第16卷 第5期 自 动 化 学 报 Vol. 16, No. 5
1990 年 9 月 ACTA AUTOMATICA SINICA Sept., 1990

按段多重契比雪夫多项式系及其在线性时变系统辨识中的应用[1)]

顾幸生　胡仰曾
（华东化工学院）

摘　　要

本文在块脉冲函数系和契比雪夫多项式系基础上定义了一种新的正交函数系——按段多重契比雪夫多项式系，研究该函数系的主要性质和基本运算法则，得出了积分运算矩阵、乘积运算矩阵和元素乘积运算矩阵，并用此函数系研究线性时变系统的参数辨识问题，获得了简单、快速、高精度的递推辨识算法．数值例子计算结果表明，当采用如伪随机信号一类的充分激励的函数作为被辨识系统的试验信号，本文提出的算法所得结果的精度和计算时间都比一般正交契比雪夫多项式算法所得结果为好．

关键词——正交函数系，函数逼近，参数辨识，线性时变系统．

一、引　　言

近年来，将正交函数系应用于控制领域，吸引了不少研究者．文［1—4］利用块脉冲函数系（BPF）进行系统的状态分析、参数估计和最优控制方面的研究，文[5—8]利用移位契比雪夫多项式系（SCP——Shifted Chebyshev Polynomials）研究系统控制问题，均取得了很大进展．然而，用它们处理较复杂的系统，或者逼近具有跃变的函数，尚存在一些缺点，主要是：1）采用 SCP 求解动态系统，一般地说，精度不高；2）采用 SCP 研究系统辨识所得的算法，辨识精度（在具有相同多项式系阶次条件下）随着时间终值的增加而降低，这与实际应用中时间终值增加，获得的有关系统特性的信息量增多，辨识精度提高的观点相矛盾；3）逼近分段连续函数，尤其是参数辨识中广泛使用的伪随机信号，误差偏大；4）迄今为止，采用 SCP 所得的各种算法仅适用于时间终端固定的场合，这些算法没有时间意义上的递推功能．

本文定义一类新的正交函数系——按段多重契比雪夫多项式系（PMCP——Piecewise Multiple Chebyshev Polynomials）可以克服一般连续正交多项式系的以上缺点，拓宽正交函数系在控制领域中的应用范围．本文给出其定义式，研究其性质，并以此多项式系解决线性时变连续系统模型的参数辨识问题，导出了具有递推功能的参数估计算法．

本文于 1988 年 5 月 16 日收到．
1）国家自然科学基金资助项目．

二、PMCP 的定义及其主要性质

契比雪夫多项式系 $\{\tilde{T}_j(x):\ j=0,\ 1,\ 2,\cdots\}$ 定义如下：

$$\tilde{T}_j(x)=\cos(j\arccos x),\quad x\in[-1,1],\ j=0,1,2,\cdots. \tag{2.1}$$

令

$$x=2(\bar{t}_i-t)/\Delta_i, \tag{2.2}$$

其中 $\Delta_i=t_i-t_{i-1}(t_i>t_{i-1})$，$\bar{t}_i=(t_{i-1}+t_i)/2$，则得定义在区间 $[t_{i-1},\ t_i]$ 上的移位契比雪夫多项式系 $\{T_{ij}(t):j=0,\ 1,\ 2,\ \cdots\}$：

$$T_{ij}(t)=\cos[j\arccos 2(\bar{t}_i-t)/\Delta_i],\quad t\in[t_{i-1},t_i],\ j=0,1,2,\cdots. \tag{2.3}$$

定义. 作区间 $[0,\ t_f]$ $(t_f<+\infty)$ 的划分，将 $[0,\ t_f]$ 分成N个子区间

$$[0,\ t_f]=[t_0,\ t_1)\cup[t_1,\ t_2)\cup\cdots\cup[t_{N-2},\ t_{N-1})\cup[t_{N-1},\ t_N],$$

