第 16 卷 第 6 期　　自动化学报　　Vol. 16, No. 6
1990 年 11 月　　ACTA AUTOMATICA SINICA　　Nov., 1990

一类非线性系统参数辨识的新方法及其在生化发酵过程建模中的应用[1)]

胡仰曾

（华东化工学院自动化研究所）

摘　　要

本文运用按段多重 Legendre 多项式系 (PMLP)[1]，对一类参数可分离的非线性系统的参数辨识给出一种新方法，所提算法具有精度高、计算量小、不必具有待辨识参数的先验知识和可进行递推辨识等优点。该算法已成功地应用于只有少量实测数据的螺旋霉素菌体生长模型的动力学参数的辨识。结果表明，此算法是该类非线性系统的一种有效和简便的参数辨识方法.

关键词——非线性系统，参数辨识，正交函数.

一、引　　言

很多实际过程的数学模型可用参数可分离形式的非线性常微分方程

$$\dot{\boldsymbol{x}}(t)=\Theta(\theta)\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}(t),\boldsymbol{u}(t),t),\quad \boldsymbol{x}(t_0)=\boldsymbol{\alpha} \tag{1}$$

表示. 其中状态 $\boldsymbol{x}\in\boldsymbol{R}^n$，控制 $\boldsymbol{u}\in\boldsymbol{R}^r$，$t$ 为时间，$\boldsymbol{\alpha}$ 为初态，$\boldsymbol{f}(\cdot,\cdot,\cdot)\in\boldsymbol{R}^m$，$\theta$ 为系统参数，$\Theta(\theta)$为其元是 θ 的函数的 $n\times m$ 维参数矩阵. 假定 θ 和 $\Theta(\theta)$ 一一对应，从 $\Theta(\theta)$ 可唯一地确定 θ.

以下对具有上述结构的非线性系统(1)简称为参数可分离的非线性系统.

例如，生化系统中某些发酵过程中的菌体生长模型具有(1)式的结构

$$\dot{x}(t)=k_1x(t)-k_2x^2(t)=[k_1\quad k_2]\begin{bmatrix}x(t)\\-x^2(t)\end{bmatrix},$$

又双线性系统有如下的表示形式:

$$\dot{\boldsymbol{x}}(t)=A\boldsymbol{x}(t)+B\boldsymbol{u}(t)+\sum_{i=1}^{r}N_i\boldsymbol{x}(t)\boldsymbol{u}_i(t)=[A\ \ B\ \ N_1\cdots N_r]\begin{bmatrix}\boldsymbol{x}(t)\\\boldsymbol{u}(t)\\\boldsymbol{x}(t)\boldsymbol{u}_1(t)\\\vdots\\\boldsymbol{x}(t)u_r(t)\end{bmatrix}.$$

如果系统的结构已定，系统的特性主要由其参数值确定. 只有获得参数的正确估计，才能

本文于 1988 年 7 月 11 日收到.
1) 国家自然科学基金资助项目.

把握系统的特性，从而实施有效的控制.

单纯形法和 Marquardt 方法经常被用来辨识非线性系统. 计算量大是单纯形法的一个缺点. Marquardt 方法虽然收敛速度比单纯形法快，但对初始值的选择很灵敏. 初始值选择不当，有时会导致算法失败，而不能获得时间意义上的参数递推估计，这是它们共同的一个局限.

近年来，很多作者用块脉冲函数系(BPF)和正交多项式系(OP)辨识非线性系统的参数[2-5]. 就 BPF 而言，有关的算法简单，可按时间进行递推计算，但对动态复杂的系统，结果的精度差. 理论上缩短子区间可提高精度，但缺乏这方面的先验知识. 且至今为止，用 BPF 的算法都不具有这方面的自适应性. 至于 OP 方法，和 BPF 方法相比，取适当阶数的逼近，可获得较高的精度，但对动态复杂或辨识过程时间较长的系统，阶数必须取得很高，这导致计算量急剧增大，而由于计算误差的影响，精度可能反而下降. OP 方法的另一主要缺点是它的基函数定义在一个固定的时间区间上，用它们不能获得时间意义上的递推算法.

按段多重 Legendre 多项式系 (PMLP) 兼蓄了 BPF 和 OP 的优点，克服了它们的不足之处. 其指导思想是按段低阶多项式逼近优于按段常值逼近和整个区间上的高阶多项式逼近，有关研究表明，PMLP 用于状态估计、参数辨识和最优控制综合，具有摘要中所提的优点.

