

# 大系统的分布式控制

梁 锋

(北京航空航天大学)

## 摘要

本文根据分布式计算机系统的几种典型结构的特点, 定义了几种新的大系统分布式控制信息结构。分布式控制规律用于分布式计算机控制系统时, 既可提高系统的综合性能及整体最优性, 又使各子系统间的通信次数很少, 具有广阔的应用前景。

**关键词**——大系统, 分布式计算机系统, 分布式控制, 信息结构。

## 一、引言

自七十年代以来, 有关大系统理论及其应用的研究迅速发展, 利用分布式计算机系统实现大系统的控制是目前发展的一个趋势。对大系统的控制规律进行设计有多种方法。用现有的集中控制设计法会出现“维数灾”, 并且在实用中各控制站间通信量太大, 对通信速度要求过高。用分散化控制设计法可独立控制各子系统, 但在有些情况下难以获得令人满意的控制结果。协同控制和递阶控制设计法充分利用了各子系统的互连信息, 因而能得到整体最优的大系统控制。但是, 若用分布式计算机系统来实现所设计的控制规律, 各控制站间通讯量太大, 对协调计算机的可靠性要求很高。本文根据分布式计算机系统在地理上的可分散性和在信息关系上的互联性, 来定义大系统的分布式控制信息结构, 并构造出相应的控制规律。用此类控制信息结构可提高对系统的设计能力, 增加反馈阵的自由度, 为最优化设计提供了便利。由于事先考虑了实现工具的特点, 故可减少各控制站间的通信次数, 降低对分布式计算机系统的要求。

## 二、几种分布式控制信息结构

考虑具有 $N$ 个子系统的大规模线性定常系统

$$\dot{\mathbf{x}} = A\mathbf{x} + \sum_{i=1}^N B_i \mathbf{u}_i, \quad (1)$$

$$\mathbf{y}_i = C_i \mathbf{x}, \quad i = 1, 2, \dots, N, \quad (2)$$

式中  $\mathbf{x} \in R^n$ ,  $\mathbf{u}_i \in R^{m_i}$ ,  $\mathbf{y}_i \in R^{r_i}$  分别表示系统状态向量、第 $i$ 个子系统的输入向量和输

出向量。整个大系统的控制量和输出量个数分别为  $m$  和  $r$ , 且

$$m = \sum_{i=1}^N m_i, \quad r = \sum_{i=1}^N r_i.$$

$A$ ,  $B_i$  和  $C_i$  是具有相应阶次的实常数矩阵:

$$\begin{aligned} B &\triangleq [B_1 B_2 \cdots B_N], \quad C^T \triangleq [C_1^T C_2^T \cdots C_N^T], \\ \mathbf{u}^T &\triangleq [u_1^T u_2^T \cdots u_N^T], \quad \mathbf{y}^T \triangleq [y_1^T y_2^T \cdots y_N^T]. \end{aligned}$$

现要求确定具有某种信息结构的输出反馈控

制

$$\mathbf{u} = K\mathbf{y}, \quad (3)$$

使系统(1)渐近稳定。

下面根据实现工具分布式计算机系统的不同结构, 给出相应的分布式控制信息结构。

### 1. 总线型分布式控制信息结构

总线型分布式计算机系统具有硬件结构简单、成本低等优点, 目前已获得了广泛的应用, 其结构如图 1 表示。图中  $P_i$  表示第  $i$  个处理机。设控制对象由式(1)和式(2)描述, 若式(3)中的  $K$  阵的元素均可自由变化, 那么要实现控制律式(3), 图 1 中每个控制站计算机均需要得到其它  $N - 1$  个子系统的输出信息。这样在每个控制周期内需  $N(N - 1)$  次通信。由总线型分布式计算机系统的工作特点可知, 多增加一次通信任务需占用很多时间, 影响系统进一步的扩充。在保证  $K$  有较大自由度的前提下, 应尽量减少通信次数, 故采用以下的反馈控制信息结构:

$$K_B = \begin{bmatrix} K_{11} & & & & 0 \\ K_{21} & K_{22} & \dots & & \\ \vdots & \vdots & & & \\ K_{N1} & K_{N2} & \cdots & K_{NN} & \end{bmatrix}, \quad (4)$$