其中 $t_0=0$。令

$$\Delta_i=t_i-t_{i-1},\quad \bar{t}_i=(t_{i-1}+t_i)/2, \tag{2.4}$$

函数 $\bar{T}_{ij}(t)$ $(t\in[0,\ t_f],\ i=1,\ 2,\ \cdots,\ N;\ j=0,\ 1,\ 2,\cdots)$ 定义为

$$\bar{T}_{ij}(t)=\begin{cases}\cos[j\arccos 2(\bar{t}_i-t)/\Delta_i] & t\in[t_{i-1},\ t_i),\ i=1,\ 2,\cdots,\ N-1,\\ \cos[j\arccos 2(\bar{t}_N-t)/\Delta_N] & t\in[t_{N-1},\ t_N],\ j=0,\ 1,\ 2,\cdots,\\ & 0,\ \text{其余},\end{cases} \tag{2.5}$$

则称 $\{\bar{T}_{ij}(t):i=1,\ 2,\ \cdots,\ N;\ j=0,\ 1,\ 2,\ \cdots\}$ 为按段多重契比雪夫多项式系.

可以证明，PMCP 具有以下基本性质和运算法则：

性质 1. $\{\bar{T}_{ij}(t):\ i=1,\ 2,\ \cdots,\ N;\ j=0,\ 1,\ 2,\ \cdots\}$ 以权函数

$$\bar{W}(t)=2[1-4(\bar{t}_i-t)^2/\Delta_i^2]^{-1/2}/\Delta_i,\quad t\in\bigcup_{i=1}^{N}(t_{i-1},\ t_i) \tag{2.6}$$

加权正交，即

$$\int_0^{t_f}\bar{W}(t)\bar{T}_{ij}(t)\bar{T}_{kl}(t)dt=\begin{cases}\pi, & i=k,\ j=l=0,\\ \pi/2, & i=k,\ j=l=1,\ 2,\cdots,\\ 0, & \text{其余}.\end{cases} \tag{2.7}$$

性质 2. 代数递推关系

$$\bar{T}_{ij+1}(t)=4(\bar{t}_i-t)/\Delta_i\cdot\bar{T}_{ij}(t)-\bar{T}_{ij-1}(t). \tag{2.8}$$

性质 3. 微分递推关系

$$\bar{T}_{ij}(t)=\frac{\Delta_i}{4(j-1)}\dot{\bar{T}}_{ij-1}(t)-\frac{\Delta_i}{4(j+1)}\dot{\bar{T}}_{ij+1}(t). \tag{2.9}$$

性质 4. 多项式系 $\{\bar{T}_{ij}(t):\ i=1,\ 2,\ \cdots,\ N;\ j=0,\ 1,\ 2,\ \cdots\}$ 为完备正交函数系. 令

$$L^2[0,t_f;\bar{W}(t)]=\left\{f(t):\ \|f(t)\|_{L^2}=\left[\int_0^{t_f}\bar{W}(t)f^2(t)dt\right]^{1/2}<+\infty\right\}. \tag{2.10}$$

性质 5. 若 $f(t)\in L^2[0,\ t_f;\ \bar{W}(t)]$，则在 $[0,\ t_f]$ 上，$f(t)$ 可展开成如下广义傅里叶级数：

$$\begin{cases} f(t) \sim \sum_{i=1}^{N} \sum_{j=0}^{+\infty} \bar{f}_{ij} \overline{T}_{ij}(t), \\ \bar{f}_{ij} = \dfrac{1}{\bar{r}_{ij}} \int_0^{t_f} \overline{W}(t) f(t) \overline{T}_{ij}(t) dt, \\ \bar{r}_{ij} = \int_0^{t_f} \overline{W}(t) \overline{T}_{ij}^2(t) dt = \begin{cases} \pi, j = 0, \\ \pi/2, \ j = 1, 2, \cdots \end{cases} \end{cases} \tag{2.11}$$

式(2.11)中，$\sum_{i=1}^{N} \sum_{j=0}^{+\infty} \bar{f}_{ij} \overline{T}_{ij}(t)$ 是在式(2.10)范数意义下，对 L^2 空间中函数 $f(t)$ 的最佳逼近。

