第16卷 第5期
1990年9月

自 动 化 学 报
ACTA AUTOMATICA SINICA

Vol. 16, No. 5
Sept., 1990

一类非线性连续系统参数估计方法

刘若峰　　曹大铸
（青岛海洋大学）　（南京工学院）

摘　　要

本文提出一类非线性连续系统的参数估计方法．该方法巧妙利用不同幅值的伪随机输入信号，从原系统中离析出线性子系统．基于线性子系统的参数估计值和集合理论，提出一个零极点划分的寻优准则．在此准则下，实现对系统参数的估计．仿真结果表明，该方法的计算速度较快且估值精度较高．

关键词——参数估计，输入信号，寻优准则．

一、引　　言

图1所示系统由两个线性动态子系统夹一个非线性静态环节串联组成．这类系统结构复杂且数学处理困难，关于它的辨识，文献[1]和[2]用多谐正弦信号输入法研究过这类系统的参数估计，这些方法仅适用于无噪声、非线性程度不高的连续系统．由此，本文提出含随机干扰的非线性连续系统参数估计．

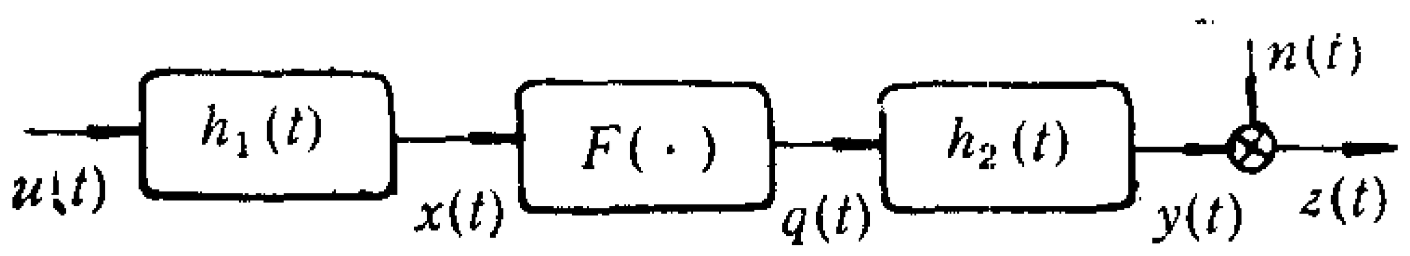

图　1

图1假设条件：1) $n(t)$ 是与 $u(t)$ 统计独立均值为零的有色噪声；2) 非线性静态环节近似由 p 次多项式表达，即 $q(t)=\sum_{i=1}^{p} r_i x^i(t)$；3) 输入信号 $u_v(t)$ 是幅值为 α_v 的对称的 M 周期序列．记 $f(t)$ 是幅值为1的基准 M 序列，则 $u_v(t)=\alpha_v\cdot f(t)$．其中，$v=1,2,\cdots p$；4) $h_1(t)$ 和 $h_2(t)$ 是两个渐近稳定的线性子系统脉冲响应函数，其频域传递函数如下：

$$H_1(s)=\frac{\sum_{i=0}^{k_1-1} b_i s^i}{1+\sum_{i=1}^{k_1} a_i s^i},\quad H_2(s)=\frac{\sum_{i=0}^{k_2-1} d_i s^i}{1+\sum_{i=1}^{k_2} c_i s^i}. \tag{1}$$

本文于1988年5月16日收到．

二、辨 识 方 法

设图 1 系统输入信号为 $u_v(t)$，系统输出为

$$z_v(t) = \sum_{i=1}^{p} r_i \alpha_v^i e_{fi}(t) + n_v(t), \tag{2}$$

式中

$$e_{fi}(t) = \int_0^t h_2(t-\tau)\left[\int_0^\tau h_1(\tau - w) f(w)\, dw\right]^i d\tau.$$

