gamma(\phi - \alpha)^2 \leqslant 0,$$

故 V 为李亚普诺夫函数，并且 $\dot{V} \equiv 0$，当且仅当 $e_1 \equiv 0, \phi \equiv \alpha =$ 常数，即 $\dot{V} \equiv 0$ 只发生在系统的平衡点上．因此，e_1, ϕ, α (或等价的 δ)是渐近稳定的．

注．如果 x_p 是丰富的(Rich)，则 $e_1 \equiv 0$ 意味着 $\phi = \alpha = 0$，此时 $\theta = \theta^*, \delta = \theta^*$，即 θ 和 δ 都有识别未知参数 θ^* 的功能．

定理 2. 如果对象 (1) 存在有界扰动 $\nu(t)$，($|\nu(t)| \leqslant \nu_0, \nu_0$ 为一常数)，则自适应律(9)，(10)保证自适应回路里的所有信号是有界的．

证明．当存在有界扰动时，对象方程和误差方程分别为

$$\dot{x}_p = a_p x_p + u + \nu, \tag{11}$$

$$\dot{e}_1 = -a_m e_1 + \phi x_p + \nu. \tag{12}$$

记 $\alpha=\delta-\theta^*$，则(9)，(10)式变成

$$\dot{\phi}=\dot{\theta}=-e_1x_p-\gamma(\phi-\alpha),\ \dot{\alpha}=\gamma(\phi-\alpha).$$

取
$$V(e_1,\phi,\alpha)=(e_1^2+\phi^2+\alpha^2)/2,$$
则
$$\dot{V}(e_1,\phi,\alpha)\leqslant -a_me_1^2+|e_1|\nu_0-\gamma(\phi-\alpha)^2$$
$$\leqslant -a_me_1^2+|e_1|\nu_0-\gamma\phi^2-\gamma\alpha^2+2\gamma|\phi||\alpha|.$$

定义
$$B=\{(e_1,\phi,\alpha)\,|\,|e_1|\leqslant \nu_0/a_m,|\phi-\alpha|\leqslant\sqrt{M/\gamma},$$
$$\alpha^2\leqslant 2|\alpha||\phi|+M/\gamma,\phi^2\leqslant 2|\phi||\alpha|+M/\gamma\},$$

式中 $M=\max\{|e_1|\nu_0\}\leqslant \nu_0^2/a_m$. 容易证明，在 B 中，$|e_1|\leqslant\nu_0/a_m$，$|\phi|\leqslant 3\sqrt{M/\gamma}$，$|\alpha|\leqslant 3\sqrt{M/\gamma}$，故 B 为紧致的. 由于在 B 的补 B^c 中，$\dot{V}<0$，所以 e_1,ϕ 和 α（或 δ）为有界的.

三、n 阶系统的鲁棒自适应控制

考虑 n 阶系统

$$\begin{aligned}\dot{\boldsymbol{x}}_p&=A_p\boldsymbol{x}_p+\boldsymbol{b}_pu+\boldsymbol{d}\nu_1,\\ y_p&=\boldsymbol{h}_p^T\boldsymbol{x}_p+\nu_2,\end{aligned}\tag{13}$$

式中 $\boldsymbol{x}_p\in R^n$ 为状态，$u\in R^1$ 为控制，$\nu_1,\nu_2\in R^1$ 为外部有界扰动，$y\in R^1$ 为输出，$A_p,\boldsymbol{b}_p,\boldsymbol{d},\boldsymbol{h}_p$ 为未知的常矩阵. 设该系统的传递函数为

$$W_p(s)=h_p^T(sI-A_p)^{-1}b_p=k_pZ_p(s)/R_p(s),\tag{14}$$

式中 $Z_p(s),R_p(s)$ 分别为 m 和 $n(>m)$ 阶首一互素多项式，$Z_p(s)$ 为胡尔维茨多项式，k_p 的符号以及 m,n 已知，但 k_p 的值以及 $Z_p(s),R_p(s)$ 的系数未知. 问题是要确定控制 u 使输出 y_p 跟踪一个参考模型的输出 y_m. 参考模型的传递函数为

$$W_m(s)=k_m/R_m(s),\tag{15}$$

式中 $R_m(s)$ 为 $n^*=n-m$ 阶胡尔维茨多项式；k_m 为已知常数. 为方便起见，设 $k_p=k_m=1$.