定理. 令

$$f_{NM}(t) = \sum_{i=1}^{N} \sum_{j=0}^{M-1} \bar{f}_{ij} \overline{T}_{ij}(t) = \sum_{i=1}^{N} f_M^i(t) = \hat{F}^T \overline{T}(t) \tag{2.12}$$

$$\begin{cases} \hat{F} = [\bar{f}_{10} \bar{f}_{11} \cdots \bar{f}_{1M-1} \cdots \bar{f}_{N0} \bar{f}_{N1} \cdots \bar{f}_{NM-1}]^T, \\ \overline{T}(t) = [\overline{T}_1^T(t) \overline{T}_2^T(t) \cdots \overline{T}_N^T(t)]^T, \ \overline{T}_i(t) = [\overline{T}_{i0}(t) \overline{T}_{i1}(t) \cdots \overline{T}_{iM-1}(t)]^T, \end{cases} \tag{2.13}$$

N，M 为正整数，则有

$$\lim_{M \to \infty} \| f_{NM}(t) - f(t) \|_{L^2} = 0, \tag{2.14}$$

$$E(\bar{f}_{ij}) = \min_{a_{ij}} \int_0^{t_f} \overline{W}(t) \left[f(t) - \sum_{i=1}^{N} \sum_{j=0}^{M-1} a_{ij} \overline{T}_{ij}(t) \right]^2 dt. \tag{2.15}$$

性质 6. 脱关性

$$\overline{T}_i(t) \overline{T}_j^T(t) = 0_{M \times M}, \quad i \neq j, \tag{2.16}$$

其中 $0_{M \times M}$ 为 $M \times M$ 维零矩阵。

性质 5 表明，PMCP 可作为 L^2 函数空间中的基函数，对任意函数 $f(t) \in L^2[0, t_f; \overline{W}(t)]$，可以 PMCP 为基底展开，进行任意精度的函数逼近运算。

运算法则 1. 积分运算。

$$\int_0^t \overline{T}(s) ds \doteq R \overline{T}(t), \tag{2.17}$$

$$R = \begin{bmatrix} P_1 & Q_1 & Q_1 & \cdots & Q_1 \\ & P_2 & Q_2 & \cdots & Q_2 \\ & & \ddots & \ddots & \vdots \\ & 0 & & \ddots & Q_{N-1} \\ & & & & P_N \end{bmatrix}, \tag{2.18}$$

$$P_i = \Delta_i \begin{bmatrix} 1/2 & -1/2 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ 1/8 & 0 & -1/8 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ -1/6 & 1/4 & 0 & -1/12 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ \cdots\cdots & & & & & & & \\ \dfrac{-1}{2(M-1)(M-3)} & 0 & 0 & 0 & \cdots & \dfrac{1}{4(M-3)} & 0 & \dfrac{-1}{4(M-1)} \\ \dfrac{-1}{2M(M-2)} & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & \dfrac{1}{4(M-2)} & 0 \end{bmatrix}_{M \times M}, \tag{2.19}$$

$$Q_i = \Delta_i[\hat{C} \vdots 0]_{M\times M}, \tag{2.20}$$

$$\hat{C} = [1\ \ 0\ \ -1/3\ \ 0\ \ -1/15\ \ 0\cdots((-1)^{M-1}-1)/(2M(M-2))]^T. \tag{2.21}$$

运算法则 2. 乘积运算. 令

$$\hat{F} = [f_{10}f_{11}\cdots f_{1M-1}\cdots f_{N0}f_{N1}\cdots f_{NM-1}]^T_{M\times 1}, \tag{2.22}$$