变动(2)式中参数 v，得矩阵方程 $Z = \Phi \cdot E + N$，

其中 $Z = [z_1(t),\ z_2(t),\ \cdots,\ z_p(t)]^T$，$E = [r_1 e_{f1}(t),\ r_2 e_{f2}(t),\ \cdots,\ r_p e_{fp}(t)]^T$，$N = [n_1(t), n_2(t),\ \cdots,\ n_p(t)]^T$，$\Phi = [\phi_{ij}] = [\alpha_i^j]_{\substack{i=1,2,\cdots,p\\ j=1,2,\cdots,p}}$，解矩阵方程得

$$E = \Psi \cdot Z - \Psi \cdot N, \tag{3}$$

式中 $\Psi = \Phi^{-1} = [\psi_{ij}]_{\substack{i=1,2,\cdots,p\\ j=1,2,\cdots,p}}$，由(3)式得

$$r_1 e_{f1}(t) = g(t) - \xi(t), \tag{4}$$

其中 $g(t) = \sum_{i=1}^{p} \psi_{1i} z_i(t)$，　$\xi(t) = \sum_{i=1}^{p} \psi_{1i} n_i(t)$.

(4)式方程为已离析的线性子系统方程，它的输入和输出分别为 $f(t)$ 和 $g(t)$，$\xi(t)$ 是噪声信号. 由(1)和(4)式，线性子系统频率传递函数记为

$$H(j\omega) = r_1 \cdot H_1(j\omega) \cdot H_2(j\omega) = \frac{\sum_{i=0}^{k-2} y_i (j\omega)^i}{1 + \sum_{i=1}^{k} x_i (j\omega)^i}, \tag{5}$$

其中 $k = k_1 + k_2$，$H_1(0) = H_2(0) = 1$，系统参数待估向量为 $\boldsymbol{\theta} = [x_1,\ x_2,\ \cdots,\ x_k;\ y_0,\ y_1,\ \cdots,\ y_{k-2}]^T$.

按采样定理选择采样时间 T，对系统输入信号和输出信号采样 $p \times N$ 次，有 N 组数据

$$\{f(kT)\},\ \{g(kT)\},\ k = 0, 1, 2, \cdots, N-1.$$

引理. $\xi(kT)$ 序列是有色噪声，其均值为零并与 $f(kT)$ 序列统计独立.

证明. $\because\ \xi(kT) = \sum_{i=1}^{p} \psi_{1i} n_i(kT)$，$k = 0, 1, 2, \cdots, N-1$，$\therefore\ E[\xi(kT)] = 0$.

又由图 1 假设条件和文献[4]有

$$n_i(kT) + \sum_{j=1}^{l} a_j n_i[(k-j)T] = \sum_{j=0}^{q} b_j w_i[(k-j)T]，类比得$$

$$\xi(kT) + \sum_{j=1}^{l} a_j \xi[(k-j)T] = \sum_{j=0}^{q} b_j w_T[(k-j)T],$$

式中

$$w_T(kT) = \sum_{i=1}^{p} c_i w_i(kT).$$

∵ $w_i(kT)$ 是白噪声序列，∴ $w_T(kT)$ 也是白噪声序列，故 $\xi(kT)$ 是有色噪声序列[4]. 依据图 1 假设条件和[4]式得 $\xi(kT)$ 与 $f(kT)$ 统计独立，从而得(4)式系统参数一致估计值[3]，记为 $\hat{\boldsymbol{\theta}} = [\hat{x}_1, \hat{x}_2, \cdots, \hat{x}_k; \hat{\vartheta}_0, \hat{\vartheta}_1, \cdots, \hat{\vartheta}_{k-1}]$. 现设

$$H_\alpha(s) = \frac{\hat{H}(s)}{\hat{r}_1} = \frac{(s+w_1)(s+w_2)\cdots(s+w_{k-2})}{(s+v_1)(s+v_2)\cdots(s+v_k)}, \quad \hat{r}_1 = \hat{\vartheta}_0.$$