二、按段多重 Legendre 多项式系

设 $t_0, t_i, i=1,2,\cdots,N$ 为非负实数，$t_0<t_1<\cdots<t_{N-1}<t_N$. 记 $\Delta_i=t_i-t_{i-1}, i=1,2,\cdots,N$. 设 $\{L_{ip}(t), p=0,1,\cdots\}$是 $[t_{i-1}, t_i]$ 上的移位 Legendre 多项式系[4]. 在 $[t_0, t_N]$ 上定义函数

$$\bar{L}_{ip}(t)=\begin{cases}L_{ip}(t), & \text{当 } t\in[t_{i-1}, t_i], i=1,2,\cdots,N-1, p=0,1,\cdots,\\ L_{Np}(t), & \text{当 } t\in[t_{i-1}, t_i], i=N, p=0,1,\cdots,\\ 0, & \text{其它},\end{cases}\tag{2}$$

记 $\tilde{L}$ 为函数系 $\{\bar{L}_{ip}(t): i=1,2,\cdots,N; p=0,1,\cdots\}$，并记 $L_2[t_0, t_N]$ 为 $[t_0, t_N]$ 上全体平方可积函数的集合.

函数系 $\tilde{L}$ 具有下述主要性质(证明略).

性质 1. 正交性. 即

$$\int_{t_0}^{t_N}\bar{L}_{ip}(t)\bar{L}_{jq}(t)dt=\frac{\Delta_i}{2p+1}\delta_{ij}\delta_{pq},$$

其中 $\delta_{ij}=1$，当 $i=j$; $\delta_{ij}=0$，当 $i\neq j$. δ_{pq} 亦然.

性质 1 表明，$\tilde{L}$ 是 $[t_0, t_N]$ 上加权函数为常值 1 的正交函数系.

定义 1. 称正交函数系 $\tilde{L}$ 为 $[t_0, t_N]$ 上的按段多重 Legendre 多项式系 (PMLP).

任意 $g(t)\in L_2[t_0, t_N]$，$g(t)$ 按 $\tilde{L}$ 展开得广义 Fourier 级数，

$$g(t)\sim\sum_{i=1}^{N}\sum_{p=0}^{\infty}\bar{g}_{ip}\bar{L}_{ip}(t).$$

其中广义 Fourier 系数 $\bar{g}_{ip}$ 由下式给出:

$$\bar{g}_{ip}=\frac{2p+1}{\Delta_i}\int_{t_0}^{t_N} g(t)\bar{L}_{ip}(t)dt=\frac{2p+1}{\Delta_i}\int_{t_{i-1}}^{t_i} g(t)\bar{L}_{ip}(t)dt.$$

性质 2. 均方收敛性. 即对任意 $g(t)\in L_2[t_0,t_N]$, 有

$$\int_{t_0}^{t_N}\left[g(t)-\sum_{i=1}^{N}\sum_{p=0}^{M-1}\bar{g}_{ip}\bar{L}_{ip}(t)\right]^2 dt\underset{M\to\infty}{\longrightarrow}0.$$

性质 3. 最佳均方逼近性. 即对任意 $g(t)\in L_2[t_0,t_N]$, 任意正整数 M, 有

$$\int_{t_0}^{t_N}\left[g(t)-\sum_{i=1}^{N}\sum_{p=0}^{M-1}\bar{g}_{ip}\bar{L}_{ip}(t)\right]^2 dt$$
$$=\min\left\{\int_{t_0}^{t_N}\left[g(t)-\sum_{i=1}^{N}\sum_{p=0}^{M-1}c_{ip}\bar{L}_{ip}(t)\right]^2 dt: c_{ip}\in\boldsymbol{R},\ i=1,\cdots,N;\ p=0,1,\cdots,M-1\right\}.$$

以下称 $\bar{g}(t)\triangleq\sum_{i=1}^{N}\sum_{p=0}^{M-1}\bar{g}_{ip}\bar{L}_{ip}(t)$ 为 $g(t)$ 关于 $\tilde{L}$ 的 N 重 $(M-1)$ 阶最佳逼近 Legendre 多项式, 简称 $(M-1)$ 阶逼近. 记

$$\bar{\boldsymbol{L}}_i(t)=[\bar{L}_{i0}(t),\bar{L}_{i1}(t),\cdots,\bar{L}_{i,M-1}(t)]^T,\quad \bar{\boldsymbol{L}}^{(N)}(t)=[\bar{\boldsymbol{L}}_1^T(t),\cdots,\bar{\boldsymbol{L}}_N^T(t)]^T,\tag{3}$$

