

不需持续激励的鲁棒极点配置自适应控制

鲍平安 陈新海

(西安西北工业大学八系)

摘 要

本文提出了一种新的极点配置自适应控制算法。当对象受到不确定性干扰作用时,该算法能保证系统的稳定性。最后,本文给出了一个仿真算例。

关键词——自适应控制,极点配置,鲁棒性,数字仿真。

一、引 言

在实际工程中,由于工作环境、外界干扰、元件老化及损坏等因素的影响,真实对象往往很难用准确的数学模型描述,因而建模误差及不确定性干扰的存在是不可避免的。在这种情况下,现有自适应控制算法难以胜任^[1,2],因此需要建立一类对建模误差、高频寄生模态及外界干扰等不确定性因素有一定容许能力的鲁棒自适应控制算法。

1984年, Martin-Sanchez 等提出了一种解决有界干扰作用的预测自适应控制方案^[4],而文献[5]推广了这一结果,给出了一种自校正鲁棒控制器,但两者都要求对象逆稳定。本文引入规范化信号 $m(t)$,把不确定性干扰考虑为一种相对 $m(t)$ 有界的干扰,在文献[4、5]的基础上,提出了一种鲁棒极点配置自适应控制算法,并给出了算法的稳定性证明。

二、问题叙述

设所考虑的对象是线性时不变的,其 ARMA 模型为

$$A(q^{-1})y(k) = B(q^{-1})u(k) + \xi(k), \quad (2.1)$$

其中 $\{u(k)\}$ 和 $\{y(k)\}$ 分别为输入和输出序列, $\{\xi(k)\}$ 为不确定性干扰序列,且满足

$$|\xi(k)|/m(k) \leq \mu, \quad k = 1, 2, \dots, \quad (2.2)$$

其中 μ 为有限正数, $\{m(k)\}$ 为规范化信号序列(其定义见(3.3)式)。 $A(q^{-1})$ 和 $B(q^{-1})$ 都是单位延迟算子 q^{-1} 的多项式,且

$$A(q^{-1}) = 1 + a_1q^{-1} + \dots + a_nq^{-n}, \quad (2.3)$$

$$B(q^{-1}) = b_1q^{-1} + \dots + b_mq^{-m}, \quad (2.4)$$

并假定: (A.1)、 $r = \max(m, n)$; (A.2)、 $A(q^{-1})$ 和 $B(q^{-1})$ 互质, 但系数未知. 由假定得出, 必存在 $r - 1$ 阶的唯一多项式 $E(q^{-1})$ 和 $F(q^{-1})$, 且 $E(0) = 1$, 使得

$$A(q^{-1})E(q^{-1}) + B(q^{-1})F(q^{-1}) = A^*(q^{-1}), \quad (2.5)$$

其中 $A^*(q^{-1})$ 为任意 $2r - 1$ 阶多项式.

若选控制器结构为

$$E(q^{-1})u(k) = F(q^{-1})[y^*(k) - y(k)], \quad (2.6)$$

其中 $\{y^*(k)\}$ 为选定的参考有界点序列, 那么所得闭环系统特征多项式为 $A^*(q^{-1})$. 因此, 若 $A^*(q^{-1})$ 是稳定多项式, 则闭环系统是渐近稳定的.

三、自适应控制器及稳定性分析

如果多项式 $A(q^{-1})$ 和 $B(q^{-1})$ 的系数已知, 便容易从 (2.5) 式求出控制器 (2.6) 的参数. 对于未知参数对象, 则需要估计控制器的参数.

将 (2.1) 式改写为

$$y(k) = \phi^T(k-1)\theta + \xi(k), \quad (3.1)$$

其中

$$\theta^T = [a_1, a_2, \dots, a_r; b_1, b_2, \dots, b_r],$$

$$\phi^T(k-1) = [-y(k-1), \dots, -y(k-r); u(k-1), \dots, u(k-r)].$$

并定义测前误差(即预测误差)为

$$e_0(k) = y(k) - \hat{\theta}^T(k-1)\phi(k-1), \quad (3.2)$$

规范化信号为

$$m(k) = \sigma_0 m(k-1) + |u(k-1)| + |y(k-1)|, \quad (3.3)$$

其中 $m(0) > 0$, $0 < \sigma_0 < 1$. 假设存在一个参数集 Ω

$$\Omega = \{\theta \mid \theta_{i,\min} \leq \theta_i \leq \theta_{i,\max}; i = 1, 2, \dots, 2r\}, \quad (3.4)$$