定义. 集合 A 为 $\{v_1, v_2, \cdots, v_k\}$，集合 B 为 $\{w_1, w_2, \cdots, w_{k-2}\}$，且 $A_{1j}^{(k_1)}$ 和 $A_{2j}^{(k_1)}$ 是 A 的子集，$B_{1j}^{(k_1)}$ 和 $B_{2j}^{(k_1)}$ 是 B 的子集，它们满足条件

$$A_{1j}^{(k_1)} \cup A_{2j}^{(k_1)} = A, \quad A_{1j}^{(k_1)} \cap A_{2j}^{(k_1)} = \Phi, \quad B_{1j}^{(k_1)} \cup B_{2j}^{(k_1)} = B, \quad B_{1j}^{(k_1)} \cap B_{2j}^{(k_1)} = \Phi.$$

这里，$A_{1j}^{(k_1)}$ 含 A 集的 k_1 个元素，$B_{1j}^{(k_1)}$ 含 B 集的 k_1-1 个元素，Φ 表示空集，$j=1, 2, \cdots, \begin{bmatrix} k \\ k_1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} k-2 \\ k_1-1 \end{bmatrix}$. 做映射

$$A_{1j}^{(k_1)} \cup B_{1j}^{(k_1)} \to H_{1j}^{(k_1)}(s) = \frac{\alpha_j^{(k_1)}(s+w_{1j}^{(k_1)})(s+w_{2j}^{(k_1)})\cdots(s+w_{k_1-1,j}^{(k_1)})}{(s+v_{1j}^{(k_1)})(s+v_{2j}^{(k_1)})\cdots(s+v_{k_1,j}^{(k_1)})},$$

$$A_{2j}^{(k_1)} \cup B_{2j}^{(k_1)} \to H_{2j}^{(k_1)}(s) = \frac{\beta_j^{(k_1)}(s+w_{k_1,j}^{(k_1)})\cdots(s+w_{k-2,j}^{(k_1)})}{(s+v_{k_1+1,j}^{(k_1)})\cdots(s+v_{k,j}^{(k_1)})},$$

式中 $\alpha_j^{(k_1)} \cdot \beta_j^{(k_1)} = 1$，$\alpha_j^{(k_1)} \prod_{i=1}^{k_1-1} w_{ij} = \prod_{i=1}^{k_1} v_{ij}^{(k_1)}$，$\beta_j^{(k_1)} \prod_{i=k_1}^{k-2} w_{ij}^{(k_1)} = \prod_{i=k_1+1}^{k} v_{ij}^{(k_1)}$. 由(3)式得：

$r_i e_{fi}(t) = \sum_{m=1}^{p} \phi_{im} z_m(t) - \sum_{m=1}^{p} \phi_{im} n_m(t)$，此式离散采样求和取极限有：

$$r_i \lim_{N\to\infty} \frac{\sum_{k=0}^{N-1} e_{fi}(kT)}{N} = \sum_{m=1}^{p} \phi_{im} \lim_{N\to\infty} \frac{\sum_{k=0}^{N-1} z_m(kT)}{N}.$$

定义.

$$\varepsilon_{ij}^{(k_1)} = \sum_{m=1}^{p} \phi_{im} \frac{\sum_{k=0}^{N-1} z_m(kT)}{N} \Bigg/ \frac{\sum_{k=0}^{N-1} y_{ij}^{(k_1)}(kT)}{N}, \quad i = 2, 3, \cdots, p. \tag{6}$$

$$\varepsilon_{j,k_1} = \frac{1}{N(p-1)} \sum_{i=2}^{p} \sum_{k=0}^{N-1} \left[\sum_{m=1}^{p} \phi_{im} z_m(kT) - \varepsilon_{ij}^{(k_1)} y_{ij}^{(k_1)}(kT) \right]^2, \tag{7}$$

式中，$y_{ij}^{(k_1)}$ 为图 2 所示系统的输出信号.

