第26卷 第3期
2000年5月

自 动 化 学 报
ACTA AUTOMATICA SINICA

Vol. 26, No. 3
May, 2000

具有马氏相依和维修有优先权的线性相邻2/n(F)可修系统[1)]

张元林* 林辉能

(东南大学应用数学系 南京 210018)
(*E-mail:ylz@seu.edu.cn)

摘 要 研究了一个线性相邻2/n(F)可修系统.假定每个部件的工作时间和维修时间均为负指数分布,且故障部件能够修复如新,但系统中的部件是马氏相依的.利用广义转移概率的定义和关键部件优先维修的规则,求得了该系统的状态转移概率.当n已知时,获得了该系统的一些重要的可靠性指标.

关键词 相邻k/n(F和G)系统,广义转移概率,关键部件,马氏相依,Q-矩阵.

LINEAR CONSECUTIVE-2-OUT-OF-n:F REPAIRABLE SYSTEM WITH MARKOV DEPENDENCE AND PRIORITY IN REPAIR

ZHANG Yuanlin LIN Huineng

(*Department of Applied Mathematics, Southeast University, Nanjing* 210018)

Abstract In this paper, a linear consecutive-2-out-of-n:F repairable system is studied. It is assumed that the working time and the repair time of any component are both exponentially distributed and any component after repair is as good as new, but the n components in the system have homogeneous Markov dependence. Using the definition of generalized transition probability and a rule with priority to repair the key component, the state transition probability of the system is derived. When n is given, some important reliability indices of the system can be obtained.

Key words Consecutive-k-out-of-n: F repairable system, generalized transition probability, key component, Markov dependence, Q-matrix.

1 引言

n中取相邻k好或坏系统(记为相邻k/n(F或G)系统)在系统工程中有着广泛地应用.自从Kontoleon[1]于1980年提出这一问题以后,引起了人们极大的研究兴趣[2~5].然而这一系统是可修的情形一直未引起人们的重视.Zhang和Wang[6]于1996年研究了线性相

1) 国家自然科学基金资助项目(19671016).

收稿日期 1997-11-03 收修改稿日期 1998-09-01

邻 $2/n$(F)可修系统；张元林、汪太鹏和贾积身[7]研究了线性相邻 $n-1/n$(G)可修系统；张元林和汪太鹏[8]研究了环形相邻 $2/n$(F)可修系统；在 $k>n/2$ 时，Zhang 和 Lam[9]研究了线性相邻 k/n(G)可修系统. 但上述各可修系统均假定了系统中的部件是相互独立的. 事实上，这一假定并不总是真实的. 本文正是基于这一事实，在 $k=2$ 时，考虑了具有马氏相依的线性相邻 k/n(F)可修系统. 为了提高系统的可用度，我们引进关键部件的概念，采用关键部件具有优先维修的规则，利用广义转移概率的定义，求得了该系统的状态转移概率. 在 n 已知时，获得了该系统的一些重要的可靠性指标. 另外，对于系统中 i 个部件故障而系统仍工作的状态 $-i$ 发生的总数 M_{-i} 给出了一般计算公式.

定义1. 设 $\{N(t),t\geqslant 0\}$ 为有限状态空间 Ω 上的连续时间齐次 Markov 过程. 如果对已给状态 $i\in\Omega$ 发生的总数为 M_i，使得

$$P\{N(t)=\text{状态 } i \text{ 的第 } m \text{ 种情形 } | N(t)=i\} \triangleq p_{im(i)},$$

其中 $m=1,2,\cdots,M_i$ 且 $\sum\limits_{m=1}^{M_i} p_{im(i)}=1$. 令

$$p_{m(i)j}(\Delta t)=P\{N(t+\Delta t)=j | N(t)=\text{状态 } i \text{ 的第 } m \text{ 种情形}\},$$

则
$$p_{ij}(\Delta t)=P\{N(t+\Delta t)=j | N(t)=i\}=\sum_{m=1}^{M_i} p_{im(i)} p_{m(i)j}(\Delta t)$$

被称为在 Δt 时间间隔内系统从状态 i 到达状态 j 的广义转移概率.

