

随机伺服系统自适应二次最优组合控制

庞全 何钱 陈康宁

(洛阳工学院机械系)

(西安交通大学)

摘要

本文基于极点在线优化原理和随机过程理论, 针对缓时变随机伺服系统提出一种参数自适应和二次性能最优的组合控制。这种控制形式简单、运算量小, 能较好地适应系统的时变特性, 并保持系统在不同参数与工况下具有最佳跟踪性能。文章讨论了控制的收敛性, 并通过仿真和应用实例显示这种控制的有效性及其良好的鲁棒性。

关键词——自适应控制, 最优化, 电液伺服系统。

一、引言

目前, 伺服系统自适应控制主要采用极点配置自校正和模型参考法。两者具有内在相似性, 都是根据预设的极点配置或参考模型来调整控制参数, 使系统达到期望特性。但极点配置或参考模型的设置与受控对象有关, 以往根据对象特性和控制指标凭经验确定的方法不仅难以达到最佳效果, 而且当对象特性变化较大时, 这种固定的设置还有可能导致物理上的不可实现而影响系统稳定性^[1]。

文献[2]用在线搜索法实现单极点系统的极点自寻优, 但很难推广到多极点系统。文献[3]的方法则因计算复杂而难以在线实现。文献[4]建立的在线优化自校正适用多极点情况且运算量小, 但又限于确定性系统而难以推广应用。

本文基于极点在线优化和随机过程理论, 建立了随机伺服系统参数自适应与二次性能最优的组合控制, 具有实际工程使用价值。

二、控制算法

定义差分算子多项式 $A(q^{-1})$ 及其系数向量 \bar{A} 如下:

$$A(q^{-1}) = a_0 + a_1 q^{-1} + \cdots + a_{n_a} q^{-n_a}, \quad a_0 \neq 0,$$
$$\bar{A} = [a_0 \ a_1 \ \cdots \ a_{n_a}]^T,$$