选取自适应控制器的结构如下:

$$\dot{\boldsymbol{\omega}}_1=F\boldsymbol{\omega}_1+\boldsymbol{g}u,\ \dot{\boldsymbol{\omega}}_2=F\boldsymbol{\omega}_2+\boldsymbol{g}y_p,\ u=\boldsymbol{\theta}^T\boldsymbol{\omega}+r,\tag{16}$$

式中 $\boldsymbol{\omega}_1,\boldsymbol{\omega}_2\in R^n$，$\boldsymbol{\omega}^T=[\boldsymbol{\omega}_1^T,\boldsymbol{\omega}_2^T]$，$\boldsymbol{\theta}^T=[\boldsymbol{\theta}_1^T,\boldsymbol{\theta}_2^T]$ 为控制器的参数向量，r 为分段连续的有界参考输入，F 为一任意渐近稳定的矩阵，$(F,\boldsymbol{g})$为可控的. 记 $\boldsymbol{x}^T=[\boldsymbol{x}_p^T,\boldsymbol{\omega}^T]$，则

$$\begin{aligned}\dot{\boldsymbol{x}}&=A\boldsymbol{x}+\boldsymbol{b}(\boldsymbol{\phi}^T\boldsymbol{\omega}+r)+\boldsymbol{b}\bar{\nu},\\ y_p&=\boldsymbol{h}^T\boldsymbol{x},\end{aligned}\tag{17}$$

式中 $\bar{\nu}$ 为 ν_1 和 ν_2 的等价扰动，$\boldsymbol{\phi}=\boldsymbol{\theta}-\boldsymbol{\theta}^*$，$\boldsymbol{\theta}^*$ 为一常向量，它等于当受控对象和参考模型的传递函数相匹配时 $\boldsymbol{\theta}$ 的取值，而

$$A=\begin{bmatrix}A_p & \boldsymbol{b}_p\boldsymbol{\theta}_1^{*T} & \boldsymbol{b}_p\boldsymbol{\theta}_2^{*T}\\ \boldsymbol{o} & F+\boldsymbol{g}\boldsymbol{\theta}_1^{*T} & \boldsymbol{g}\boldsymbol{\theta}_2^{*T}\\ \boldsymbol{g}\boldsymbol{h}_p^T & \boldsymbol{o} & F\end{bmatrix},\quad \boldsymbol{b}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{b}_p\\ \boldsymbol{g}\\ \boldsymbol{o}\end{bmatrix},\quad \boldsymbol{h}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{h}_p\\ \boldsymbol{o}\\ \boldsymbol{o}\end{bmatrix},$$

且满足 $\boldsymbol{h}^T(sI-A)^{-1}\boldsymbol{b}=W_m(s)$. 于是参考模型的传递函数的非极小实现为

$$\begin{aligned}\dot{\boldsymbol{x}}_{nm} &= A\boldsymbol{x}_{nm} + \boldsymbol{b}r,\\ y_m &= \boldsymbol{h}^T\boldsymbol{x}_{nm}.\end{aligned} \tag{18}$$

记 $\boldsymbol{e} = \boldsymbol{x} - \boldsymbol{x}_{nm}$，$e_1 = y_p - y_m$，则

$$\begin{aligned}\dot{\boldsymbol{e}} &= A\boldsymbol{e} + \boldsymbol{b}\boldsymbol{\phi}^T\boldsymbol{\omega} + \boldsymbol{b}\bar{\nu},\\ e_1 &= \boldsymbol{h}^T\boldsymbol{e}.\end{aligned} \tag{19}$$

这样，n 阶系统的鲁棒自适应控制问题可叙述成：确定 u，或等价地确定 $\boldsymbol{\theta}$ 的变化规律，使系统受到摄动时，跟踪误差 e_1 以及自适应回路里的其它信号保持有界.

1. 当 $n^* = 1$ 时的鲁棒自适应律

当 $n^* = 1$ 时，由于参考模型的传递函数可以选为严格正实的，鲁棒自适应律可以用自适应回路里的信号来形成. 类似于一阶系统的情况，这里提出如下鲁棒自适应律：

$$\dot{\boldsymbol{\phi}} = \dot{\boldsymbol{\theta}} = -e_1\boldsymbol{\omega} - \gamma(\boldsymbol{\theta} - \boldsymbol{\delta}), \tag{20}$$

$$\dot{\boldsymbol{\delta}} = \gamma(\boldsymbol{\theta} - \boldsymbol{\delta}). \tag{21}$$

式中 $\gamma > 0$ 为一常数.