对于 $j\neq i$，令 $p_{m(i)j}(\Delta t)=q_{m(i)j}\Delta t+o(\Delta t)$，则有 $p_{ij}(\Delta t)=q_{ij}\Delta t+o(\Delta t)$，

其中 $q_{ij}=\sum\limits_{m=1}^{M_i} p_{im(i)} q_{m(i)j}$，而 $p_{ii}(\Delta t)=1-\sum\limits_{j\neq i} q_{ij}\Delta t+o(\Delta t)=1-q_i\Delta t+o(\Delta t)$，

这里 $q_i=\sum\limits_{j\neq i} q_{ij}$.

如果状态 i 的每一种情形的出现是等可能的，则有

$$p_{im(i)}=\frac{1}{M_i},$$

$$p_{ij}(\Delta t)=\frac{1}{M_i}\sum_{m=1}^{M_i} q_{m(i)j}\Delta t+o(\Delta t), j\neq i,$$

$$p_{ii}(\Delta t)=1-\frac{1}{M_i}\sum_{j\neq i}\sum_{m=1}^{M_i} q_{m(i)j}\Delta t+o(\Delta t).$$

如果 $M_i=1$，则 $p_{ij}(\Delta t)$ 为在 Δt 时间间隔内系统从状态 i 到状态 j 的通常转移概率. 可见，通常转移概率定义是广义转移概率定义的特殊情形.

定义2. 令 Z_i 是系统中部件 i 的状态，且

$$Z_i=\begin{cases}0, \text{当部件 } i \text{ 工作}, \\ 1, \text{当部件 } i \text{ 故障}.\end{cases}$$

如果随机变量序列 $Z_1,Z_2,\cdots,Z_n$ 构成一个齐次 Markov 链，即

$$P\{Z_i=j_i | Z_1=j_1,\cdots,Z_{i-1}=j_{i-1},\cdots,Z_n=j_n\}=P\{Z_i=j_i | Z_{i-1}=j_{i-1}\},$$

其中 $j_1,j_2,\cdots,j_n=0$ 或 1，$i=2,3,\cdots,n$，则称系统中的部件故障具有一步齐次马氏相依，或简说成系统中的 n 个部件是齐次马氏相依的.

定义3. 设一个可修系统处于故障状态，如果一个故障部件修好后，系统立即进入工作

状态,则相应的故障部件称为系统的关键部件;否则,称它为普通部件.

显然,如系统处于工作状态,则系统中已故障的部件可按"先坏先修"的规则进行;如果系统一旦进入故障状态,即使维修工正在维修一个普通部件,也必须转向关键部件的维修,而那个普通部件已维修部分有效;如果系统中有多个关键部件时,则关键部件之间的维修亦按"先坏先修"的规则进行,因此,这样的维修规则统称为关键部件具有优先维修的规则.

2 模型假设

1)设一个具有马氏相依的线性相邻2/n(F)可修系统是由排成直线的 n 个有序的同型部件和一个维修工组成.该系统故障当且仅当至少有2个相邻部件发生故障.系统中故障部件的维修按关键部件有优先维修的规则进行.

2)设系统中第 i 个部件的工作时间 X_i 和维修时间 Y_i 分别服从参数为 λ_0,λ_1和 μ 的负指数分布,即

$$F_0(t)=P\{X_i\leqslant t|Z_{i-1}=0\}=1-e^{-\lambda_0 t}\quad(t\geqslant 0,i=2,3,\cdots,n;\lambda_1\geqslant\lambda_0>0),$$

$$F_1(t)=P\{X_i\leqslant t|Z_{i-1}=1\}=1-e^{-\lambda_1 t}\quad(t\geqslant 0,i=2,3,\cdots,n;\lambda_1\geqslant\lambda_0>0),$$

$$G(t)=P\{Y_i\leqslant t\}=1-e^{-\mu t}\quad(t\geqslant 0,i=1,2,\cdots,n;\mu>0).$$

当 $i=1$时,规定 $F(t)=P\{X_1\leqslant t\}=1-e^{-\lambda_0 t}(t\geqslant 0,\lambda_0>0)$.

3)设 $X_i(i=1,2,\cdots,n)$是齐次马氏相依的,而 $Y_i(i=1,2,\cdots,n)$是相互独立的,且$(X_1,X_2,\cdots,X_n)$和$(Y_1,Y_2,\cdots,Y_n)$也相互独立.

4)设开始时,n 个部件是新的,且假定每个部件能够修复如新.

5)设系统故障后,未故障部件不再发生故障.