$$P_i=\Delta_i\begin{bmatrix}\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 & \cdots\cdots & & \\ \frac{-1}{6} & 0 & \frac{1}{6} & \cdots\cdots & & \\ \cdots\cdots & & & & & \\ \cdots\cdots & & \frac{-1}{2(2M-3)} & & 0 & \frac{1}{2(2M-3)} \\ \cdots\cdots & & & 0 & \frac{-1}{2(2M-1)} & 0\end{bmatrix},$$

$$Q_i=\Delta_i\begin{bmatrix}1 & \\ 0 & \\ \vdots & \boldsymbol{0} \\ 0 & \end{bmatrix}_{M\times M},\qquad R^{(N)}=\begin{bmatrix}P_1 & Q_1 & Q_1 & \cdots & Q_1 \\ & P_2 & Q_2 & \cdots & Q_2 \\ & & \ddots & \ddots & \vdots \\ & & & \ddots & Q_{N-1} \\ & & & & P_N\end{bmatrix}.$$

性质 4.
$$\int_{t_0}^{t}\bar{\boldsymbol{l}}^{(N)}(s)ds=R^{(N)}\bar{\boldsymbol{l}}^{(N)}(t)+\boldsymbol{\varepsilon}(t),\quad t\in[t_0,t_N],$$

其中
$$\boldsymbol{\varepsilon}(t)=[\boldsymbol{\varepsilon}_1^T(t),\cdots,\boldsymbol{\varepsilon}_N^T(t)]^T,\quad \boldsymbol{\varepsilon}_i(t)=\left[0,\cdots,0,\frac{\Delta_i}{2(2M-1)}\bar{L}_{iM}(t)\right]^T.$$

注 1. 称 $R^{(N)}$ 为 PMLP 的正向积分运算矩阵. 当 $M=1$ 时, $R^{(N)}$ 即为 BPF 的正向积分运算矩阵; 当 $N=1$ 时, $R^{(N)}$ 即为 LP 的正向积分运算矩阵.

三、用 PMLP 辨识一类非线性系统

考虑非线性系统(1), 其中所有各量假设如前. 本节研究从 $[t_0,t_N]$ 中 $\boldsymbol{u}(t)$ 和 $\boldsymbol{x}(t)$ 的

量测求参数 θ 的估计 $\hat{\theta}$.

取 $t_i, i=1,2,\cdots,N-1$，使 $t_0<t_1<\cdots<t_{N-1}<t_N$. 记 $\Delta_i=t_i-t_{i-1}$. 用 PMLP 对 $[t_0, t_N]$ 上的 $\boldsymbol{x}(t)$ 和 $\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}(t), \boldsymbol{u}(t), t)$ 作 N 重 $(M-1)$ 阶逼近，即

$$\left.\begin{aligned}\boldsymbol{x}(t)&\doteq\bar{x}^{(N)}(t)=\sum_{i=1}^{N}\sum_{p=0}^{M-1}\bar{\boldsymbol{x}}_{ip}\bar{L}_{ip}(t)=\sum_{i=1}^{N}\bar{x}_i\bar{L}_i(t)=\bar{x}^{(N)}\bar{L}^{(N)}(t)\\ \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}(t),\boldsymbol{u}(t),t)&\doteq\bar{f}^{(N)}(t)=\sum_{i=1}^{N}\sum_{p=0}^{M-1}\bar{\boldsymbol{f}}_{ip}\bar{L}_{ip}(t)=\sum_{i=1}^{N}\bar{f}_i\bar{L}_i(t)=\bar{f}^{(N)}\bar{L}^{(N)}(t)\end{aligned}\right\}, \tag{4}$$

其中 $\bar{x}^{(N)}=[\bar{x}_1, \bar{x}_2, \cdots, \bar{x}_N]$, $\bar{x}_i=[\bar{\boldsymbol{x}}_{i0}, \bar{\boldsymbol{x}}_{i1}, \cdots, \bar{\boldsymbol{x}}_{i,M-1}]_{n\times M}$,

$\bar{f}^{(N)}=[\bar{f}_1, \bar{f}_2, \cdots, \bar{f}_N]$, $\bar{f}_i=[\bar{\boldsymbol{f}}_{i0}, \bar{\boldsymbol{f}}_{i1}, \cdots, \bar{\boldsymbol{f}}_{i,M-1}]_{m\times M}$,

$\bar{x}_{ip}$ 和 $\bar{f}_{ip}$ 是广义 Fourier 系数所组成的向量. 记

$$\bar{a}^{(N)}=[\underbrace{\bar{a}, \bar{a}, \cdots, \bar{a}}_{N个}], \qquad \bar{a}=[\boldsymbol{\alpha}, 0, 0, \cdots, 0]_{n\times M}. \tag{5}$$

显然，对任意 $t\in[t_0, t_N]$，有 $\boldsymbol{a}=\bar{a}^{(N)}\bar{L}^{(N)}(t)$.