式中  $K_{ij} \in R^{m_i \times r_j}$ , 并称  $K_B$  为总线型控制信息结构。各子站的控制规律为

$$\mathbf{u}_i = \sum_{j=1}^i K_{ij} \mathbf{y}_j, \quad i = 1, 2, \dots, N. \quad (5)$$

利用该结构确定的控制规律在总线型分布式计算机系统上实现时需  $N - 1$  次通信, 即第一个控制站将采集到的  $\mathbf{y}_1$  传送给第二个控制站, 第二个控制站将采集到的  $\mathbf{y}_2$  及接收到的  $\mathbf{y}_1$  传送给第三个控制站, ..., 第  $N - 1$  个控制站将  $\mathbf{y}_{N-1}$  及  $\mathbf{y}_1 \cdots \mathbf{y}_{N-2}$  传送给第  $N$  个控制站。

### 2. 环型分布式控制信息结构

常用的环型分布式计算机系统(图 2)主要有 Newhall 环、Pierce 环及延迟插入环等。由于其信息控制方式简单, 并具有良好的扩展性和较高的可靠性, 所以非常适用于大系统的实时控制。

兼顾系统通信量和反馈增益阵自由度, 定义环型分布式控制的信息结构为

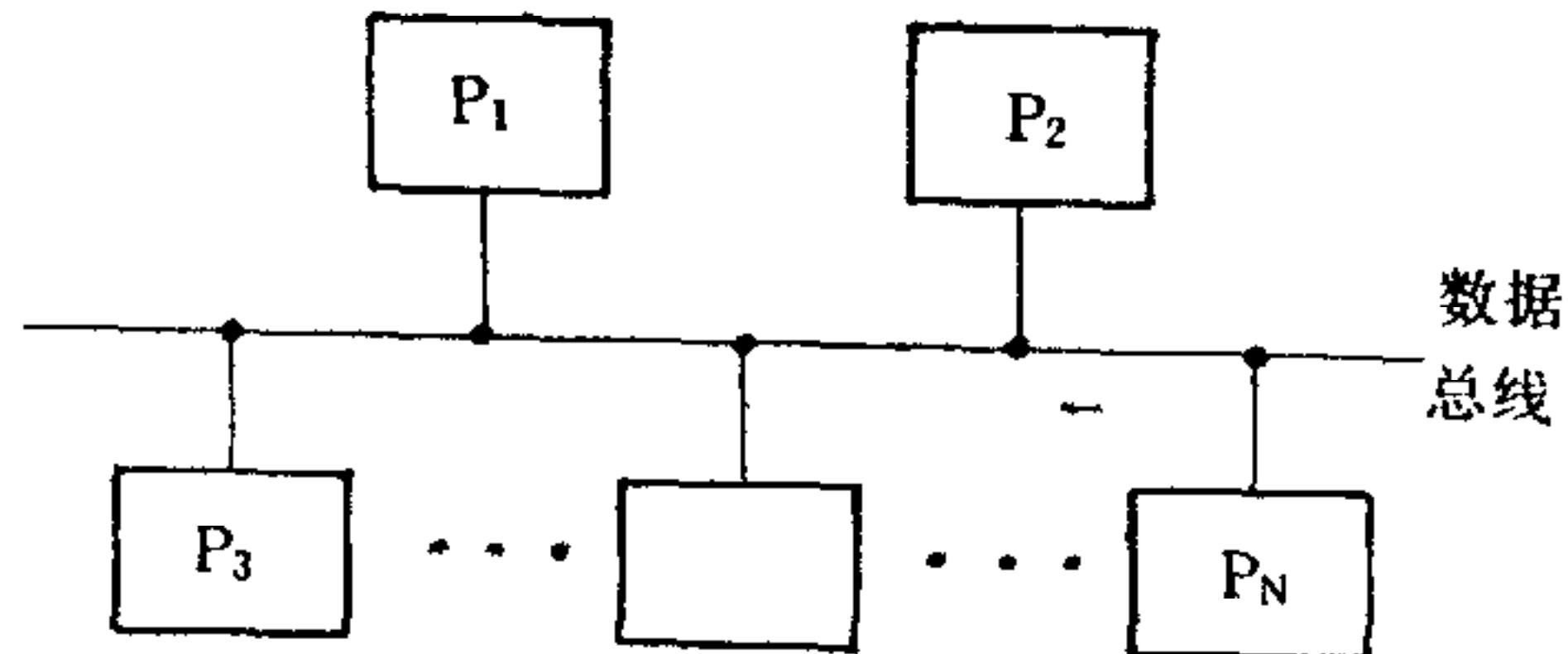


图 1 总线型分布式计算机系统结构图

$$K_R = \begin{bmatrix} K_{11} & 0 & \cdots & K_{1N} \\ K_{21} & K_{22} & \ddots & \vdots \\ K_{31} & K_{32} & \ddots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & K_{N,N-1} & K_{NN} \end{bmatrix}, \quad K_{ij} \in R^{m_i \times r_j}, \quad (6)$$

即每个控制站的控制规律为

$$\mathbf{u}_1 = K_{1N}\mathbf{y}_N + K_{11}\mathbf{y}_1, \quad (7)$$

$$\mathbf{u}_i = K_{i,i-1}\mathbf{y}_{i-1} + K_{ii}\mathbf{y}_i, \quad i = 2, 3, \dots, N. \quad (8)$$

这样在每个控制周期内系统只需要进行  $N$  次相邻控制站间的通信, 因此通信延迟非常小。这种信息结构可充分发挥环信息分散控制通信方式的优点, 使通信延迟可忽略不计, 为大系统的实时控制创造了有利条件。

### 3. 星型分布式控制信息结构

星型分布式计算机系统(图 3)在某些主从控制场合下非常有用。将该计算机系统用于大系统控制, 可得到一种新的分布式控制信息结构:

$$K_S = \begin{bmatrix} K_{11} & & & 0 \\ K_{21} & K_{22} & & \\ K_{31} & 0 & \ddots & K_{33} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots \\ K_{N1} & 0 & \cdots & 0 & K_{NN} \end{bmatrix}, \quad K_{ij} \in R^{m_i \times r_j}, \quad (9)$$