式中 $n_a = \deg A(q^{-1})$ 。当 $a_0 = 1$ 时, 称 $A(q^{-1})$ 为首1的。

1. 基本控制结构

观察图1。受干扰随机被控对象的模型为

$$A(q^{-1})y(t) = q^{-d}B(q^{-1})u(t) + C(q^{-1})e(t), \quad (1)$$

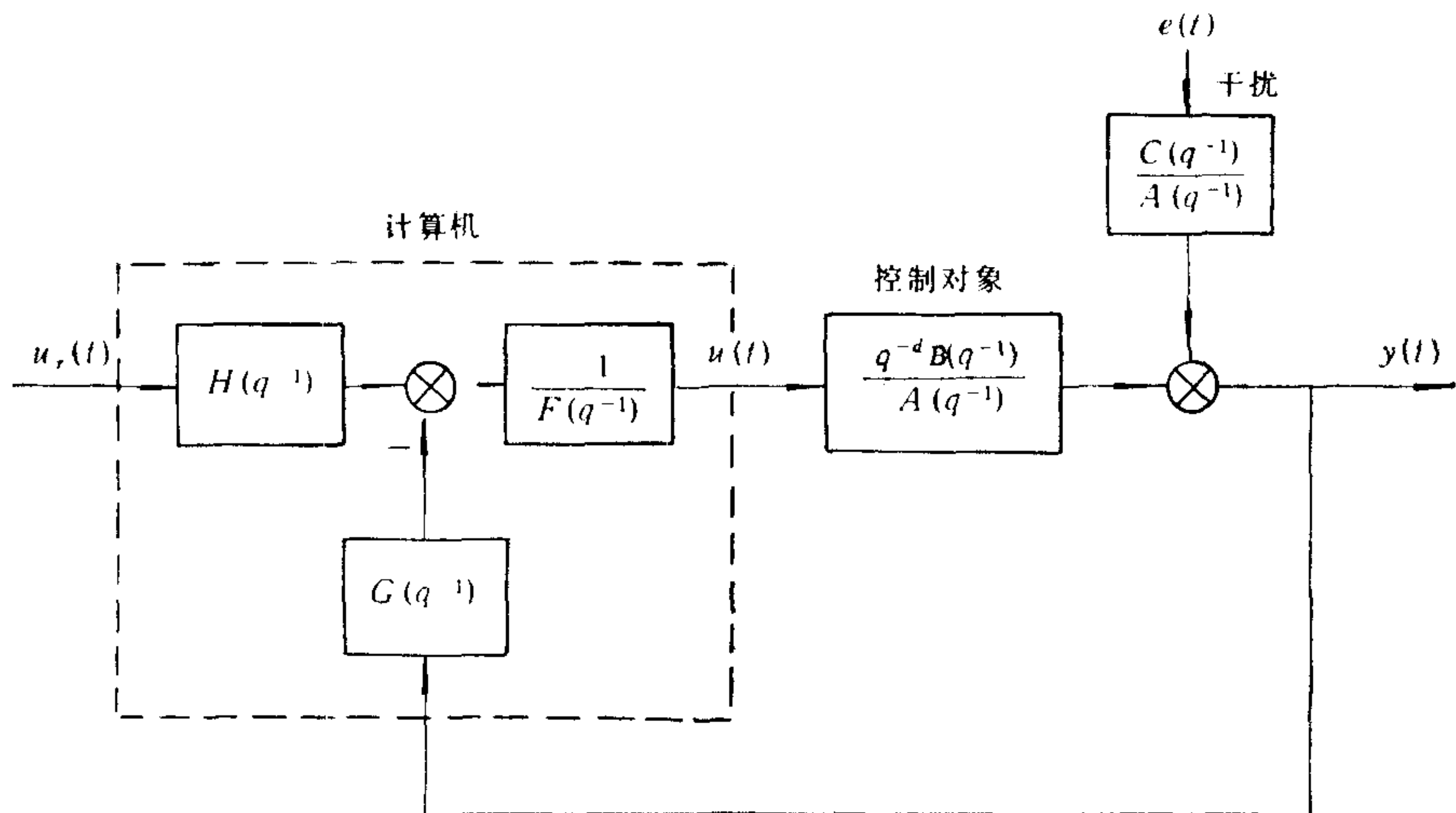


图1 基本控制结构

式中 $y(t)$ 和 $u(t)$ 分别为对象输出和控制输入; $e(t)$ 为零均值单位白噪声序列; d 为时间延迟; $A(q^{-1})$ 为首 1 的。采用极点配置控制

$$F(q^{-1})u(t) = -G(q^{-1})y(t) + H(q^{-1})u_r(t), \quad (2)$$

式中 $u_r(t)$ 为参考输入; $F(q^{-1})$ 为首 1 的。则构成闭环系统

$$\begin{aligned} [A(q^{-1})F(q^{-1}) + q^{-d}B(q^{-1})G(q^{-1})]y(t) \\ = q^{-d}B(q^{-1})H(q^{-1})u_r(t) + C(q^{-1})F(q^{-1})e(t). \end{aligned} \quad (3)$$

设控制目标是使闭环系统极点达到期望特性 $P(q^{-1})$, 这里 $P(q^{-1})$ 为首 1 的, 而保留对象零点, 则控制参数可由下式确定:

$$\hat{A}(q^{-1})F(q^{-1}) + q^{-d}\hat{B}(q^{-1})G(q^{-1}) = \hat{C}(q^{-1})P(q^{-1}), \quad (4)$$

$$H(q^{-1}) = \left[\frac{P(q^{-1})}{\hat{B}(q^{-1})} \right]_{q=1} \hat{C}(q^{-1}), \quad (5)$$

式中 $\hat{A}(q^{-1})$ 等为参数 $A(q^{-1})$ 等的在线估计。再令

$$\begin{cases} \hat{C}(q^{-1})\tilde{u}(t) = \hat{B}(q^{-1})u(t), \\ \hat{C}(q^{-1})\tilde{y}(t) = \hat{B}(q^{-1})y(t). \end{cases} \quad (6)$$

将式(4)两边同乘 $y(t)$ 再引入式(1)和式(6)有

$$P(q^{-1})y(t) = F(q^{-1})\tilde{u}(t-d) + G(q^{-1})\tilde{y}(t-d) + F(q^{-1})e(t), \quad (7)$$