图 2

定理. 设图 1 所示系统的非线性系数 $r_i (i = 1, 2, \cdots, p)$ 和划分存在且唯一，则在阶次 k 已知下，必存在 $k_1 = r$，$j = s$ 构成集合 $A_{1s}^{(r)}$、$A_{2s}^{(r)}$、$B_{1s}^{(r)}$ 和 $B_{2s}^{(r)}$ 映射成 $H_{1s}^{(r)}$ 和 $H_{2s}^{(r)}$. $H_{1s}^{(r)}$ 和 $H_{2s}^{(r)}$ 分别拟合图 1 所示系统 $H_1(s)$ 和 $H_2(s)$ 的充要条件是

$$\varepsilon_{s,r} = \min_{\substack{k_1=r \\ j=s}} \left\{ \frac{1}{N(p-1)} \sum_{i=2}^{p} \sum_{k=0}^{N-1} \left[\sum_{v=1}^{p} \phi_{iv} z_v(kT) - \varepsilon_{ij}^{(k_1)} y_{ij}^{(k_1)}(kT) \right]^2,\right.$$

$$k_1 = 1,2,\cdots,k;\ j = 1,2,\cdots,\left.\left[\begin{matrix}k\\k_1\end{matrix}\right]\left[\begin{matrix}k-2\\k_1-1\end{matrix}\right]\right\}. \tag{8}$$

证明．命题知存在划分 $k_1 = r$，$j = s$ 满足(8)式，有

$$\varepsilon_{sr} = \frac{1}{p-1}\sum_{i=2}^{p}\frac{1}{N}\sum_{k=0}^{N-1}\left[\sum_{v=1}^{p}\phi_{iv}z_v(kT) - \varepsilon_{is}^{r}y_{is}^{(r)}(kT)\right]^2.$$

∵ (5)式参数估计是一致估计量，

$$\therefore\quad \varepsilon_{sr} = \frac{1}{p-1}\sum_{i=2}^{p}\lim_{N\to\infty}\frac{1}{N}\sum_{k=0}^{N-1}\left[\sum_{v=1}^{p}\phi_{iv}n_v(kT)\right]^2. \tag{9}$$

反证法．设存在 $k_1 = r'$，$j = s'$ $(r' \neq r$ 或 $s' \neq s)$．
当N足够大时有

$$\varepsilon_{s'r'} \leqslant \varepsilon_{sr}. \tag{10}$$

根据(6)式和(9)式可得

$$\varepsilon_{s'r'} = \frac{1}{p-1}\sum_{i=2}^{p}\lim_{N\to\infty}\frac{1}{N}\sum_{k=0}^{N-1}\left[\sum_{v=1}^{p}\phi_{iv}n_v(kT) + \varepsilon_{is}^{r}y_{is}^{(r)}(kT) - \varepsilon_{is'}^{r'}y_{is'}^{(r')}(kT)\right]^2.$$

∵ $f(kT)$ 与 $n(kT)$ 统计独立，

$$\therefore\quad \lim_{N\to\infty}\frac{1}{N}\sum_{k=0}^{N-1}\left[\sum_{v=1}^{p}\phi_{iv}n_v(kT)\right]\cdot\left[\varepsilon_{is}^{r}y_{is}^{(r)}(kT) - \varepsilon_{is'}^{r'}y_{is'}^{(r')}(kT)\right] = 0,$$

$$\varepsilon_{s'r'} = \varepsilon_{sr} + \lim_{N\to\infty}\frac{1}{p-1}\sum_{i=2}^{p}\frac{1}{N}\sum_{k=0}^{N-1}\left[\varepsilon_{is}^{r}y_{is}^{(r)}(kT) - \varepsilon_{is'}^{r'}y_{is'}^{(r')}(kT)\right]^2,$$