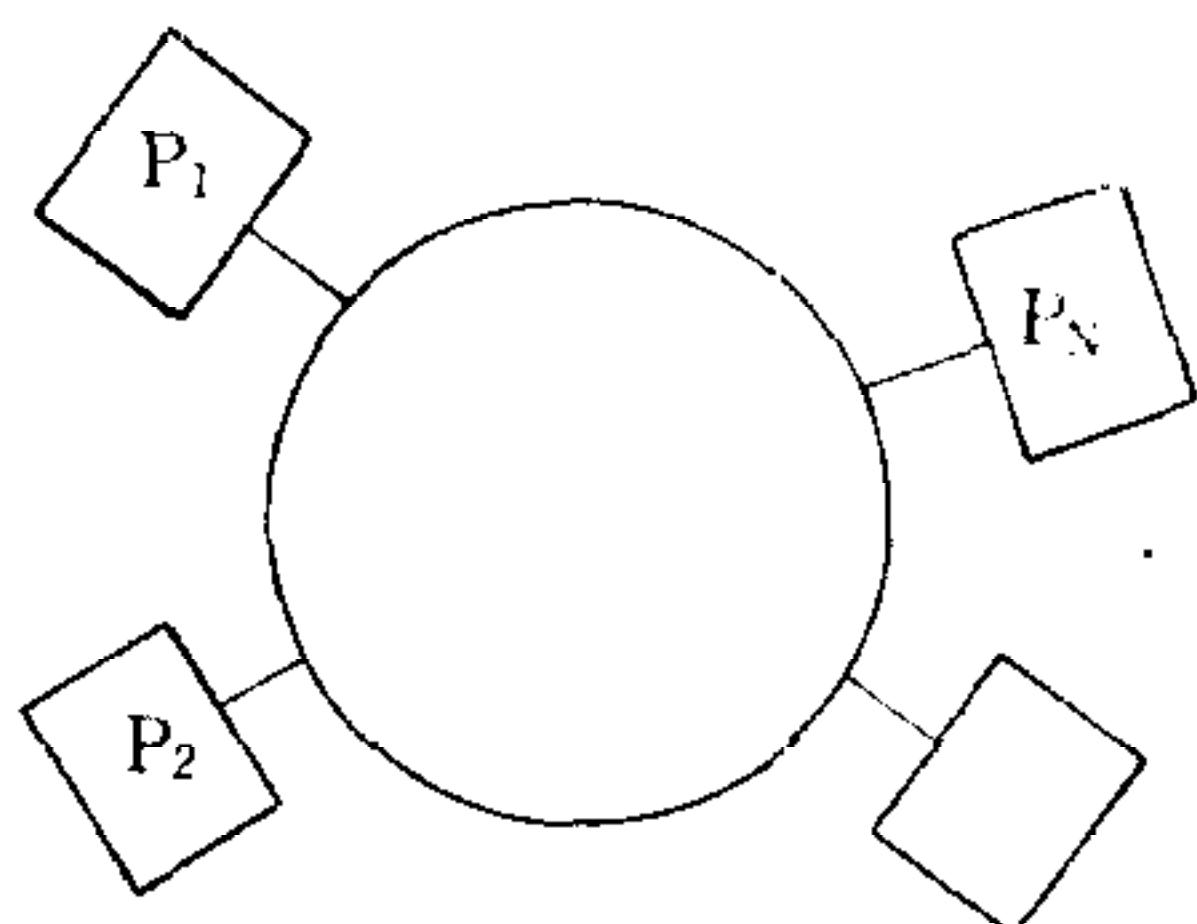


图 2 环型分布式计算机系统结构图

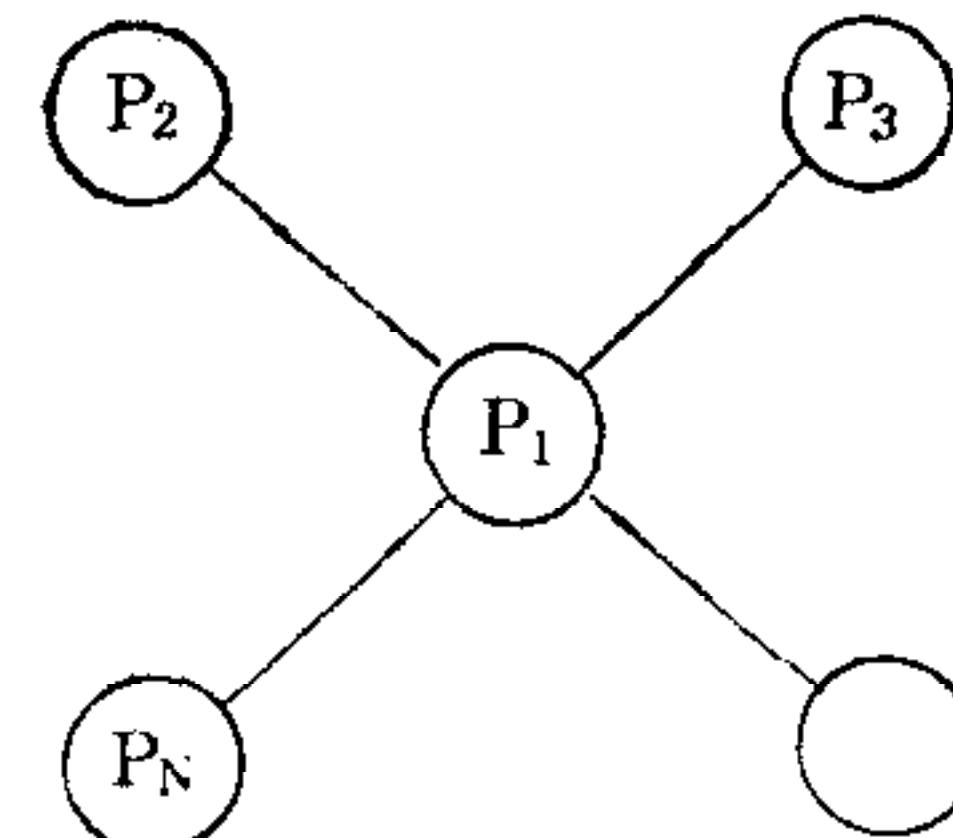


图 3 星型分布式计算机系统结构图

各控制站的控制规律为

$$\mathbf{u}_1 = K_{11}\mathbf{y}_1, \quad (10)$$

$$\mathbf{u}_i = K_{ii}\mathbf{y}_1 + K_{ii}\mathbf{y}_i, \quad i = 2, 3, \dots, N. \quad (11)$$