式(7)构成控制参数 $F(q^{-1})$ 和 $G(q^{-1})$ 的在线递推预报模型^[5]。

联合以上各式不难求得控制后的闭环系统为

$$P(q^{-1})y(t) = \frac{P(1)}{B(1)} B(q^{-1})u_r(t-d) + F(q^{-1})e(t). \quad (8)$$

2. 组合控制算法

由文献[5]知, 采用改进 DFP 法作极点参数 \bar{P} 的在线优化时其收敛过程很快, 一般缓时变系统参数的变化速度相对其来说很小而可忽略。则由式(4)和式(8)可知控制参数 $F(q^{-1})$ 和 $G(q^{-1})$ 以及系统输出 $y(t)$ 均为 \bar{P} 的函数, 记为 $y(t, \bar{P}), F(q^{-1}, \bar{P})$ 。

设

$$J(\bar{P}) = \frac{1}{2T} \sum_{i=K-T}^K [y(t, \bar{P}) - u_r(t-d)]^2, \quad (9)$$

这里 T 近似取为系统调整时间, 式(9)描述了系统的跟踪性能. 再令

$$\nabla[J(\bar{P})] = \frac{d}{d\bar{P}} \left\{ \frac{1}{2T} \sum_{i=K-T}^K [y(t, \bar{P}) - u_r(t-d)]^2 \right\}, \quad (10)$$

$$W(n) = \nabla\{J[\bar{P}(n)]\}, \quad (11)$$

这里 $W(n)$ 即为 $J(\bar{P})$ 在 $\bar{P}(n)$ 点的梯度向量, 则可建立 \bar{P} 的递推优化式

$$\bar{P}(n+1) = \bar{P}(n) - I(n)L(n)W(n), \quad (12)$$

式中 $I(n)$ 和 $L(n)$ 分别为步长和修正矩阵, 其选择方法可参考文献[5].

将式(8)两边分别对 $p_i (i=1-n_p)$ 求导有

$$P(q^{-1}) \frac{dy(t, \bar{P})}{dp_i} + y(t-i, \bar{P}) = \frac{B(q^{-1})}{B(1)} u_r(t-d) + \frac{dF(q^{-1}, \bar{P})}{dp_i} e(t), \quad (13)$$

再将式(13)代入式(10), (11)有

$$\begin{aligned} w_i(n) &= \frac{1}{TP(q^{-1})} \sum_{i=K-T}^K [y(t, \bar{P}) - u_r(t-d)] \\ &\quad \times \left[-y(t-i, \bar{P}) + \frac{B(q^{-1})}{B(1)} u_r(t-d) \right] \\ &\quad + \frac{1}{TP(q^{-1})} \sum_{i=K-T}^K [y(t, \bar{P}) - u_r(t-d)] \frac{dF(q^{-1}, \bar{P})}{dp_i} e(t), \end{aligned} \quad (14)$$

$$W(n) = [w_1(n) \ w_2(n) \ \cdots \ w_{n_p}(n)]^T. \quad (15)$$

注意到 $F(q^{-1}, \bar{P})$ 的首 1 性,

$$\frac{dF(q^{-1}, \bar{P})}{dp_i} e(t) \cong F(q^{-1}, \bar{P}) e(t), \quad (i=1-n_p),$$

则式(14)中 $\frac{dF(q^{-1}, \bar{P})}{dp_i} e(t)$ 与 $y(t, \bar{P})$ 无关. 又显然 $\frac{dF(q^{-1}, \bar{P})}{dp_i} e(t)$ 与 $u_r(t-d)$

无关. 由平稳随机过程的遍历性原理, 当 T 足够大时有

$$\begin{aligned} \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \left\{ \frac{1}{P(q^{-1})} \sum_{i=K-T}^K [y(t, \bar{P}) - u_r(t-d)] \frac{dF(q^{-1}, \bar{P})}{dp_i} e(t) \right\} \\ = E \left\{ \frac{1}{P(q^{-1})} \sum_{i=K-T}^K [y(t, \bar{P}) - u_r(t-d)] \frac{dF(q^{-1}, \bar{P})}{dp_i} e(t) \right\} = 0, \end{aligned}$$

也即式(14)右边第二项可以忽略. 从而有

$$\begin{cases} w_i(n) = \frac{1}{TP(q^{-1})} \sum_{i=K-T}^K [y(t, \bar{P}) - u_r(t-d)] \\ \quad \times \left[-y(t-i, \bar{P}) + \frac{B(q^{-1})}{B(1)} u_r(t-d) \right], \\ W(n) = [w_1(n) \ w_2(n) \ \cdots \ w_{n_p}(n)]^T. \end{cases} \quad (16)$$

综合上述各式,可得缓时变随机伺服系统的自适应二次最优组合控制算法如下:

设 定: 期望特性参数初值 $\bar{P}(0)$.