则有

$$\bar{T}(t)\bar{T}^T(t)\hat{F} = \tilde{F}\bar{T}(t), \tag{2.23}$$

其中

$$\tilde{F} = \mathrm{Block}(\mathrm{diag}\ (\tilde{F}_1,\ \tilde{F}_2,\ \cdots,\ \tilde{F}_N)), \tag{2.24}$$

$$\tilde{F}_k = \begin{bmatrix} f_{k0} & f_{k1} & f_{k2} & \cdots & f_{kM-1} \\ \frac{1}{2}f_{k1} & f_{k0}+\frac{1}{2}f_{k2} & \frac{1}{2}f_{k1}+\frac{1}{2}f_{k3} & \cdots & \frac{1}{2}f_{kM-2} \\ \frac{1}{2}f_{k2} & \frac{1}{2}f_{k1}+\frac{1}{2}f_{k3} & f_{k0}+\frac{1}{2}f_{k4} & \cdots & \frac{1}{2}f_{kM-3} \\ \cdots\cdots & & & & \\ \frac{1}{2}f_{kM-1} & \frac{1}{2}f_{kM-2} & \frac{1}{2}f_{kM-3} & \cdots & f_{k0} \end{bmatrix}_{M\times M}. \tag{2.25}$$

运算法则 3. 元素乘积运算.

$$t\cdot\bar{T}(t) \doteq H\bar{T}(t), \tag{2.26}$$

$$H = \mathrm{Block}(\mathrm{diag}(H_1,\ H_2,\ \cdots,\ H_N)), \tag{2.27}$$

$$H_i = \Delta_i/4\begin{bmatrix} a_i & -2 & 0 & & & \\ -1 & a_i & -1 & & & \\ & -1 & a_i & -1 & & \\ & 0 & \ddots & \ddots & \ddots & \\ & & & \ddots & \ddots & -1 \\ & & & & -1 & a_i \end{bmatrix}_{M\times M}, \tag{2.28}$$

$$a_i = \bar{t}_i/4\Delta_i. \tag{2.29}$$

式(2.17)中，R 称为积分运算矩阵；式(2.23)中，$\tilde{F}$ 称为乘积运算矩阵；式(2.26)中，H 称为元素乘积运算矩阵.

三、线性时变系统参数辨识的 PMCP 方法

考虑下述 MIMO 线性时变系统：

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A(t)x(t) + B(t)u(t), \\ x(0) = c, \\ y(t) = x(t) + v(t), \end{cases} \tag{3.1}$$

式中 $x(t)\in R^{s\times 1}$，$u(t)\in R^{r\times 1}$ 分别为系统的状态和输入，$y(t)$ 为输出，即状态的量测值. $v(t)$ 为量测噪声，设其为白噪声. $A(t),B(t)$ 分别为 $s\times s$ 和 $s\times r$ 维参数矩阵.

设在采样时刻 t_j 获得了输入 $u(t)$ 和输出 $y(t)$ 的量测值 $\{y(t_j), j=1,2,\cdots,n\}$

和 $\{u(t_j),\ j=1,\ 2,\ \cdots,\ n\}$，要求从观测数据中确定时变参数 $A(t)$、$B(t)$.

选取合适的正整数 p、q，将 $A(t)$、$B(t)$ 用下述泰勒展开式描述：

$$A(t) \doteq \sum_{k=0}^{p-1} A_k \cdot t^k, \quad B(t) \doteq \sum_{k=0}^{q-1} B_k \cdot t^k. \tag{3.2}$$

这样,原系统可近似表述为

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \sum_{k=0}^{p-1} A_k t^k x(t) + \sum_{k=0}^{q-1} B_k t^k u(t), \\ x(0) = c, \\ y(t) = x(t) + v(t). \end{cases} \tag{3.3}$$

取正整数 N、M，将 $x(t)$、$u(t)$、$x(0)$ 按 PMCP 展开如下：

$$\begin{cases} x(t) \doteq \sum_{i=1}^{N} \sum_{j=0}^{M-1} \bar{X}_{ij}\bar{T}_{ij}(t) = \sum_{i=1}^{N} \bar{X}_i \bar{T}_i(t) = \bar{X}\bar{T}(t), \\ u(t) \doteq \sum_{i=1}^{N} \sum_{j=0}^{M-1} \bar{U}_{ij}\bar{T}_{ij}(t) = \sum_{i=1}^{N} \bar{U}_i \bar{T}_i(t) = \bar{U}\bar{T}(t), \\ x(0) \doteq \bar{C}\bar{T}(t), \quad \bar{C} = [\bar{C}_1,\ \bar{C}_2,\ \cdots,\ \bar{C}_N], \quad \bar{C}_i = [x(0)\ \ 0 \cdots 0]. \end{cases} \tag{3.4}$$