定理 3. 如果 $n^* = 1$，$\bar{\nu} = 0$，则方程(19)，(20)和(21)的解是一致渐近稳定的.

证明. 记 $\boldsymbol{\alpha} = \boldsymbol{\delta} - \boldsymbol{\theta}^*$，则

$$\dot{\boldsymbol{\phi}} = -e_1\boldsymbol{\omega} - \gamma(\boldsymbol{\phi} - \boldsymbol{\alpha}),\ \dot{\boldsymbol{\alpha}} = \gamma(\boldsymbol{\phi} - \boldsymbol{\alpha}).$$

由于 $n^* = 1$，$W_m(s) = \boldsymbol{h}^T(sI - A)^{-1}\boldsymbol{b}$ 可选为严格正实的，由卡尔曼-雅库波维奇引理，存在 $P, Q > 0$ 使

$$A^TP + PA = -Q,\ P\boldsymbol{b} = \boldsymbol{h}.$$

取
$$V(e, \boldsymbol{\phi}, \boldsymbol{\alpha}) = e^TPe + \boldsymbol{\phi}^T\boldsymbol{\phi} + \boldsymbol{\alpha}^T\boldsymbol{\alpha},$$
则
$$\dot{V}(e, \boldsymbol{\phi}, \boldsymbol{\alpha}) = -e^TQe - 2\gamma(\boldsymbol{\phi} - \boldsymbol{\alpha})^T(\boldsymbol{\phi} - \boldsymbol{\alpha}) \leqslant 0.$$

由于 $\dot{V} \equiv 0$，当且仅当 $e \equiv 0$，$\boldsymbol{\phi} \equiv \boldsymbol{\alpha}$ 为常向量，即 $\dot{V} \equiv 0$ 只发生在系统的平衡点上，所以 $e, \boldsymbol{\phi}, \boldsymbol{\alpha}$ 或等价 $\boldsymbol{\delta}$ 为一致渐近稳定的.

定理 4. 如果 $n^* = 1$，当系统存在有界扰动 $\bar{\nu}(|\bar{\nu}| \leqslant \nu_0)$ 时，方程(19)，(20)和(21)的解是一致有界的.

证明. 记 $\boldsymbol{\alpha} = \boldsymbol{\delta} - \boldsymbol{\theta}^*$，选取

$$V(e, \boldsymbol{\phi}, \boldsymbol{\alpha}) = e^TPe + \boldsymbol{\phi}^T\boldsymbol{\phi} + \boldsymbol{\alpha}^T\boldsymbol{\alpha},$$

则
$$\begin{aligned}\dot{V}(e, \boldsymbol{\phi}, \boldsymbol{\alpha}) &\leqslant -\|e\|^2\lambda_Q + 2\|e\|\nu_0 - 2\gamma\|\boldsymbol{\phi} - \boldsymbol{\alpha}\|^2\\ &\leqslant -\|e\|^2\lambda_Q + 2\|e\|\nu_0 - 2\gamma\|\phi\|^2 - 2\gamma\|\alpha\|^2 + 2\gamma\|\phi\|\|\alpha\|.\end{aligned}$$

式中 λ_Q 为 Q 的极小特征值，$P, Q > 0$ 且满足

$$A^TP + PA = -Q,\ P\boldsymbol{b} = \boldsymbol{h}.$$

记 $M_1 = \max\{\|e\|\nu_0\} \leqslant 2\nu_0^2/\lambda_Q$，定义

$$\begin{aligned}B_1 = \{(e, \phi, \alpha) \mid \|e\| \leqslant 2\nu_0/\lambda_Q, \|\phi - \alpha\| \leqslant \sqrt{M_1/\gamma},\\ \|\phi\|^2 \leqslant 2\|\phi\|\|\alpha\| + M_1/\gamma,\ \|\alpha\|^2 \leqslant 2\|\phi\|\|\alpha\| + M_1/\gamma\}.\end{aligned}$$

容易证明，在 B_1 中，$\|e\| \leqslant 2\nu_0/\lambda_Q$，$\|\phi\| \leqslant 3\sqrt{M_1/\gamma}$，$\|\alpha\| \leqslant 3\sqrt{M_1/\gamma}$，故 B_1 为紧致的. 由于在 B_1 的补 B_1^c 中有 $\dot{V} < 0$，因此 $e, \boldsymbol{\phi}, \boldsymbol{\alpha}$ 或等价的 $\boldsymbol{\delta}$ 为有界.