使得当 $\theta \in \Omega$ 时, 方程 (2.5) 存在唯一解. 这样, 自适应律定义如下:

$$\hat{\theta}(k) = \hat{\theta}(k) + \frac{\lambda(k)m(k)\bar{e}_0(k)\phi(k-1)}{1 + \lambda(k)\phi^T(k-1)\phi(k-1)}, \quad (3.5)$$

$$\hat{\theta}_i(k) = \begin{cases} \hat{\theta}_i(k), & \text{若 } \theta_{i,\min} \leq \hat{\theta}_i(k) \leq \theta_{i,\max} \\ \theta_{i,\min}, & \text{若 } \hat{\theta}_i(k) < \theta_{i,\min}, \\ \theta_{i,\max}, & \text{若 } \hat{\theta}_i(k) > \theta_{i,\max}, \end{cases} \quad (3.6)$$

其中 $\bar{e}_0(k) = e_0(k)/m(k)$, 且 $\lambda(k)$ 取值定义如下:

$$1) \lambda(k) = 0, \text{ 若 } |\bar{e}_0(k)| \leq \Delta'_b(\lambda_l, \Delta_b, k) \leq 2\Delta_b < \infty,$$

其中

$$\Delta'_b(\lambda, \Delta_b, k) = \frac{2 + 2\lambda\phi^T(k-1)\phi(k-1)}{2 + \lambda\phi^T(k-1)\phi(k-1)} \Delta_b,$$

$$0 < \lambda_l < \infty, \Delta_b \geq \mu.$$

$$2) \lambda_l < \lambda(k) \leq \lambda_b(k) \leq \lambda_u < \infty, \text{ 且}$$

$$i) \lambda_b(k) = \lambda_u, \text{ 若 } |\bar{e}_0(k)| > \Delta'_b(\lambda_u, \Delta_b, k),$$

$$ii) \lambda_b(k) = \frac{2(|\bar{e}_0(k)| - \Delta_b)}{(2\Delta_b - |\bar{e}_0(k)|)\phi^T(k-1)\phi(k-1)},$$

若 $\Delta'_b(\lambda_l, \Delta_b, k) < |\bar{e}_0(k)| \leq \Delta'_b(\lambda_u, \Delta_b, k)$.

这样,控制器为

$$\hat{E}(q^{-1})u(k) = \hat{F}(q^{-1})[y^*(k) - y(k)]. \quad (3.7)$$

且控制器的参数由下式确定:

$$\hat{A}(q^{-1})\hat{E}(q^{-1}) + \hat{B}(q^{-1})\hat{F}(q^{-1}) = A^*(q^{-1}), \quad (3.8)$$

其中 $\hat{A}(q^{-1})$ 和 $\hat{B}(q^{-1})$ 分别是由 $\hat{\theta}(k)$ 确定的 $A(q^{-1})$ 和 $B(q^{-1})$ 的估计多项式.

下面以引理和定理的形式给出该算法的稳定性分析.

引理 1. 对于自适应律 (3.5)–(3.6), 下列关系成立:

$$1) \|\tilde{\theta}(k)\| \leq \|\tilde{\theta}(k-1)\|, \quad 2) \lim_{k \rightarrow \infty} \lambda(k) = 0, \quad (3.9), (3.10)$$

$$3) \lim_{k \rightarrow \infty} [\tilde{\theta}(k) - \tilde{\theta}(k-1)] = 0, \quad 4) \lim_{k \rightarrow \infty} \hat{\theta}(k) = \lim_{k \rightarrow \infty} \hat{\theta}(k-1) = \bar{\theta}. \quad (3.11), (3.12)$$

定理 1. 对于由式(2.1)、(3.3)及式(3.6)–(3.8)所组成的极点配置自适应控制系统, 总存在一个 Δ_b^* , 使得对每个 $\mu \in [0, \Delta_b^*)$, 闭环系统是稳定的.