第 1 步: 由式(1)在线估计系统参数 $\hat{B}(q^{-1})$ 和 $\hat{C}(q^{-1})$.

第 2 步: 由上一步所得 $\hat{B}(q^{-1})$ 和 $\hat{C}(q^{-1})$ 代入式 (6), (7), (5) 求取控制参数 $F(q^{-1}, \bar{P})$, $G(q^{-1}, \bar{P})$, $H(q^{-1}, \bar{P})$.

第 3 步: 由上一步所得控制参数及式(2)求取控制 $u(t)$.

第 4 步: 若 $t < K$, 返回第 1 步; 若 $t \geq K$, 由式(16)求 $W(n)$, 代入式(12)求 $\bar{P}(n+1)$. 将 $\bar{P}(n+1)$ 代入 $P(q^{-1})$, 再令 $K = K + T, n = n + 1$, 返回第 1 步.

(17)

三、收敛分析

以上是基于式(8)也即 $\hat{B}(q^{-1}) = B(q^{-1})$ 的情况讨论的. 而实际系统运行的初始阶段, 其参数估计一般存在偏差, 即 $\hat{B}(q^{-1}) \neq B(q^{-1})$, 这时式(16)应为

$$\begin{cases} \hat{w}_i(n) = \frac{1}{T P(q^{-1})} \sum_{t=K-T}^K [y(t, \bar{P}) - u_r(t-d)] \\ \quad \times \left[-y(t-i, \bar{P}) + \frac{\hat{B}(q^{-1})}{\hat{B}(1)} u_r(t-d) \right], \\ \hat{W}(n) = [\hat{w}_1(n) \hat{w}_2(n) \cdots \hat{w}_{n_p}(n)]^T, \end{cases} \quad (18)$$

这里即要讨论当 $\hat{W}(n) \neq W(n)$ 时组合控制的收敛性.

设 $\hat{W}(n)$ 和 $W(n)$ 的方向如图 2 所示, 其夹角为 ψ , 则明显只要 $|\psi| < 90^\circ$, $J[\bar{P}(n)]$ 在 $\hat{W}(n)$ 负方向上仍具有下降性, 从而 $\bar{P}(n)$ 的优化成立且控制收敛. 又由 $\hat{W}(n)$ 与 $W(n)$ 的矢量积不难推知, 要使 $|\psi| < 90^\circ$, 只要满足下列条件:

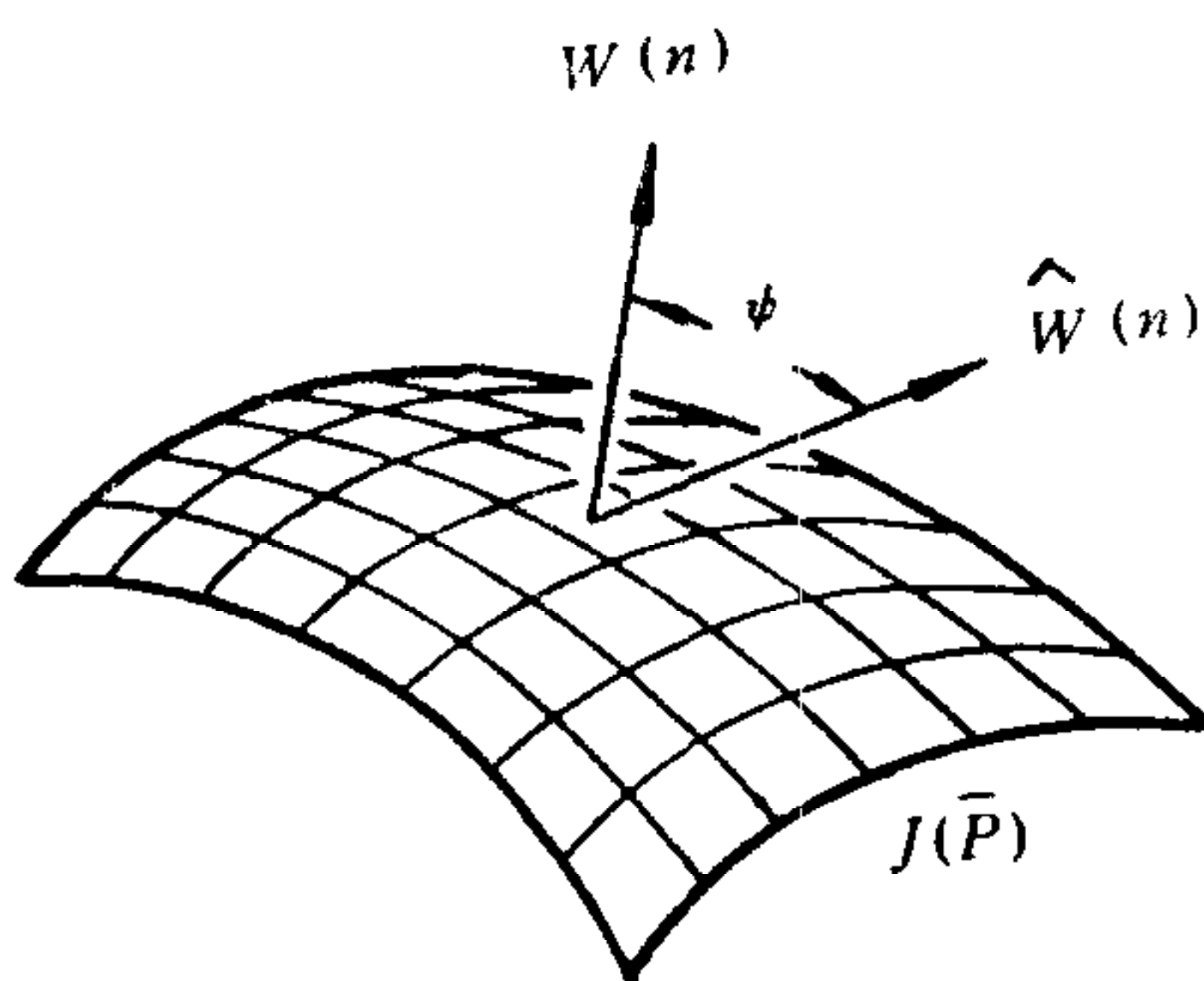


图 2 梯度矢量方向

$$\begin{cases} \frac{\hat{w}_i(n)}{w_i(n)} \geq 0, \quad i = 1-n_p, \\ \text{等于号对 } i \in [1, n_p] \text{ 不恒成立.} \end{cases} \quad (19)$$

$$\text{令 } - \sum_{t=K-T}^K [y(t, \bar{P}) - u_r(t-d)]$$

$$\times y(t-i, \bar{P}) = x(K, i)$$

不失一般性, 设 $x(K, i) \neq 0$, 再令

$$\frac{y(t, \bar{P}) - u_r(t-d)}{x(K, i)} = V(t, i), \quad (20)$$

$$\Delta B(q^{-1}) = \frac{\hat{B}(q^{-1})}{\hat{B}(1)} - \frac{B(q^{-1})}{B(1)}. \quad (21)$$

令式(18)和式(16)相除并引入式(20)和式(21)有

$$\frac{\hat{w}_i(n)}{w_i(n)} = \frac{1 + \sum_{i=K-T}^K V(t, i) \frac{B(q^{-1})}{B(1)} u_r(t-d) + \sum_{i=K-T}^K V(t, i) \Delta B(q^{-1}) u_r(t-d)}{1 + \sum_{i=K-T}^K V(t, i) \frac{B(q^{-1})}{B(1)} u_r(t-d)}, \quad (22)$$

于是收敛条件可进一步表示为

$$\left\{ \begin{array}{l} \left| \sum_{i=K-T}^K V(t, i) \Delta B(q^{-1}) u_r(t-d) \right| \\ \leq \left| 1 + \sum_{i=K-T}^K V(t, i) \frac{B(q^{-1})}{B(1)} u_r(t-d) \right|, \quad i = 1-n_p, \\ \text{等于号对 } i \in [1, n_p] \text{ 不恒成立.} \end{array} \right. \quad (23)$$

式(23)表明, 即便参数估计存在偏差, 只要其相对偏差 $\Delta B(q^{-1})$ 不超过一定范围, $\bar{P}(n)$ 的优化依旧成立, 控制收敛. 而下一节的应用实例表明, 实际上这种控制对系统参数偏差具有相当大的适应能力.