3 系统的状态转移概率

令 $N(t)$为该系统在 t 时刻所处的状态,根据模型假设有

$$N(t)=\begin{cases}0, & t\text{ 时刻,所有部件都工作,系统工作,}\\ -1, & t\text{ 时刻,有 1 个部件故障,系统工作,}\\ \vdots & \\ -[m], & t\text{ 时刻,有}[m]\text{ 个部件故障,系统工作,}\\ 2, & t\text{ 时刻,有 2 个部件故障,系统故障,}\\ \vdots & \\ [m]+1, & t\text{ 时刻,有}[m]+1\text{ 个部件故障,系统故障,}\end{cases}$$

其中 $m=(n+1)/2$,$[m]$为不超过 m 的最大整数,则$\{N(t),t\geqslant 0\}$为具有状态空间 $\Omega=\{-[m],\cdots,-2,-1,0,2,3,\cdots,[m]+1\}$的一个齐次的连续时间 Markov 过程.它的工作状态集 $W=\{0,-1,-2,\cdots,-[m]\}$,故障状态集 $F=\{2,3,\cdots,[m]+1\}$.

根据上述定义1,2,3及模型假设,通过概率分析,能够得到如下系统状态转移概率的表达式

$$p_{0j}(\Delta t)=\begin{cases}n\lambda_0\Delta t+o(\Delta t),j=-1,\\1-n\lambda_0\Delta t+o(\Delta t),j=0,\\o(\Delta t),j\neq 0,-1,\end{cases}\quad p_{ij}(\Delta t)=\begin{cases}\mu\Delta t+o(\Delta t),j=-(i-1),\\1-\mu\Delta t+o(\Delta t),j=i,\\o(\Delta t),j\neq-(i-1),i,\end{cases}\tag{1),(2}$$

$$p_{-ij}(\Delta t)=\begin{cases}\mu\Delta t+o(\Delta t),j=-(i-1),\\\dfrac{1}{M_{-i}}h(n,i)\lambda_0\Delta t+o(\Delta t),j=-(i+1),\\\dfrac{1}{M_{-i}}[f(n,i)\lambda_0+g(n,i)\lambda_1]\Delta t+o(\Delta t),j=i+1,\\1-\left\{\dfrac{1}{M_{-i}}[(h(n,i)+f(n,i))\lambda_0+g(n,i)\lambda_1]+\mu\right\}\Delta t+o(\Delta t),j=-i,\\o(\Delta t),j\neq-(i-1),-i,-(i+1),i+1.\end{cases}\tag{3}$$

上述(2)式中的 $i=2,3,\cdots,[m+1]$;(3)式中的 $i=1,2,\cdots,[m]$;而

$$M_{-i}=M(n-2i+1,i+1),\tag{4}$$

这里

$$M(m,k)=\binom{m+k-1}{m}=\binom{m+k-1}{k-1}\tag{5}$$

表示 m 个同型球随机地放入 k 个不同盒子中的放法数;

$$h(n,i)=\sum_{l_r,r=1,2,\cdots,i}[(l_1-2)+(l_2-l_1-3)+\cdots+(l_i-l_{i-1}-3)+(n-l_i-1)],$$

式中 l_r 为 i 个故障部件中的第 r 个故障部件的序号数($r=1,2,\cdots,i$),有 $l_1<l_2<\cdots<l_i$,且

$$l_1:1\to n-2i+2,\quad l_2:l_1+2\to n-2i+4,\cdots,l_i:l_{i-1}+2\to n,$$

$$g(n,i)=(i-1)M(n-2i+1,i-1)+(2i-1)M(n-2i,i)+iM(n-2i-1,i+1),$$

$$f(n,i)=\sum_{l=1}^{m_1}l\binom{i-1}{l}N(n-2i+1,l)+\sum_{l=1}^{m_2}\left[2l\binom{i}{l}+\binom{i-1}{l}-\binom{i-1}{l-1}\right]N(n-2i,l)+\sum_{l=1}^{m_3}\left[l\binom{i+1}{l}+\binom{i-1}{l}-\binom{i-1}{l-2}\right]N(n-2i-1,l),$$

式中 $m_1=\min(i-1,n-2i+1)$,$m_2=\min(i,n-2i)$,$m_3=\min(i+1,n-2i-1)$,而

$$N(m,k)=M(m-k,k)=\binom{m-1}{k-1}\tag{6}$$

表示 m 个同型球随机地放入 k 个不同盒子中,每个盒子至少放一个球的放法数.