注. 在 $n^* = 1$ 时，由(19)，(20)和(21)式知，如果 $\boldsymbol{\omega}$ 是丰富的，则 $e_1 = 0$ 为系统的平

衡点。因此无论设计常数 γ 为多大，在自适应律(20)，(21)之下，e_1 的偏移很小。

2. 当 $n^* \geqslant 2$ 时的鲁棒自适应律

在 $n^* \geqslant 2$ 时，$W_m(s)$ 不可能选为严格正实的。为了形成自适应律，必须产生增广误差

$$e_2 = [\boldsymbol{\theta}^T W_m(s) I - W_m(s)\boldsymbol{\theta}^T]\boldsymbol{\omega}$$
$$= [\boldsymbol{\phi}^T W_m(s) I - W_m(s)\boldsymbol{\phi}^T]\boldsymbol{\omega}. \tag{22}$$

定义 $\varepsilon_1 = e_1 + e_2$，其中 $e_1 = \boldsymbol{h}^T e$ 为输出误差。实际上

$$e_1 = W_m(s)(\boldsymbol{\phi}^T\boldsymbol{\omega} + \bar{\nu}), \tag{23}$$

于是

$$\varepsilon_1 = \boldsymbol{\phi}^T W_m(s) I\boldsymbol{\omega} + W_m(s)\bar{\nu} = \boldsymbol{\phi}^T\boldsymbol{\zeta} + \nu. \tag{24}$$

式中

$$\boldsymbol{\zeta} = W_m(s) I\boldsymbol{\omega}, \quad \nu = W_m(s)\bar{\nu}.$$

本文提出如下新的鲁棒自适应律：

$$\dot{\boldsymbol{\phi}} = \dot{\boldsymbol{\theta}} = -[\varepsilon_1\boldsymbol{\zeta} + \gamma(\boldsymbol{\theta} - \boldsymbol{\delta})]/(1 + \boldsymbol{\xi}^T\boldsymbol{\xi}), \tag{25}$$

$$\dot{\boldsymbol{\delta}} = \gamma(\boldsymbol{\theta} - \boldsymbol{\delta})/(1 + \boldsymbol{\xi}^T\boldsymbol{\xi}). \tag{26}$$

式中 $\gamma > 0$ 为一常数，$\boldsymbol{\xi}^T = [\boldsymbol{\omega}^T, \boldsymbol{\zeta}^T]$。

定理 5. 在 $n^* \geqslant 2$ 的情况下，当系统不存在扰动时，即 $\bar{\nu} = 0$，在自适应律(25)，(26)作用之下，自适应回路里的所有信号为渐近稳定。

证明。记 $\boldsymbol{\alpha} = \boldsymbol{\delta} - \boldsymbol{\theta}^*$，选取

$$V(\boldsymbol{\phi}, \boldsymbol{\alpha}) = (\boldsymbol{\phi}^T\boldsymbol{\phi} + \boldsymbol{\alpha}^T\boldsymbol{\alpha})/2,$$

则

$$\dot{V} = -[\varepsilon_1^2 + \gamma(\boldsymbol{\phi} - \boldsymbol{\alpha})^T(\boldsymbol{\phi} - \boldsymbol{\alpha})]/(1 + \boldsymbol{\xi}^T\boldsymbol{\xi}).$$

显然 $\dot{V} \equiv 0$ 当且仅当 $\varepsilon_1 \equiv 0, \boldsymbol{\phi} \equiv \boldsymbol{\alpha}$ 为常向量。又因为 $\bar{\nu} = 0$ 意味着 $\nu = 0$，则由式(24)知 $\varepsilon_1 \equiv 0$ 意味着 $\boldsymbol{\phi} = 0$，从而 $\boldsymbol{\alpha} = 0, e_1 = 0, e_2 = 0$，故自适应回路里的所有信号为渐近稳定。

定理 6. 在 $n^* \geqslant 2$ 的情况下，如果对象存在有界扰动 $\bar{\nu}\,(|\bar{\nu}| \leqslant \nu_0)$，则在自适应律(25)，(26)作用下，自适应回路里的所有信号是有界的。