四、应用实例

采用高频响伺服阀作放大元件, 电液位置伺服系统可用三阶微分方程描述^[6], 其计算机控制结构见文献[7]. 进一步考虑随机干扰作用后, 其随机差分方程模型如下:

$$(1 + a_1 q^{-1} + a_2 q^{-2} + a_3 q^{-3})y(t) = (b_0 q^{-1} + b_1 q^{-2} + b_2 q^{-3})u(t) + (c_0 + c_1 q^{-1})e(t).$$

系统负载在系统运行中随时间而变, 造成系统参数变化如图 3 中的虚线 b_0 所示. 采用控制算法 (17) 所得参数在线估计如图中实线 \hat{b}_0 所示. 因篇幅限制仅给出 b_0 参数, b_1, b_2 的情况类似.

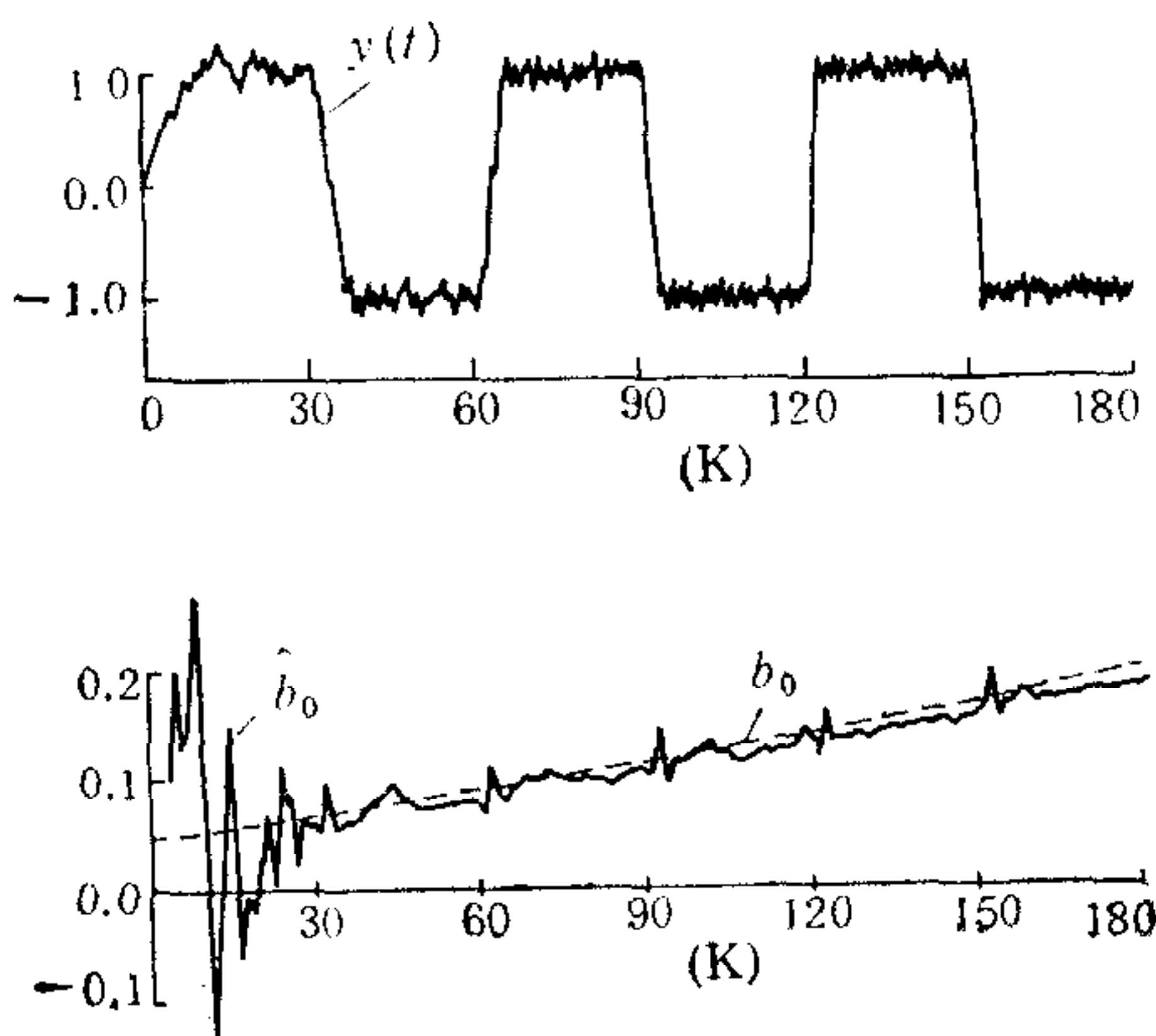


图 3 组合控制的仿真结果

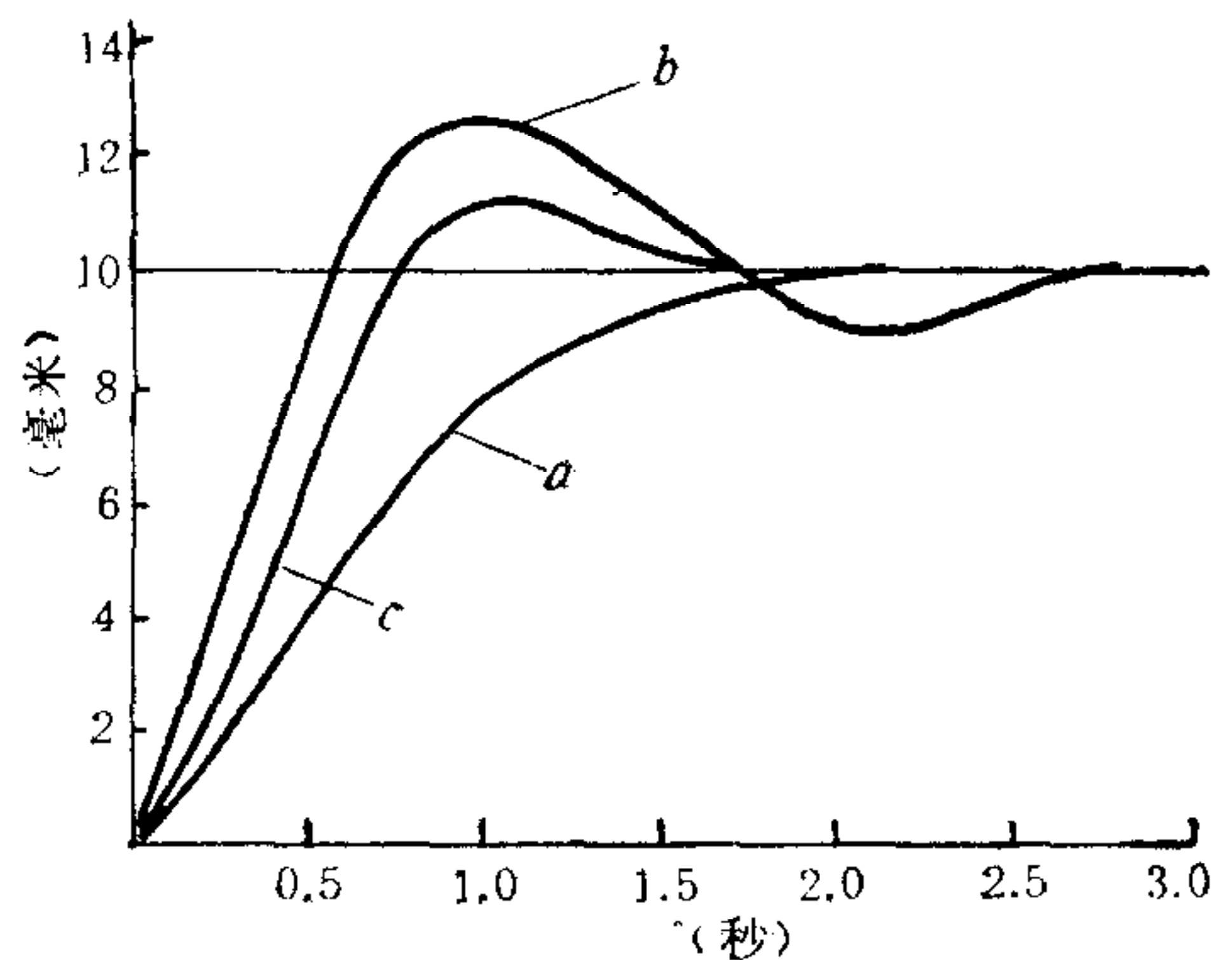


图 4 实验曲线

期望特性阶数与原系统相同即 $\deg P(q^{-1}) = 3$. 将其中两个作为主导极点, 另一个置于原点以减小对主导极点的影响并降低优化参数维数, 这时 $P(q^{-1})$ 简化为

$$P(q^{-1}) = 1 + p_1 q^{-1} + p_2 q^{-2}.$$

置初值 $\bar{P}(0) = [-0.39 \quad 0.041]^T$, 系统在控制算法(17)作用下对方波信号的跟踪响应如图 3 中的 $y(t)$ 所示。由图可见, 尽管在系统运行的初始阶段 ($0 < t < 30$) 参数估计偏差较大, \bar{P} 的优化依旧成立。整个优化过程很快, 收敛后的系统性能明显提高。

图 4 是采用不同控制方法所得的系统运行结果。其中 a 和 b 是采用固定极点配置时的系统响应, 其极点配置分别对应于 $P(q^{-1}) = 1 - 0.247q^{-1} + 0.100q^{-2}$ 和 $P(q^{-1}) = 1 - 0.101q^{-1} + 0.228q^{-2}$ 。所得输出分别呈现阻尼过大和超调过大的现象。图 4 中 c 是采用组合控制(17)的运行结果, 这时跟踪误差达到最小, 收敛后的