上述(3)式中 $j=-(i+1)$ 及 $i+1$ 的结果和(4)式的证明将放在文末的附录中,其余各式是不难理解的.

根据上述系统状态转移概率表达式,我们能够确定 Q-矩阵,即 $Q=(q_{ij}),i,j\in\Omega$,其中 $q_{ij}=\lim\limits_{\Delta t\to 0}\dfrac{p_{ij}(\Delta t)}{\Delta t}$, $i,j\in\Omega$ 且 $i\neq j$;$q_j=\lim\limits_{\Delta t\to 0}\dfrac{1-p_{jj}(\Delta t)}{\Delta t}$,$j\in\Omega$.

4　具有马氏相依的线性相邻2/5(F)可修系统

由上述结果可知,该系统的 $\Omega=\{-3,-2,-1,0,2,3,4\}$, $W=\{0,-1,-2,-3\}$ 和 $F=\{2,3,4\}$. 其 Q 矩阵为

$$Q=\begin{pmatrix} -5\lambda_0 & 5\lambda_0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \\ \mu & d_1 & 12\lambda_0/5 & 0 & d_2 & 0 & 0 \\ 0 & \mu & d_3 & \lambda_0/2 & 0 & d_4 & 0 \\ 0 & 0 & \mu & d_5 & 0 & 0 & 2\lambda_1 \\ 0 & \mu & 0 & 0 & -\mu & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \mu & 0 & 0 & -\mu & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \mu & 0 & 0 & -\mu \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix}, \tag{7}$$

其中

$$A=\begin{pmatrix} -5\lambda_0 & 5\lambda_0 & 0 & 0 \\ \mu & d_1 & 12\lambda_0/5 & 0 \\ 0 & \mu & d_3 & \lambda_0/2 \\ 0 & 0 & \mu & d_5 \end{pmatrix},$$

$$d_1=-(16\lambda_0+4\lambda_1+5\mu)/5,\quad d_2=4(\lambda_0+\lambda_1)/5,$$

$$d_3=-(3\lambda_0+3\lambda_1+2\mu)/2,\quad d_4=(2\lambda_0+3\lambda_1)/2,\quad d_5=-(2\lambda_1+\mu).$$

为了获得系统的可靠性指标,令 $p_j(t)=P\{N(t)=j\}$, $j\in\Omega$. 按 Fokker-Planck 方程,有

$$p'_j(t)=\sum_{k\in\Omega}p_k(t)q_{kj},\quad j\in\Omega.$$

初始条件为 $p_0(0)=1$, $p_j(0)=0$, $j\in\Omega$ 但 $j\neq 0$. 由此可见,只需求解下列微分方程组[10]

$$\begin{cases} P'_W(t)=P_W(t)A, \\ \text{初始条件 } P_W(0), \end{cases} \tag{8}$$

其中 $P_W(t)=(p_0(t),p_{-1}(t),p_{-2}(t),p_{-3}(t))$, $P_W(0)=(1,0,0,0)$.

对(8)式的第一式两边取 Laplace 变换,借助于初始条件可以解得

$$p^*_{-3}(s)=\frac{\lambda_0}{2(s+2\lambda_1+\mu)}p^*_{-2}(s),\quad p^*_{-1}(s)=\frac{5\alpha_1(s,\lambda_0,\lambda_1,\mu)}{24\lambda_0(s+2\lambda_1+\mu)}p^*_{-2}(s),$$

$$p^*_0(s)=\frac{\alpha_2(s,\lambda_0,\lambda_1,\mu)}{120\lambda_0^2(s+2\lambda_1+\mu)}p^*_{-2}(s),\quad p^*_{-2}(s)=\frac{120\lambda_0^2(s+2\lambda_1+\mu)}{\alpha_3(s,\lambda_0,\lambda_1,\mu)},$$

其中

$$\alpha_1(s,\lambda_0,\lambda_1,\mu)=(s+2\lambda_1+\mu)(2s+3\lambda_0+3\lambda_1+2\mu)-\lambda_0\mu,$$

$$\alpha_2(s,\lambda_0,\lambda_1,\mu)=(5s+16\lambda_0+4\lambda_1+5\mu)\alpha_1(s,\lambda_0,\lambda_1,\mu)-24\lambda_0\mu(s+2\lambda_1+\mu),$$

$$\alpha_3(s,\lambda_0,\lambda_1,\mu)=(s+5\lambda_0)\alpha_2(s,\lambda_0,\lambda_1,\mu)-25\lambda_0\mu\alpha_1(s,\lambda_0,\lambda_1,\mu).$$

