

关于“输出反馈任置极点的精确解与粗壮性” 一文的一个反例

杨亚光 吕勇哉

(浙江大学工业控制研究所)

关键词 ——极点配置, 输出反馈, 鲁棒性.

文献[1]的主要定理讨论了闭环特征值互异且 $m + r - 1 \geq n$ (这里 n, m, r 分别是状态变量, 输出变量和输入变量)的特殊情况. 得出了如下结果:

定理^[1]. 各元互异的任何 m -可分解集 Λ_n 皆能精确配置. 几乎全部精确解 $K \in \mathbf{R}^{r \times m}$ 都可用一种算法的参数表示, 其中有 mr 个粗壮集自由参数, $m \cdot r - n$ 个粗壮集设计自由度.

下面给出一反例^[2], 证明这一结论不能成立.

例. 给出如下一个完全可控, 完全可观的系统.

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu, \\ y &= Cx. \end{aligned}$$

其中

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

$$\begin{aligned} |sI - A + BKC| &= \begin{vmatrix} s+1 & 0 & -1 \\ -1 & s+k_{12} & k_{11} \\ 0 & k_{22}-1 & s+k_{21} \end{vmatrix} \\ &= (s+1)(s+k_{12})(s+k_{21}) + (k_{22}-1) + k_{11}(1-k_{22})(s+1) \\ &= s^3 + (1+k_{12}+k_{21})s^2 + (k_{12}+k_{21}+k_{12}k_{21}+k_{11}-k_{11}k_{22})s \\ &\quad + (k_{12}k_{21}+k_{22}-1+k_{11}-k_{11}k_{22}). \end{aligned} \tag{1} \end{aligned}$$

假设要求配置的闭环极点为

$$\Lambda = (-1, -a \pm b_j),$$

则

$$(s+1)(s+a+b_j)(s+a-b_j)$$

$$= s^3 + (2a + 1)s^2 + (a^2 + b^2 + 2a)s + a^2 + b^2. \quad (2)$$

比较式(1),(2)立即得到

$$\begin{aligned} k_{12} + k_{21} &= 2a, \\ k_{12}k_{21} + k_{11} - k_{11}k_{22} &= a^2 + b^2, \\ k_{22} &= 1. \end{aligned}$$

故 k_{11} 为任意值, $k_{12}, k_{21} = a \pm b_j$. 显然 $K \notin R^{r \times m}$, 定理的结论不成立.

然而文献[1]给出的算法 2.4 是颇有新意的. 由于只需要求解线性方程组就可以得到精确解 K , 其计算是较为简单的. 而命题 2.5 保证了 θ 和 ψ 是粗壮集, 因此试凑选择 K 的过程成功的可能性相当大.

参 考 文 献

- [1] 王大海, 输出反馈任意极点精确解与粗壮性, 自动化学报, 15(1989), 217—223.
 [2] Kimura, H., Pole Assignment by Gain Output Feedback, *IEEE trans. AC-10* (1975), 509—516

A COUNTEREXAMPLE ON "THE EXACT SOLUTION AND OPTIMAL ROBUSTNESS OF ARBITRARY POLE ASSIGNMENT BY OUTPUT FEEDBACK"

YANG YAGUANG, LU YONGZAI

(Research Institute of Industrial Control Zhejiang University)

Key words —— Pole assignment; output feedback; robustness.