证明。本定理证明分两部分。第一部分证明 $\boldsymbol{\phi}$ 和 $\boldsymbol{\delta}$ 是有界的，第二部分根据无界信号的性质及其在一个有限期间的增长率，证明自适应回路里的所有信号是有界的。

首先，记 $\boldsymbol{\alpha} = \boldsymbol{\delta} - \boldsymbol{\theta}^*$，取 $V(\boldsymbol{\phi}, \boldsymbol{\alpha}) = (\boldsymbol{\phi}^T\boldsymbol{\phi} + \boldsymbol{\alpha}^T\boldsymbol{\alpha})/2$，

则

$$\dot{V}(\boldsymbol{\phi}, \boldsymbol{\alpha}) \leqslant -[\|\boldsymbol{\phi}\|^2\|\boldsymbol{\zeta}\|^2 - \nu_0\|\boldsymbol{\phi}\|\|\boldsymbol{\zeta}\| + \gamma\|\boldsymbol{\phi} - \boldsymbol{\alpha}\|^2]/(1 + \boldsymbol{\xi}^T\boldsymbol{\xi})$$
$$\leqslant -[\|\boldsymbol{\phi}\|^2\|\boldsymbol{\zeta}\|^2 - \nu_0\|\boldsymbol{\phi}\|\|\boldsymbol{\zeta}\| + \gamma(\|\boldsymbol{\phi}\|^2 - 2\|\boldsymbol{\phi}\|\|\boldsymbol{\alpha}\| + \|\boldsymbol{\alpha}\|^2)]/(1 + \boldsymbol{\xi}^T\boldsymbol{\xi}).$$

定义 $B_2 = \{(\boldsymbol{\phi}, \boldsymbol{\alpha}) \mid \|\boldsymbol{\phi}\|\|\boldsymbol{\zeta}\| \leqslant \nu_0, \|\boldsymbol{\phi} - \boldsymbol{\alpha}\| \leqslant \sqrt{\nu_0^2/\gamma}, \|\boldsymbol{\phi}\|^2 \leqslant 2\|\boldsymbol{\alpha}\|\|\boldsymbol{\phi}\| + \nu_0^2/\gamma, \|\boldsymbol{\alpha}\|^2 \leqslant 2\|\boldsymbol{\alpha}\|\|\boldsymbol{\phi}\| + \nu_0^2/\gamma\}$，则在 B_2 中有 $\|\boldsymbol{\phi}\| \leqslant 3\sqrt{\nu_0^2/\gamma}$，$\|\boldsymbol{\alpha}\| \leqslant 3\sqrt{\nu/\gamma}$。由于当 $(\boldsymbol{\phi}, \boldsymbol{\alpha}) \in B_2^c$ 时，$\dot{V} < 0$，因此 $\boldsymbol{\phi}$ 和 $\boldsymbol{\alpha}$(或等价的 $\boldsymbol{\delta}$)为有界的。

其次证明所有的信号是有界的。由于这部分的证明和文[7]完全相同，这里只简略地介绍其基本思想。定义状态变量 $\boldsymbol{z}^T = [\boldsymbol{x}^T, \boldsymbol{\zeta}^T]$，由于 $\boldsymbol{\phi}$ 和 $\boldsymbol{\delta}$ 是有界的，$\boldsymbol{z}$ 至多能以速率 $\exp(\lambda t)$ 增长(λ 为一正常数)。另一方面，可以证明，如果 $|\boldsymbol{\phi}^T\boldsymbol{\omega}|$ 和 $\|\boldsymbol{z}\|$ 相比是如此之小，以至于对任意的正常数 ε 有 $|\boldsymbol{\phi}^T\boldsymbol{\omega}|/\|\boldsymbol{z}\| < \varepsilon$，则 $\boldsymbol{z}$ 将以速率 $\exp(-kt)$ 衰减(k 为一正常数)。如果 $\boldsymbol{z}$ 是无界的，则存在有限区间 $[t_i, t_i + a_i]$ (t_i 为时间区间的起点，a_i 为一任意大的正常数)，使得 $\|\boldsymbol{z}\| \geqslant a_i$ 在整个区间上成立。但是，容易证明，通过选择适当的 a_i，在