则 $\varepsilon_{s'r'} > \varepsilon_{sr}$，这与(10)式矛盾，定理得证．

表 1　仿真结果数据表

真实值			a_2, b_0	a_1	b_1	r_1	r_2	c_1, d_0
			1.0	1.3	0.2	2.0	1.2	0.5
估计量			系统 1			非线性系数		系统 2
噪声条件	ε_{sr}	均值 偏度	$\hat a_2, \hat b_0$	$\hat a_1$	$\hat b_1$	$\hat r_1$	$\hat r_2$	$\hat c_1, \hat d_0$
$u=0.0$ $\sigma^2=0.0$ $S/N=\infty$	1.88×10^{-7}	均　值	0.99595	1.29765	0.20439	2.00000	1.20080	0.49913
		偏　度	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
$u=0.0$ $\sigma^2=0.04$ $S/N=33.97$	3.89×10^{-5}	均　值	0.99312	1.29390	0.20660	2.04731	1.19967	0.49822
		偏　度	0.02149	0.04077	0.02005	0.19839	0.02095	0.00863
$u=0.0$ $\sigma^2=0.16$ $S/N=21.93$	1.88×10^{-4}	均　值	0.99390	1.29593	0.20816	2.09462	1.19915	0.49773
		偏　度	0.07122	0.11799	0.06031	0.39678	0.04827	0.01987
$u=0.0$ $\sigma^2=0.36$ $S/N=14.88$	5.01×10^{-4}	均　值	1.00846	1.31600	0.20461	2.14194	1.19860	0.49719
		偏　度	0.15961	0.23991	0.11853	0.59516	0.07148	0.03010
$u=0.0$ $\sigma^2=0.64$ $S/N=9.89$	1.01×10^{-3}	均　值	1.00755	1.31983	0.20724	2.18925	1.19342	0.49691
		偏　度	0.25034	0.38350	0.18446	0.79355	0.10814	0.04767

依据定理，图 1 所示两个线性子系统传递函数估计为 $\hat{H}_1(s)=H_{1s}^{(r)}(s)$，$\hat{H}_2(s)=H_{2s}^{(r)}(s)$. 非线性静态环节系数估值为 $\hat{r}_i=\varepsilon_{is}^{(r)}$，$i=2,3,\cdots,p$.

三、仿 真 结 果

设图 1 所示待识系统的两个线性子系统传递函数和非线性静态环节分别为

$$H_1(s)=\frac{0.2s+1.0}{s^2+1.3s+1.0},\quad H_2(s)=\frac{0.5}{s+0.5},\quad q(t)=1.2x^2(t)+2x(t).$$

仿真实验条件：1)输入信号是幅值分别为 1 和 2 长度为 (2^6-1) 的M周期序列. 2) 采样时间 $T=0.2$ 秒. 3)输出端有色噪声由蒙特卡罗法产生，噪声模型定为二阶. 表 1 中信噪比 $=10\log y(t)$ 的方差$/n(t)$ 的方差，单位是 dB. 均值 $\bar{X}=\frac{1}{5}\sum_{i=1}^{5}X_i$，偏度$=\max\limits_{1\leqslant i\leqslant 5}(X-\bar{X})$.

参 考 文 献

[1] SHANMUGAM, K. S., Identification of Nonlinear System in Frequency Domain, *IEEE Trans.* **AES-11** (1975), 1218—1225.

[2] Wilson, J. R., Nonlinear System Theory-volterra/Wiener. Baltimore, Johns Hopking (1981), 293—319.

[3] 徐南荣，袁利金，连续时间模型参数的一种直接估计方法，控制理论及应用，**3**(1986), No. 4, 30—37.

[4] 复旦大学，概率论(第三册)，人民教育出版社 (1981 年)，207—240.

A PARAMETER ESTIMATION METHOD FOR A CLASS OF NONLINEAR CONTINUOUS SYSTEM

LIU RUOFENG

(*Qingdao University of Oceanology*)

CAO DAZHU

(*Nanjing Institute of Technology*)

ABSTRACT

A parameter estimation method is proposed for a class of nonlinear continuous system. This method uses periodic sequences of different magnitudes as inputs to extract a linear subsystem so that the set theory, parameter estimation, optimization, pole zero separation, can be applied. Simulation shows that the calculation needed can be done rather fast and the accuracy of the estimated parameters is relatively high.

Key words ——Parameter estimation; input signal; optimization criterion.