则系统可靠度 $R(t)$ 的 Laplace 变换式为

$$R^*(s)=\sum_{j\in W}p^*_j(s)=$$

$$\frac{60\lambda_0^3+120\lambda_0^2(s+2\lambda_1+\mu)+25\lambda_0\alpha_1(s,\lambda_0,\lambda_1,\mu)+\alpha_2(s,\lambda_0,\lambda_1,\mu)}{\alpha_3(s,\lambda_0,\lambda_1,\mu)}, \tag{9}$$

而系统首次故障前的平均时间为

$$MTTFF=\lim_{s\to 0}R^*(s)=$$

$$\frac{60\lambda_0^3+120\lambda_0^2(2\lambda_1+\mu)+25\lambda_0\alpha_1(0,\lambda_0,\lambda_1,\mu)+\alpha_2(0,\lambda_0,\lambda_1,\mu)}{\alpha_3(0,\lambda_0,\lambda_1,\mu)}, \tag{10}$$

由上述结果,不难发现:

1)如 $\mu=0$,即系统中所有部件均不可修或系统中没有维修工,此时

$$R^*(s)=\frac{(s+2\lambda_1)(2s+3\lambda_0+3\lambda_1)(5s+41\lambda_0+4\lambda_1)+60\lambda_0^2(2s+\lambda_0+4\lambda_1)}{(s+5\lambda_0)(s+2\lambda_1)(2s+3\lambda_0+3\lambda_1)(5s+16\lambda_0+4\lambda_1)}, \tag{11}$$

$$MTTFF=\frac{10\lambda_0^3+81\lambda_0^2\lambda_1+45\lambda_0\lambda_1^2+4\lambda_1^3}{80\lambda_0^3\lambda_1+100\lambda_0^2\lambda_1^2+20\lambda_0\lambda_1^3}; \tag{12}$$

2)如 $\lambda_0=\lambda_1\triangleq\lambda$,即系统中的 n 个部件是相互独立的,此时

$$R^*(s)=\frac{60\lambda^3+120\lambda^2(s+2\lambda+\mu)+25\lambda\alpha_1(s,\lambda,\mu)+\alpha_2(s,\lambda,\mu)}{\alpha_3(s,\lambda,\mu)}, \tag{13}$$

$$MTTFF=\frac{840\lambda^3+537\lambda^2\mu+111\lambda\mu^2+10\mu^3}{1200\lambda^4+660\lambda^3\mu+80\lambda^2\lambda^2}, \tag{14}$$

显然,(13)和(14)式同文献[6]中(10)和(11)式是一致的;如进一步假定 $\lambda_0=\lambda_1=\lambda=0$,即系统中的 n 个部件一直工作而不会故障,此时可以得到 $R^*(s)=\frac{1}{s}$,即 $R(t)=1$,$MTTFF=\infty$;

3)如 $\lambda_0=\lambda_1\triangleq\lambda$ 且 $\mu=0$,即系统中的 n 个部件相互独立且为不可修的情况,此时(9)和(10)式将分别成为文献[6]中的(12)和(13)式.

综上可知,本文是文献[6]的一种推广,而且也是更加符合实际的模型.

参　考　文　献

1 Kontoleon J M. Reliability determination of an r-succe-ssiveout-of-n:F system. *IEEE Trans. Reliab.* ,1980,**29**:437

2 Chiang D T,Niu S C. Reliability of a consecutive-k-out-of-n:F system. *IEEE Trans. Reliab.* ,1981,**30**:87～89

3 Du D Z,Hwang F K. Optimal consecutive-2-out-of-n system. *Math. Oper. Res.* ,1986,**11**(1):187～191

4 Fu J C. Reliability of consecutive-k-out-of-n:F system with (k-1)-step Markov dependence,*IEEE Trans. Reliab.* 1986,**35**:602～606

5 Ge G P,Wang L S. Exact reliability formula for consecutive-k-out-of-n:F system with homogemneous Markov dependence. *IEEE Trans. Reliab.* ,1992,**39**:600～602