上述区间内，$\|\boldsymbol{\phi}^T\boldsymbol{\omega}\|/\|\boldsymbol{z}\| < \varepsilon$ 的时间可以任意地长于 $|\boldsymbol{\phi}^T\boldsymbol{\omega}|/\|\boldsymbol{z}\| \geqslant \varepsilon$ 的时间，即 $\|\boldsymbol{z}\|$ 衰减的时区会比 $\|\boldsymbol{z}\|$ 增长的时区任意地长得多，故 $\|\boldsymbol{z}\|$ 将会有比 a_i 小的时候。这就和假设在 $[t_i, t_i + a_i]$ 整个区间上恒有 $\|\boldsymbol{z}\| \geqslant a_i$ 相矛盾。由此证明了所有的信号是有界的。

四、仿真结果及比较

本节通过仿真实例，进一步将本文提出的 θ-δ 修正法和 σ 修正法、e_1 修正法加以比较。

例．考虑一阶对象

$$\dot{x}_p = a_p x_p + u + v,$$

其中 a_p 为未知常数(仿真中取 $a_p = -1$)．参考模型为

$$\dot{x}_m = -a_m x_m + r,$$

令 $e_1 = x_p - x_m$，取 $u = \theta \cdot x_p + r$，则

$$\dot{e}_1 = -a_m e_1 + \phi x_p + v.$$

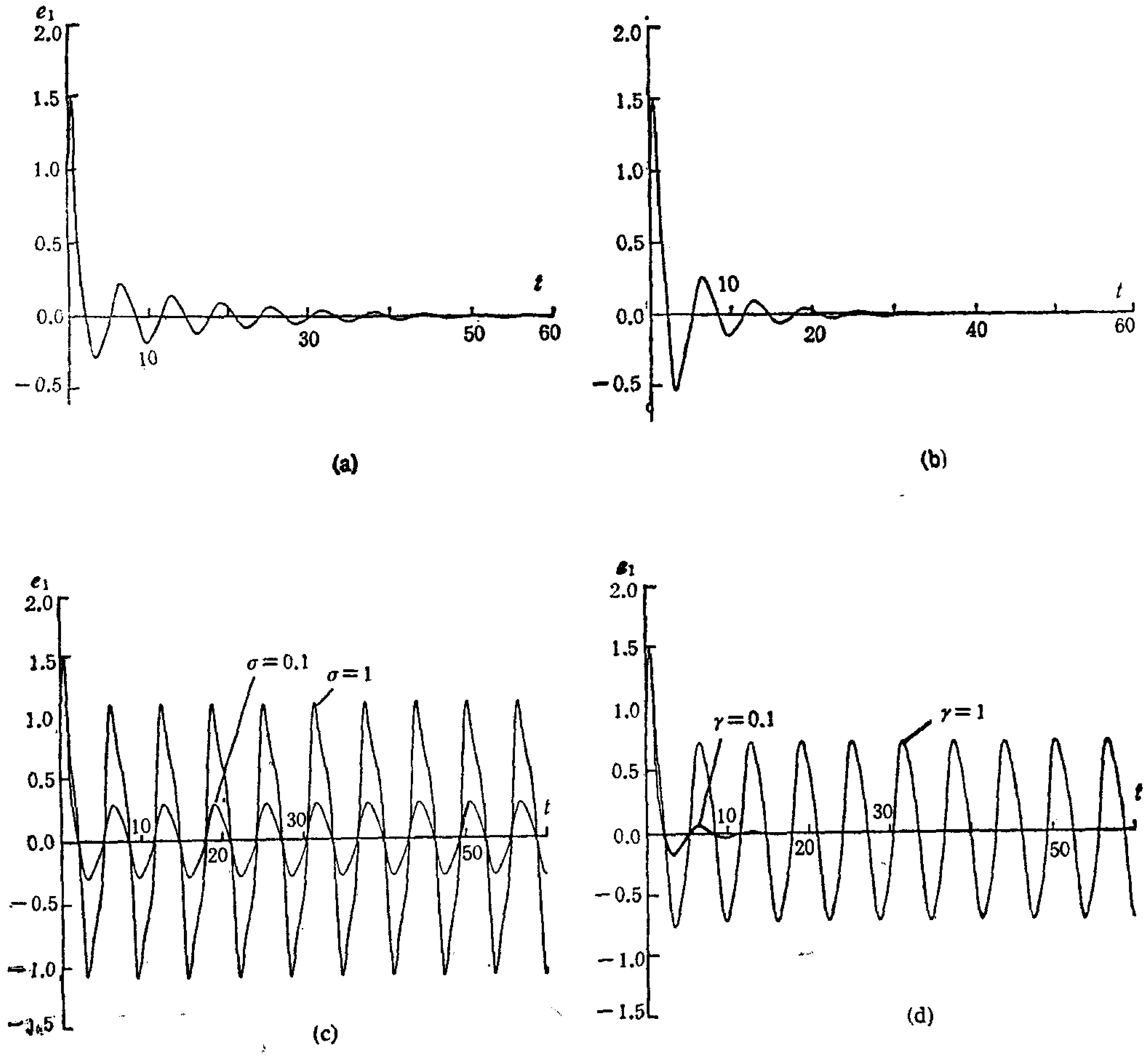

图　1

1）在理想情况下($\nu=0$)，取 $a_m=4$，$r=6\cos(t)$，仿真结果如图 1 所示．其中，(a),(b)分别表示当 γ 取 0.1 和 1 时，θ-δ 修正法的仿真结果；(c),(d)分别为 σ 修正法、e_1 修正法的仿真结果．

2）当系统存在扰动 $\nu=2\cos(0.5t)$ 时，取 $a_m=4$，$r=6$，仿真结果如图 2 所示．其中，(a)，(b)和(c)分别为 θ-δ 修正法、σ 修正法和 e_1 修正法的仿真结果．