对式(3.3)的状态方程式两端积分,可得

$$x(t) - x(0) = \int_0^t \left[\sum_{i=0}^{p-1} A_i \tau^i x(\tau) + \sum_{i=0}^{q-1} B_i \tau^i u(\tau) \right] d\tau. \tag{3.5}$$

将式(3.4)代入上式,再应用运算法则 1, 3, 并注意到等式对任意时刻 $t \in [0, t_f]$ 均成立,故有

$$\bar{X} - \bar{C} = \sum_{i=0}^{p-1} A_i \bar{X} H^i R + \sum_{i=0}^{q-1} B_i \bar{U} H^i R, \tag{3.6}$$

式中 R, H 见式(2.17),(2.26). 令

$$\begin{cases} \theta = [A_0\ A_1\ \cdots A_{p-1}\ B_0\ B_1\ B_{q-1}], \\ Z = [(\bar{X}R)^T, (\bar{X}HR)^T, \cdots, (\bar{X}H^{p-1}R)^T, (\bar{U}R)^T, (\bar{U}HR)^T, \cdots, (\bar{U}H^{q-1}R)^T]^T, \\ W = \bar{X} - \bar{C}, \end{cases} \tag{3.7}$$

则式(3.6)成为

$$\theta Z = W. \tag{3.8}$$

上述矩阵方程中，未知参数个数为 $s \times (s \cdot p + r \cdot q)$ 个，方程总数为 $s \cdot N \cdot M$ 个,若使方程有解,则需满足

$$N \cdot M \geqslant s \cdot p + r \cdot q. \tag{3.9}$$

上述公式中,$\bar{X}$ 的估计值可通过下述途径获得.

将量测方程用下式表示：

$$y_j(t) = \hat{x}_j^T \bar{T}(t) + v_j(t), \tag{3.10}$$

式中 $\hat{x}_j$ 为 $x_j(t)$ 的 PMCP 展开式系数向量,即

$$\hat{x}_j^T = [\bar{x}_{10}^j \bar{x}_{11}^j \cdots \bar{x}_{1M-1}^j \cdots \bar{x}_{N0}^j \bar{x}_{N1}^j \cdots \bar{x}_{NM-1}^j]. \tag{3.11}$$

则由下式给出其估计值：

$$\hat{x}_j = (\Psi^T \Psi)^{-1} \Psi^T Y_j. \tag{3.12}$$

其中

$$\Psi = [\bar{T}(t_1),\ \bar{T}(t_2),\ \cdots,\ \bar{T}(t_n)]^T, \tag{3.13}$$

$$\bar{Y}_j = [y_j(t_1),\ y_j(t_2),\ \cdots,\ y_j(t_n)]^T. \tag{3.14}$$

在实际估算中，当噪声不大时，可令 $x(t_l) = y(t_l)$，然后按高斯求积法求取 $\bar{X}$，计算简便，且又不致造成过大误差.

求解方程(3.8)，可得

$$\tilde{\Theta}^T = (ZZ^T)^{-1} \cdot Z \cdot W^T. \tag{3.15}$$

令

$$P(k) = (\underline{Z}_k \underline{Z}_k^T)^{-1}, \tag{3.16}$$

此处 $\underline{Z}_k = [Z_1,\ Z_2,\ \cdots,\ Z_k]$，则可推导出如下的参数辨识递推算法：

1）选取合适的正整数 N，M 和 p，q.

2）令 $k=0$，$P(0)=\lambda I_M$，$\hat{\theta}_0^T = 0$，λ 为一相当大正数，I_M 为 $M\times M$ 维单位阵. 设 $V_0 = 0$.