该分布式控制信息结构在实现中只需控制站  $P_1$  向其它站发送  $N - 1$  次采样信息  $\mathbf{y}_1$ 。当星型分布式计算机系统具有广播通信能力时, 只需令图 3 中  $P_1$  向各控制站以广播方式一次发送其采样结果  $\mathbf{y}_1$ , 各控制站就可计算出其控制规律(10),(11), 所以这种系统具有良好的实时性。当  $P_1$  的可靠性较高时, 可实现故障隔离。

### 4. 树型分布式控制信息结构

树型分布式计算机系统适用于复杂的递阶式控制环境。同样可引入树型分布式控制信息结构(略), 其特点是每个控制站只需要与其相联结的( $\leq 3$ 个)控制站交换信息。

### 5. 广义固定模

令具有某种特殊控制信息结构的  $m \times r$  增益矩阵集合为  $\tilde{K} = \{K | K \text{ 具有某种限定的控制信息结构}\}$ 。仿分散化控制的固定模的定义可以给出广义固定模:  $\Lambda(C, A, B, \tilde{K}) = \bigcap_{K \in \tilde{K}} \lambda(A + BKC)$ , 其中  $\lambda(\cdot)$  表示  $(A + BKC)$  特征值的集合。

本文所定义的总线型、环型、递阶型、星型等分布式控制信息结构充分考虑了控制系统实现工具的特点, 在信息利用量和通信量之间进行了折衷处理, 使得反馈增益阵具有更多的自由度, 为进行整体性能最优控制及鲁棒控制提供了便利条件。可以证明, 当各子系统控制站间有信息交换时, 广义固定模的个数不多于分散化固定模的个数。

**定理 1.** 对于式(1)和式(2)所描述的系统和式(12)所定义的某种限定了信息结构的矩阵  $K$ , 当且仅当  $(C, A, B, \tilde{K})$  的广义固定模集合包含于  $s$  平面的左半开平面  $S^-$ , 即  $\Lambda(C, A, B, \tilde{K}) \in S^-$  时, 式(3)所表示的控制规律才能使系统渐近稳定。

上述结论很容易推广到动态分布式控制中。

### 三、分布式控制设计的参数优化法

本文对文献[1]中提出的牛顿法加以推广, 用来求解分布式控制问题。该算法具有二次收敛速度。设  $\Delta K$  按  $\tilde{K}$  所指定的信息结构变化,  $\Delta K_{ii}$  为相应的可自由变化的矩阵块, 那么最优反馈阵应满足的必要条件为

$$\frac{\partial q(\Delta K)}{\partial \Delta K_{ii}} = \left[ \frac{\partial q(\Delta K)}{\partial \Delta K} \right]_{ii} = 0, \quad (12)$$

$q(\Delta K)$  的定义见文献[1]。按文献[1]中给出的迭代步骤, 可求出分布式控制增益  $K \in \tilde{K}$ 。

### 参 考 文 献

- [1] Toivonen, H. T. and Mäkilä, P. M., Newton's Method for Solving Parametric Linear Quadratic Control Problems, *Int. J. Control.*, 46(1987), No. 3.

## DISTRIBUTED CONTROL OF LARGE SCALE SYSTEMS

LIANG FENG

(Beijing University of Aeronautics and Astronautics)

### ABSTRACT

Several new distributed control information structures of large scale systems are defined in accordance with the typical structural characteristics of distributed computer systems. When used for distributed computer control systems, the distributed control laws can improve the synthetic performances and global optimization. Also, they require much less communication between the subsystems.

**Key words** ——Large scale system; distributed computer systems; distributed control; information structures.