证. 类似文献[3]引入算子 $\hat{A}\hat{B}$ 、 $\hat{A} \cdot \hat{B}$ 、 \hat{A} 和 \hat{B} , 辅助信号 $z(k)$ 和 $w(k)$, 根据引理 1、文献[6]的引理 B.3.3 以及 $A^*(q^{-1})$ 的渐近稳定性可得

$$\|x_T\| \leq \gamma_1 + \gamma_2 \|e_{0T}\|, \quad (3.13)$$

其中下角 T 表示截断函数, $x \triangleq (u, y)^T$. 另外, 从引理 1 及 $\lambda(k)$ 的定义知, 存在一个正整数 N_1 , 使得当 $k > N_1$ 时, 下式成立:

$$|e_0(k)| \leq 2\Delta_b m(k). \quad (3.14)$$

又考虑到

$$m_T \leq \gamma_3 + \gamma_4 \|x_T\|, \quad (3.15)$$

所以, 由式(3.13)–(3.15)可得

$$(1 - 2\Delta_b \gamma_2 \gamma_4) \|x_T\| \leq \gamma_1 + 2\Delta_b \gamma_2 \gamma_3. \quad (3.16)$$

显然, 只要 $\Delta_b < 1/2\gamma_2\gamma_4$, 则 $\|x_T\|$ 有界, 也即整个自适应控制系统是稳定的.

几点说明: 1) Δ_b 应大于 μ , 但尽可能接近 μ ; 2) λ_l 取较小值, 但不期望 $\lambda_l = 0$; 3) 当 $\Delta'_b(\lambda_l, \Delta_b, k) < |\bar{e}_0(k)| \leq \Delta'_b(\lambda_u, \Delta_b, k)$ 时, 允许 $\lambda(k)$ 取 $[\lambda_l, \lambda_b(k)]$ 内的任何值.

四、仿真算例与结论

例. $A(q^{-1}) = 1 - 1.9^2 q^{-1} + 0.931 q^{-2}$; $B(q^{-1}) = q^{-1}(0.5 + 0.4 q^{-1})$,
 $\xi(k) = \eta * (y(k-3) + 2y(k-4) + 3u(k-1)).$

参考输入 $y^*(k)$ 为

$$y^*(k) = \begin{cases} 2, & 200(j-1) \leq k < 100(2j-1), \\ -2, & 100(2j-1) \leq k < 200j, \end{cases} \quad j = 1, 2, 3.$$

期望的闭环极点多项式 $A^*(q^{-1}) = 1 - 1.1 q^{-1} + 0.3 q^{-2}$, 关于建模误差项的系数 η 取值 0.2, 这时的建模误差是很大的.

仿真结果如图 1 和图 2 所示, 其仿真条件如下: $\theta_{\min} = [-2.1, 0.5, 0.3, 0.2]^T$, $\theta_{\max} = [-1.7, 1.1, 0.7, 0.6]^T$, $\sigma_0 = 0.99$, $m(0) = 1.0$, $\lambda_l = 0.01$, $\lambda_u = 1.0$, 而 $\lambda(k)$ 的取值规律为 $(\lambda_l + \lambda_u(k))/2$; 在图 1 中, $\Delta_b = 0.008$, 而在图 2 中, $\Delta_b = 0.005$.