3）计算 $\bar{X}_k$，$\bar{U}_k$，构造矩阵

$$Z_{k+1} = \begin{bmatrix} \bar{X}_{k+1} \\ \bar{X}_{k+1}H_{k+1}^1 \\ \vdots \\ \bar{X}_{k+1}H_{k+1}^{p-1} \\ \bar{U}_{k+1} \\ \bar{U}_{k+1}H_{k+1}^1 \\ \vdots \\ \bar{U}_{k+1}H_{k+1}^{q-1} \end{bmatrix} P_{k+1} + V_{k+1};\quad V_{k+1} = V_k + \begin{bmatrix} \bar{X}_k \\ \bar{X}_kH_k^1 \\ \vdots \\ \bar{X}_kH_k^{p-1} \\ \bar{U}_k \\ \bar{U}_kH_k^1 \\ \vdots \\ \bar{U}_kH_k^{q-1} \end{bmatrix} Q_k;\quad W_{k+1}$$

$$= \bar{X}_{k+1} - \bar{C}_{k+1}. \tag{3.17}$$

4）计算

$$\begin{cases} M(k+1) = P(k)Z_{k+1}[I + Z_{k+1}^TP(k)Z_{k+1}]^{-1}, \\ P(k+1) = P(k) - M(k+1)Z_{k+1}^TP(k), \\ \tilde{\Theta}_{k+1}^T = \tilde{\Theta}_k^T + M(k+1)(W_{k+1}^T - Z_{k+1}^T\tilde{\Theta}_k^T), \\ k \Leftarrow k+1. \end{cases} \tag{3.18}$$

5）判别 $k \leqslant N-1$，若是则转 3)，否则计算结束.

下面用两个例题说明上述算法的应用及其有效性.

例 1. 设一阶时变线性系统为

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = (a_0 + a_1\cdot t + a_2\cdot t^2)x(t) + b_0u(t), \\ x(0) = 3. \end{cases} \tag{3.19}$$

输入信号 $u(t)$ 为伪随机信号. 取不同的 N、M，用上述算法辨识的结果如表 1. 表中同时列出了 SCP 算法（在本算法中，令 $N=1$ 即得 SCP 算法）所得的结果及计算时间的比较.

例 2. 设二阶时变线性系统模型为

表 1　例 1 的参数辨识结果(计算时间 T 的单位为秒)

	a_0	a_1	a_2	b_0
SCP: $N=1, M=16, T=95$	1.086975	1.927534	−2.000887	0.6503237
SCP: $N=1, M=25, T=350$	1.071046	1.952698	−2.009355	0.6877619
PMCP: $N=16, M=3, T=114$	1.003541	1.993735	−1.997593	0.9976960
PMCP: $N=16, M=4, T=232$	1.001779	1.996711	−1.998662	0.9983751
Exact	1.000000	2.000000	−2.000000	1.0000000

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = (A_0 + A_1 \cdot t)x(t) + (B_0 + B_1 \cdot t)u(t), \\ x(0) = \begin{bmatrix} -1 \\ 4 \end{bmatrix}. \end{cases} \tag{3.20}$$

输入信号为伪随机信号. 先进行系统仿真,然后辨识参数,其结果见表 2. 表中同时列出了采用 SCP 算法进行辨识计算所得到的结果及计算时间的比较.

表 2　例 2 的参数辨识结果

	$A_0(1,1)$	$A_0(1,2)$	$A_0(2,1)$	$A_0(2,2)$	$B_0(1,1)$	$B_0(2,1)$
1	1.005145	0.653534	0.771823	0.762711	0.506648	2.132991
2	0.990597	0.660832	0.888918	0.711573	0.430081	2.620334
3	0.996162	0.499960	1.015501	1.504352	1.000602	−0.017580
4	0.999025	0.499613	0.998820	1.495187	1.004457	0.039403
5	1.000000	0.500000	1.000000	1.500000	1.000000	0.000000
	$A_1(1,1)$	$A_1(1,2)$	$A_1(2,1)$	$A_1(2,2)$	$B_1(1,1)$	$B_1(2,1)$
1	−1.847081	−0.192558	−0.875744	−0.968003	0.000578	−1.870281
2	−1.910384	−0.174054	−0.495598	−1.079956	0.053716	−2.144494
3	−1.996110	−0.000351	−0.008985	−2.003985	−0.000549	−1.994783
4	−1.999576	0.000309	0.007588	−1.998853	−0.001368	−2.012489
5	−2.000000	0.000000	0.000000	−2.000000	0.000000	−2.000000