从 t_0 至 $t(t_0\leqslant t\leqslant t_N)$ 积分方程(1)，得

$$\boldsymbol{x}(t)-\boldsymbol{a}=\Theta(\theta)\int_{t_0}^{t}\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}(s), \boldsymbol{u}(s), s)ds. \tag{6}$$

将(3)式—(5)式代入(6)式，应用性质 4，得 $(\bar{x}^{(N)}-\bar{a}^{(N)})\bar{L}^{(N)}(t)\doteq\Theta(\theta)\bar{f}^{(N)}R^{(N)}\bar{L}^{(N)}(t)$. 由此得

$$\bar{x}^{(N)}-\bar{a}^{(N)}\doteq\Theta(\theta)\bar{f}^{(N)}R^{(N)}. \tag{7}$$

适当选取 N 和 M，使 $NM\geqslant m$. 当输入 $\boldsymbol{u}(t)$ 充分激励时，矩阵 $\bar{f}^{(N)}R^{(N)}(\bar{f}^{(N)}R^{(N)})^T$ 通常为非奇异阵. 于是从(7)式可求得

$$\Theta(\theta)\doteq\hat{\Theta}^{(N)}\triangleq\tilde{x}^{(N)}W^{(N)}(G^{(N)})^TH^{(N)}. \tag{8}$$

其中 $\tilde{x}^{(N)}=\bar{x}^{(N)}-\bar{a}^{(N)}$; $W^{(N)}=\text{Block diag}(\alpha^{N-1}I_M, \cdots, \alpha I_M, I_M)$, $0<\alpha<1$; $G^{(N)}=\bar{f}^{(N)}R^{(N)}$; $H^{(N)}=(G^{(N)}W^{(N)}(G^{(N)})^T)^{-1}$; $W^{(N)}$ 为加权矩阵，α 为加权系数.

从 $\Theta(\hat{\theta}^{(N)})=\hat{\Theta}^{(N)}$，可求得 θ 在 t_N 时的估计 $\hat{\theta}^{(N)}$.

注 2. 由于采用按段低阶逼近，用数值积分计算广义 Fourier 系数时，可减少测量点数而仍保证相当的精度. 这是相当重要和具有实际意义的.

总结上面的辨识过程，即得到用 PMLP 辨识系统(1)参数的加权最小二乘算法.

算法 I. 设已知 $\boldsymbol{u}(t)$ 和 $\boldsymbol{x}(t)$ 在 $[t_0, t_N]$ 中(连续的或离散的)量测值. 取分点 $t_i, i=1,2,\cdots,N-1$，使 $t_0<t_1<\cdots<t_{N-1}<t_N$，并使 t_i 落在采样时刻. 适当选取 M 和加权系数 $\alpha(0<\alpha<1)$，使 $NM\geqslant m$.

1) 从 $\boldsymbol{u}(t)$ 和 $\boldsymbol{x}(t)$ 的量测值计算广义 Fourier 系数向量 $\bar{x}_{ip}$ 和 $\bar{f}_{ip}$，构造 $\bar{x}^{(N)}$ 和 $\bar{f}^{(N)}$;

2) 构造加权矩阵 $W^{(N)}$ 和积分运算矩阵 $R^{(N)}$;

3) 计算 $G^{(N)}=\bar{f}^{(N)}R^{(N)}$, $H^{(N)}=(G^{(N)}W^{(N)}(G^{(N)})^T)^{-1}$;

4) 计算 $\hat{\Theta}^{(N)}=\tilde{x}^{(N)}W^{(N)}(G^{(N)})^TH^{(N)}$;

5) 从 $\Theta(\hat{\theta}^{(N)})=\hat{\Theta}^{(N)}$，解得 t_N 时刻参数 θ 的加权最小二乘估计 $\hat{\theta}^{(N)}$. 结束.

下面的算法 II 是算法 I 的递推形式(证明略).