$$P(q^{-1}) = 1 - 0.195q^{-1} + 0.128q^{-2}.$$

结 论

本文提出的参数自适应与二次性能最优的组合控制方法, 克服了常规自适应控制人为设置期望特性的困难, 并使系统在不同参数与工况下保持最佳控制性能。

参 考 文 献

- [1] Åström, K. J. and Wittenmark, B., Computer Controlled Systems—Theory and Design, Prentice Hall Inc., (1984).
- [2] Medermott, P. E. and Mellichamp, D. A., An Auto-pole-placement Self-tuning Controller, *Int. J. Control*, **40**(1984), 1131—1147.
- [3] Trulsson, E. and Ljung, L., Adaptive Control Based on Explicit Criterion Minimization, *Automatica*, **21** (1985), 4, 385—399.
- [4] 庞全、何钺、陈康宁, 一种具有极点在线优化的复合自适应控制系统, *控制理论与应用*, **6**(1989), 增刊 1 161—168.
- [5] Pang Quan, He Yue, Chen Kangning, Robust Adaptive Control of Stochastic Servo Systems, Proc. of Inter. Symposium on Automation and Robotics in Production Engineering, IASTED, Xi'an, China, (1988), 261—266.
- [6] 庞全、何钺、陈康宁, 极-零点配置自校正的工程实用算法与应用, *机器人*, **3**(1989), 4, 1—6.
- [7] 庞全、何钺、陈康宁, 电液位置伺服系统的最佳自适应控制设计, *机械工程学报*, **25**(1989), 2, 75—81.

ADAPTIVE AND QUADRATIC OPTIMAL COMBINED CONTROL OF STOCHASTIC SERVO SYSTEMS

PANG QUAN

(Luoyang Institute of Technology)

HE YUE CHEN KANGNING

(Xi'an Jiaotong University)

ABSTRACT

Based on the pole on-line optimization principle and stochastic process theory, a parameter adaptive and quadratic performance optimal combined control for slowly time-varying stochastic servo systems is proposed. With simple form and modified computational effort, this approach can fairly adapt to the time-varying characteristic of the systems and maintain system's optimal tracking property under different parameters and various working conditions.

In the paper, convergence of the control is also discussed and the effectiveness and robustness of the control is shown by simulation and practical application.

Key words —— Adaptive control; optimization; electrohydraulic servo systems.