注: 1——SCP, $N=1$, $M=16$, $T=122$sec.; 2——SCP, $N=1$, $M=25$, $T=440$sec.
3——PMCP, $N=16$, $M=3$, $T=199$sec.; 4——PMCP, $N=16$, $M=4$, $T=386$sec.
5——Exact Values

四、结　语

时变线性系统辨识是辨识课题中的难题之一, 常用的辨识方法一般是基于离散模型的, 本文提出的 PMCP 算法则适用于连续系统模型. 对充分激励的一类输入信号如伪随机信号, 若采用 SCP 方法, 尽管逼近多项式阶次选得很高, 由于计算误差的影响, 精度仍然不高, 甚至可能降低; 而采用本文提出的 PMCP 方法处理这类信号, 精度很高. PMCP 在应用于控制领域时显示出了它的优越性, 但还有一些理论问题, 如状态分析中误差的估计等, 尚需解决.

参　考　文　献

[1] Sinha, N. K. and Zhou Qijie, State Estimation Using Block-pulse Functions, *Int. J. Systems Sci.*, **15**(1984), 341—350.

[2] Chen Wenliang and Hsu Chunsheng, Convergence of the Block-Pulse Series Solution of a Linear Time-varying System, *Int. J. Systems Sci.*, **15**(1984), 351—360.

[3] Palanisamy, K. R. and Bhattacharya, D. K., System Identification via Block-pulse Functions, *Int. J. Systems Sci.*, **12**(1981), 643—647.

[4] Hsu Ningshow and Cheng Bing, Analysis and Optimal Control of Time-varying Systems via Block-Pulse Functions, *Int. J. Control*, **33**(1981), 1107—1122.

[5] Horng Ing-rong and Chou Jyh-horng, Analysis, Parameter Estimation and Optimal Control of Time Delay System via Chebyshev Series, *Int. J. Control*, **41**(1985), 1221—1234.

[6] Horng Ing-rong and Chou Jyh-horng, Shifted Chebyshev Direct Method for Solving Variational Problems, *Int. J. Systems Sci.*, **16**(1985), 855—861.

[7] Chou Jyh-horng and Horng Ing-rong, Shifted Chebyshev Series Analysis and Identification of Time-varying Bilinear Systems, *Int. J. Control*, **43**(1986), 129—137.

[8] Liu Chengchiian and Shih Yenping, Analysis and Parameter Identification of Linear Systems via Chebyshev Polynomials of the Second Kind, *Int. J. Systems Sci.*, **16**(1985), 753—759.

PIECEWISE MULTIPLE CHEBYSHEV POLYNOMIALS AND THEIR APPLICATION TO PARAMETER IDENTIFICATION OF LINEAR TIME-VARYING SYSTEMS

Gu Xingsheng　Hu Yangzeng

(East China University of Chemical Technology)

Abstract

Based on Block-Pulse Functions and Shifted Chebyshev Polynomials (SCP), the orthogonal functions——Piecewise Multiple Chebyshev Polynomials (PMCP) is introduced in this paper Main properties and basic operational rules of PMCP are studied. The integral operational matrix, the product operational matrix and the element product operational matrix are proposed. PMCP has been successfully applied to parameter identification of linear time-varying systems. Simple, rapid, accurate and recursive algorithm is obtained via PMCP. The results of the illustrated examples show that the algorithm presented is better than that via SCP for approximating piecewise continuous functions or the functions having severe variety, such as P.R.B.S.

Key words ——Orthogonal functions; function approximation; parameter identification; linear time-varying systems.