算法 II. 设已得 t_N 时刻 θ 的估计值 $\hat{\theta}^{(N)}$ 及 $[t_N, t_{N+1}](t_{N+1}>t_N)$ 中 $\boldsymbol{u}(t)$ 和 $\boldsymbol{x}(t)$ 的

量测值. 记 $\boldsymbol{d}^{(N)}=\sum_{i=1}^{N}\bar{\boldsymbol{f}}_{i0}\Delta_i$. 如下计算 t_{N+1} 时刻 θ 的估计值 $\hat{\theta}^{(N+1)}$:

1) 由 $[t_N, t_{N+1}]$ 上 $\boldsymbol{u}(t)$ 和 $\boldsymbol{x}(t)$ 的量测值，计算广义 Fourier 系数向量 $\bar{\boldsymbol{x}}_{N+1,p}$ 和 $\bar{\boldsymbol{f}}_{N+1,p}$, $p=0,1,\cdots,M-1$. 构造 $\bar{x}_{N+1}=[\bar{\boldsymbol{x}}_{N+1,0}, \bar{\boldsymbol{x}}_{N+1,1}, \cdots, \bar{\boldsymbol{x}}_{N+1,M-1}]$和 $\bar{f}_{N+1}=[\bar{\boldsymbol{f}}_{N+1,0}, \bar{\boldsymbol{f}}_{N+1,1}, \cdots, \bar{\boldsymbol{f}}_{N+1,M-1}]$; 计算 $\tilde{x}_{N+1}=\bar{x}_{N+1}-\bar{a}$;

2) 计算 $g_{N+1}=D^{(N)}+\bar{f}_{N+1}P_{N+1}$, 其中 $D^{(N)}=[\boldsymbol{d}^{(N)}\vdots 0]_{m\times M}$;

3) 计算 $K^{(N+1)}=(\alpha I_M+g_{N+1}^T H^{(N)}g_{N+1})^{-1}g_{N+1}^T H^{(N)}$;

4) 计算 $\hat{\Theta}^{(N+1)}=\Theta(\hat{\theta}^{(N)})+(\tilde{x}_{N+1}-\Theta(\hat{\theta}^{(N)})g_{N+1})K^{(N+1)}$;

5) 从 $\Theta(\hat{\theta}^{(N+1)})=\hat{\Theta}^{(N+1)}$,解得 t_{N+1} 时刻 θ 的估计值 $\hat{\theta}^{(N+1)}$. 如果 t_{N+1} 为辨识过程结束时间,则结束;否则转 6);

6) 计算 $H^{(N+1)}=\frac{1}{\alpha}H^{(N)}(I-g_{N+1}K^{(N+1)})$, $\boldsymbol{d}^{(N+1)}=\boldsymbol{d}^{(N)}+\bar{\boldsymbol{f}}_{N+1,0}\Delta_{N+1}, N:=N+1$,转 1).

注 3. 算法 II 也适用于具有慢时变参数的参数可分离非线性系统的参数实时辨识.

上述算法采用了多段逼近技术,在较低的逼近阶数下也可取得较高精度的逼近,从而减少了计算量. 从算法本身可知,辨识时不需要参数的先验知识,而且可按时间进行递推计算.

四、实例: 螺旋霉素发酵过程细菌生长模型动力学参数辨识

本节例 1 是为实例(例 2)作说明的. 表明用本文算法可获得高精度的辨识,其模型、状态初值和实例相同. 例 2 是根据试验的实测数据而作的参数辨识.

例 1. 考虑参数可分离的非线性系统

$$\dot{x}(t)=k_1x(t)-k_2x^2(t)=[k_1\quad k_2]\begin{bmatrix}x(t)\\ -x^2(t)\end{bmatrix}, \quad x(t_0)=a, \tag{9}$$

其中 $k_1=0.1$, $k_2=0.004$, $t_0=0$, $a=3.9$, $0\leqslant t\leqslant 96$. 取 $t=6k(k=0,1,\cdots,16)$ 时的 $x(t)$ 作为测量值. 取 $N=4$, $t_0=0$, $t_1=24$, $t_2=48$, $t_3=72$, $t_4=96$. 取 $M=3$. 取加权系数 $\alpha=1$. 用 Simpson 求积公式计算广义 Fourier 系数 (向量). 用本文算法 I 得时刻 t_4 时的参数估计值为