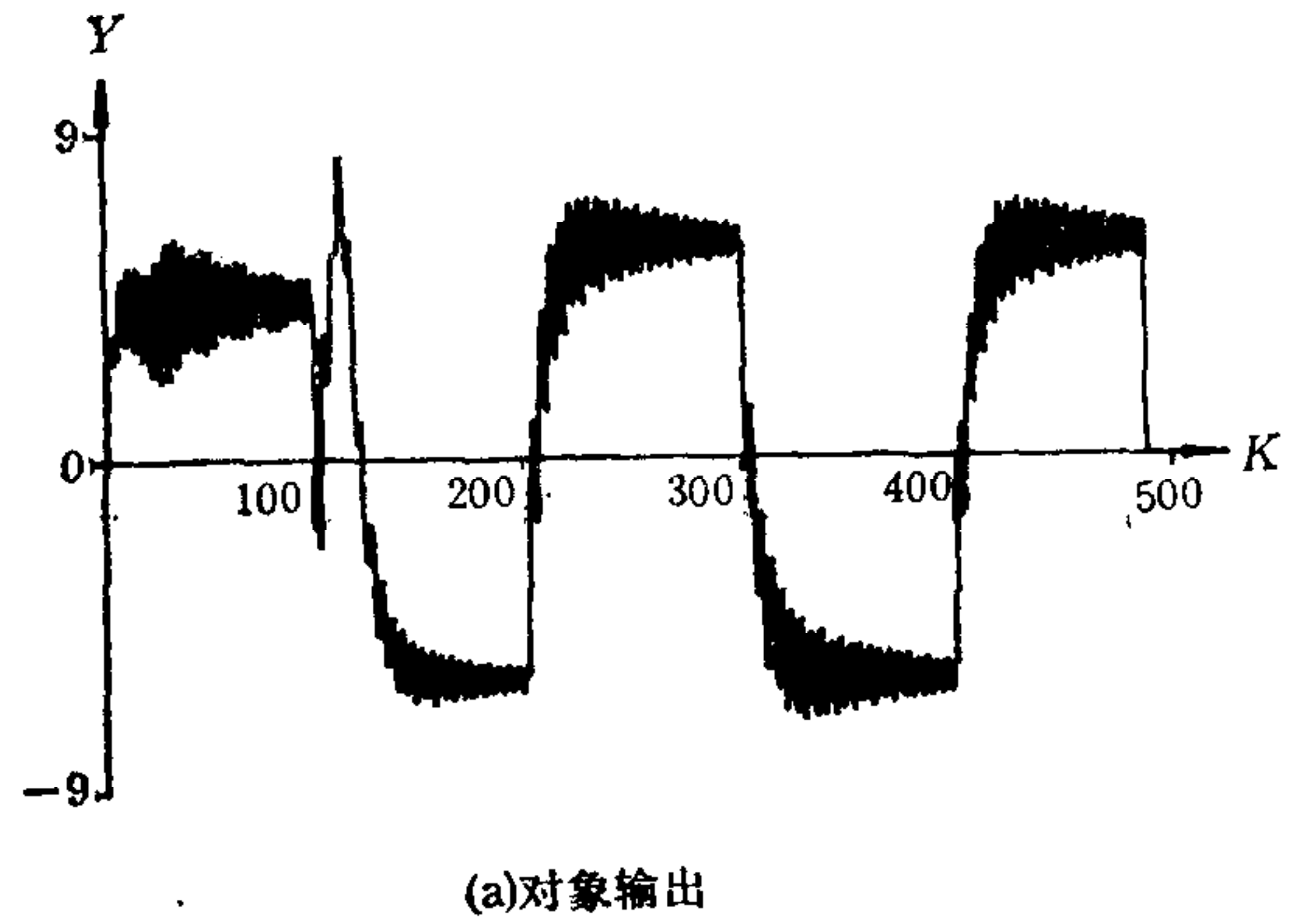
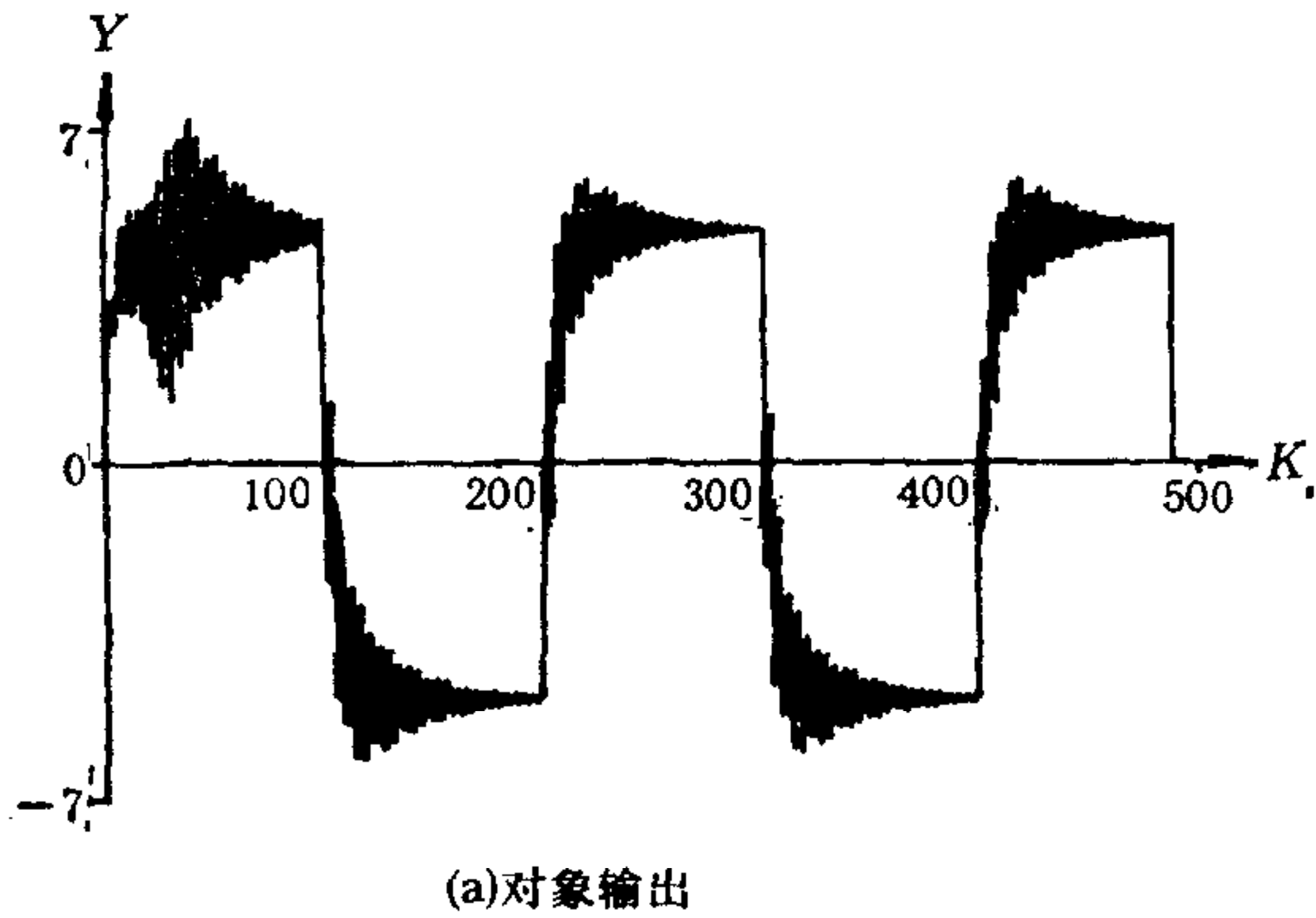