6 Zhang Y L,Wang T P. Repairable consecutive-2-out-of-n:F system. *Microelec. Reliab.* ,1996,**36**(5):605～608

7 张元林,汪太鹏,贾积身. n 中取相邻 $n-1$好的可修系统的可靠性分析,自动化学报,1997,**23**(6):807～811

8 张元林,汪太鹏. 可修的环形相邻2/n(F)系统,系统工程理论与实践,1998,**18**(7):50～55

9 Zhang Y L,Lam Y. Reliability of consecutive-k-out-of-n:G repairable system. *Inter. J. Systems* Science,1998,**29**(12):1375～1379

10 曹晋华,程侃. 可靠性数学引论. 北京:科学出版社,1986,188～206

附录 A

公式(4)的证明

(5)式是组合学中的一个基本关系式，可通过多项式展开后的系数得到.(6)式可由(5)式直接推出，根据M_{-i}的意义，此时系统中有$n-i$个部件工作，如果保证两个故障部件之间有一个工作部件，则系统中还有$n-2i+1$个工作部件可以随机地发生在$i+1$个不同的位置上.按(5)式的意义，M_{-i}就相当于$n-2i+1$个同型球随机地放入$i+1$个不同盒子中的放法数，从而，$M_{-i}=M(n-2i+1,i+1)$.

附录 B

公式(3)中 $j=-(i+1)$的结果的证明

设$h(n,i)$为系统从状态$-i$转移到状态$-(i+1)$的可能情形数.由模型假设可知，从状态$-i$转移到状态$-(i+1)$时，新故障的部件必不发生在已故障部件的前后相邻的位置上.在状态$-(i+1)$时，两故障部件之间必有工作部件，由l_r为i个故障部件中的第r个故障部件的序号数($r=1,2,\cdots,i$)，且假定$l_1<l_2<\cdots<l_i$，因此，从状态$-i$到状态$-(i+1)$转移时，新故障部件只能发生在序号1至l_1-2，l_1+2至l_2-2，l_2+2至l_3-2，…，l_i+2至n之间的位置上，而且$l_1,l_2,\cdots,l_i$的取法分别为

$$l_1:1\to n-2i+2,\quad l_2:l_1+2\to n-2i+4,\cdots,l_i:l_{i-1}+2\to n,$$

因此

$$\begin{aligned}h(n,i)=&\sum_{l_r,r=1,2,\cdots,i}\{[(l_1-2)-1+1]+[(l_2-2)-(l_1+2)+1]+\cdots+\\&[(l_i-2)-(l_{i-1}+2)+1]+[n-(l_i+2)+1]\}=\\&\sum_{l_r,r=1,2,\cdots,i}[(l_1-2)+(l_2-l_1-3)+\cdots+(l_i-l_{i-1}-3)+(n-l_i-1)].\end{aligned}$$

这里要说明的是，如果(·)为一负值，则该项的值将不考虑.由定义2知新故障部件的故障率为λ_0，按广义转移概率的定义可得

$$p_{-i-(i+1)}(\Delta t)=\frac{1}{M_{-i}}h(n,i)\lambda_0\Delta t+o(\Delta t).$$

附录 C

公式(3)中 $j=i+1$的结果的证明

根据模型假设，系统从状态$-i$转移到状态$i+1$时，第$i+1$个(新)故障部件必定发生在i个已知故障部件的前、后相邻的位置上(此时系统也故障)，其可能情形数分别记为$f(n,i)$和$g(n,i)$.只要注意到i个已故障部件的发生有四种不同情形(即第1个部件和第n个部件都故障；第1个部件故障，第n个部件工作；第1个部件工作，第n个部件故障；第1个部件和第n个部件都工作)应分别加以讨论.这里要利用一个组合关系式：$\sum_{j=0}^{c}\binom{a}{r+j}\binom{b}{j}=\binom{a+b}{a-r}$，其中$c=\min(a-r,b)$.按类似于附录B的分析方法，就能够获得结果.

张元林　1937年5月生，东南大学应用数学系教授，应用概率统计研究所副所长.主要从事相关随机游动、可修排队系统及可修系统可靠性的教学与研究.近年来在国内外发表论文50余篇.

林辉能　1972年7月生，1998年获东南大学概率论与数理统计硕士学位，现任职于中国工商银行杭州市分行.研究兴趣为可修系统可靠性及投资风险分析等领域.