表 1

t (小时)	0	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60	66	72	78	84	90	96
测量值 x	3.90	5.86	7.30	12.37	16.45	20.81	22.68	23.71	24.53	24.90	24.80	24.10	24.10	23.91	23.75	23.75	23.52
本例计算值	3.90	6.44	9.90	13.87	17.66	20.68	22.77	24.06	24.82	24.76	24.76	24.76	24.76	24.23	24.23	24.23	24.23
文[6]计算值 单纯形法	3.90	6.47	9.94	13.88	17.57	20.43	22.37	23.54	24.22	24.59	24.79	24.90	24.96	24.99	25.01	25.01	25.02
文[6]计算值 Marquardt 法	3.90	6.76	10.66	14.95	18.71	21.38	23.03	23.94	24.42	24.67	24.80	24.86	24.89	24.91	24.92	24.92	24.92

$\hat{k}_1^{(4)} = 0.0999860$，$\hat{k}_2^{(4)} = 0.0039994$.

例 2. 发酵过程菌体生长模型常用参数可分离的非线性微分方程(9)表示．参数 $\theta = \{k_1, k_2\}$，$\Theta(\theta) = [k_1k_2]$，表 1 的第 1 行和第 2 行分别列出了长达 96 小时的螺旋霉素发酵实验中菌体浓度的测量时间和实测值[6]，其中 t 为时间(小时)，$x(t)$ 为时刻 t 时菌体浓度(毫克(干重)/毫升)的实测值．区段取法、逼近阶数和求积公式同例 1．取加权系数 $\alpha = 0.5$，用算法 II 从 $t_2 = 48$ 小时开始每隔 24 小时估计一次作参数递推估计．表 2 列出了 $t = 48$，72 和 96 小时时的参数估计值．表 1 的第 3、4 和 5 行分别列出了由本例所得的时变参数估计值和文[6]分别用单纯形法及 Marquardt 法所得的参数估计值(前者为 $\hat{k}_1 = 0.1061$，$\hat{k}_2 = 0.00424$；后者为 $\hat{k}_1 = 0.1161$，$\hat{k}_2 = 0.004658$)解得的 $x(t)$ 在各测量时刻的值．

表 2

t	48	72	96
$\hat{k}_1$	0.1043577	0.1144814	0.123900
$\hat{k}_2$	0.0040538	0.0046234	0.005114

参　考　文　献

[1] Hu, Y. Z. and Lu J., The Piecewise Multiple Legendre Polynomials and Their Applications to Parameter Identification of Linear and Bilinear Systems. Proceedings of the International 88 Conference Modelling & Simulation, to be published.

[2] Shih, D. H. and Kung, F. C., Analysis and Parameter Estimation of Non-linear Systems via Shifted Chebyshev Expansions. *Int. J. S. Science*, **17**(1986), 231—240.

[3] Wang, C. H. and Marleau, R. S., System Identification via Generalized Block-pulse Operational Matrices. *Int. J. S. Science*, **16**(1985), 1425—1430.

[4] Shih. D. H. and Kung, F. C., The Shifted Legendre Approach to Non-linear Systems Analysis and Identification. *Int. J. Control*, **42**(1985), 1399—1410.

[5] Lee, T. T. and Chang, Y. F., Analysis, Parameter Estimation and Optimal Control of Nonlinear Systems via General Orthogonal Polynomials. *Int. J. Control.*, **44**(1986), 1089—1102.

[6] 杜仰光、周斌、葛祖光、叶冰、李惠忠，发酵过程非线性系统辨识——螺旋霉素与酵母发酵过程模型参数估计．全国首届生化过程模型化与控制学术讨论会论文集，华东化工学院出版社，(1989)，160—167.

A NEW APPROACH TO THE PARAMETER IDENTIFICATION OF A CLASS OF NONLINEAR SYSTEMS AND ITS APPLICATION TO THE MODELLING OF BIOCHEMICAL FERMENT PROCESSES

Hu Yangzeng

(*Research Institute of Automatic Control, East China University of Chemical Technology*)

Abstract

By means of piecewise multiple Legendre polynomials (PMLP) proposed in [1], a new approach to the parameter identification of a class of nonlinear systems, the parameter separable nonlinear systems, is presented in the paper. The presented algorithms have the following advantages: the accuracy of the results is high, calculations have been greatly reduced, there is no need for prior knowledge about the parameters, and the identification can go recurrently. The algorithms are successfully applied to the parameter identification in the growth model of SPM.

Key words ——Nonlinear systems; parameter identification; orthogonal functions.