图 1

图 2

从仿真结果看, 系统输出结果稳定。当 Δ_b 取值减小时, 系统初始阶段输出波动增大 (图 2a); 再减小时, 系统输出发散。因此, 在仿真时, 算法中的参数需要试探选择, 以保证系统具有满意的性能。若采用文献[3]的极点配置自适应控制方案, 通过仿真发现系统不稳定, 这说明本文所提出的自适应控制方案确有较强的鲁棒性。此外, 该算法的另一个特点是不需要有关信号的持续激励条件, 这是一个重要的优点, 因为外加充分激励信号可能在自适应回路中引起恼人的干扰。如何克服仿真中出现的输出抖动, 还有待进一步研究。

参 考 文 献

- [1] 对于控制的挑战——集体的观点(专题讨论会报告), 控制与决策, 1987年第5期, 52—54.
- [2] Rohrs, C. E., et al., Robustness of Adaptive Control Algorithms in the Presence of Unmodeled Dynamics, Proc. 21st IEEE Conf. Decision & Contr., 1982, 3—11.
- [3] Goodwin, G. C., K. S. Sin, Adaptive Control of Nonminimum Phase Systems, *IEEE Trans.*, **AC-26**, (1981), 2, 478—483.
- [4] Martin-Sanchez, J. M., S. L. Shah, D. G. Fisher, A Stable Adaptive Predictive Control System, *Int. J. Control*, **39** (1984), 1, 215—234.
- [5] Song, H. K., S. L. Shah, D. G. Fisher, A Self-tuning Robust Controller, *Automatica*, **22** (1986), 5, 521—531.

- [6] Goodwin, G. C., K. S. Sin, Adaptive Filtering Prediction and Control, Prentice-Hall, New Jersey, 1984.

ROBUST POLE-PLACEMENT ADAPTIVE CONTROL WITHOUT PERSISTENT EXCITATION

BAO PINGAN CHEN XINHAI

(North western Polytechnical University)

ABSTRACT

This paper proposes a pole-placement adaptive control algorithm, ensures the stability of the system which is subject to uncertain disturbances. A simulation example is illustrated.

Key words—Adaptive control; pole-placement; robustness; digital simulation.