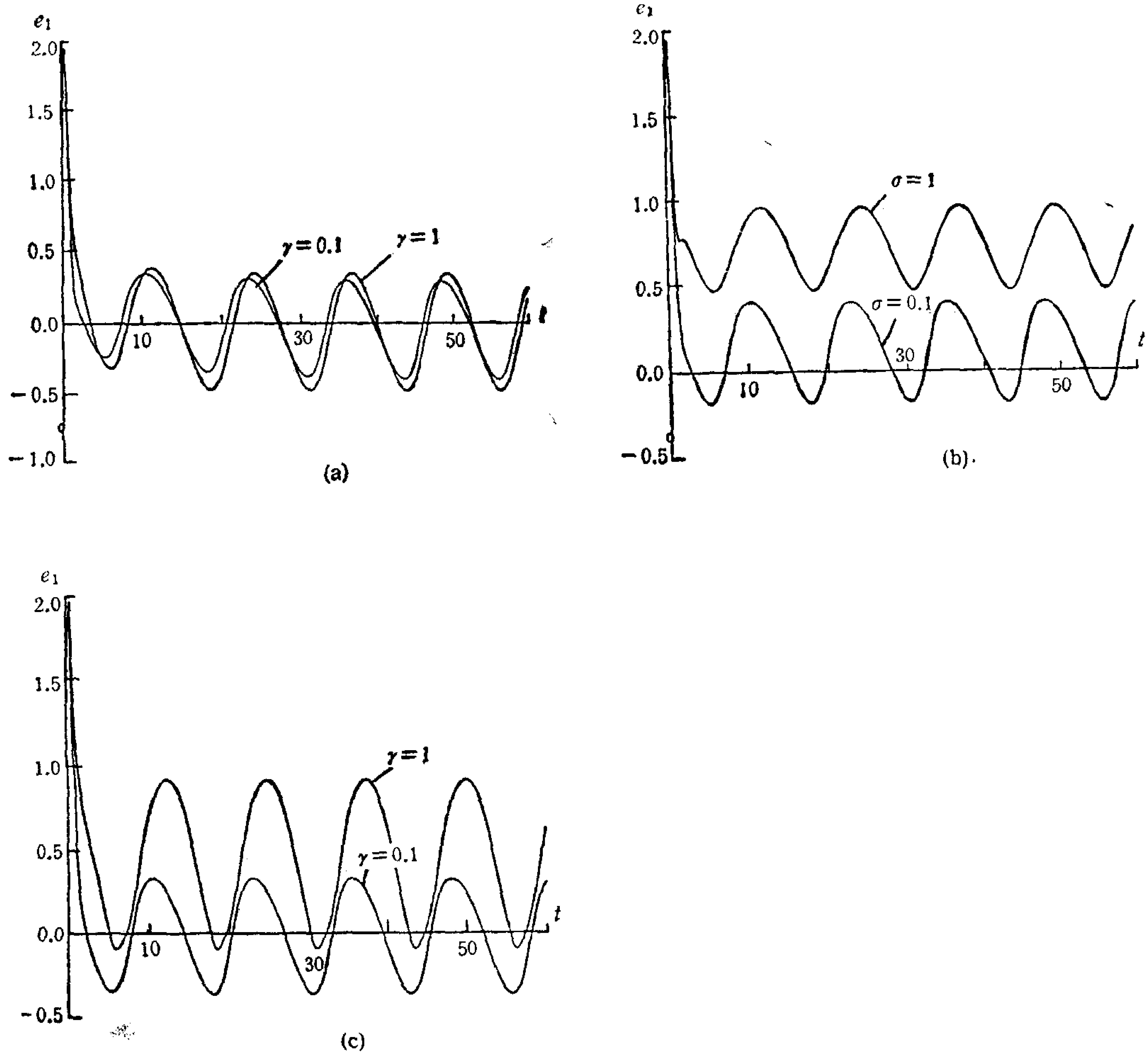

图 2

从上面的结果可以看出，本文的 θ-δ 修正法和 σ 修正法、e_1 修正法相比有以下优点：

1）无论设计常数 γ 取大或取小，在有扰动的情况下，θ-δ 修正法对误法 e_1 产生的偏移都很小(见图 2(a))．而由图 2(b)知，当 σ 较大时，采用 σ 修正法 e_1 的偏移很大．图 2(c)则表明，e_1 修正法在 γ 较大时，e_1 的偏移也较大．因此，在 θ-δ 修正法中，γ 可以取大于零的任意值，而 σ 修正法和 e_1 修正法都必须选一个适当小的常数．

2）由图 1(a),(b)可知，θ-δ 修正法不会使系统性能退化，即在理想的情况下，对任意的 $\gamma>0$，θ-δ 修正法不仅使所有的信号有界，而且保证它们渐近稳定．而由图 1(c),(d)

可知，σ 修正法和 e_1 修正法不能保证对任意的 σ 或 $\gamma > 0$，e_1 为渐近稳定，只是保证它有界。

笔者曾就一个二阶对象 $W_p(s) = (s+1)/(s^2+s-2)$，参考模型为 $W_m(s) = 1/(s+1)$ 进行仿真，同样证明了上述结论。

参 考 文 献

[1] Astrom, K. J. Adaptipe Feedback Control, Proc. of the IEEE, Feb. 1987, 185—217.

[2] 冯纯伯，反馈系统的无源性分析及其应用，自动化学报，1985年第2期.

[3] Peterson, B. B. and Narendra K. S., Bounded Error Adaptive Control, *IEEE Trans. Autom. Contr.* AC-**27**(1982), 1161—1168.

[4] Annaswamy, A. M. and Narendra K. S., Stabilization of Adaptive Systems in the Presence of Bounded Disturbances Using a Dead-zone, Proc. 4th Yale Workshop Applications of Adaptive Syst. Theory, Yale Univ., New Haven, CT, May 1985.

[5] Ioannou, P. A. and Kokotovic P. V., Adaptive Systems with Reduced Models, New York, Spring-Verlag, 1983.

[6] K. S. Narendra, and Annaswamy A. M., A New Adaptive Law for Robust Adaptation without Persistent Excitation, *IEEE Trans. Autom. Contr.* AC-**32**(1987), 134—145.

[7] G. Kreisselmeier, and Narendra K. S., Stable Model Reference Adaptive Control in the Presence of Bounded Disturbances, *IEEE Trans. Autom. Contr.* AC-**27**(1982), 1169—1175.

A NEW ROBUST ADAPTIVE CONTROL LAW

Liu Yusheng

(*Chengdu University of Science and Technology*)

R. L. Gutmann

(*Pacific Luthetan Universiity, WA, U. S. A.*)

Abstract

In this paper, a new robust adaptive control law, referred as θ-δ modification, is developed. Unlike other modification methods, the θ-δ modification does not degrade the performance of the control system; i. e., the new adaptive law guarantees that the tracking error and all other signals in the adaptive loop are asymptotically stable in the ideal case for which the system is perturbation-free. When the system is subject to perturbations, the adaptive law is robust, with a small drift in error between the plant and model outputs regardless of whether the constant γ is large or small. Therefore, the constant γ can be chosen arbitrarily.

Key words ——Model reference adaptive control; robustness; lyapunov stability theory.