多传感器多模型动态系统多尺度分布式融合估计算法 [1)]

文成林
(河南大学数学系，开封 475001)
潘泉 张洪才 戴冠中
(西北工业大学自动控制系，西安 710072)

摘 要 利用多尺度分析的思想,将基于模型动态系统分析方法与基于统计特性的多尺度信号变换方法相结合，建立目标状态基于多源观测信息多个动态模型的多尺度分布式融合估计新算法.

关键词 多尺度分析,小波变换,Kalman 滤波,多尺度估计

1 引言

在对目标状态进行估计过程中,由于目标具有不同程度的机动性,从而使得描述目标的状态模型与对目标状态参数的观测也应具有多样性,如何把描述目标的多个模型信息与对目标状态的多个观测信息有机结合起来,则是目前研究的热门课题之一.在这方面国内外学者对其开展了深入的研究,并取得了大量的研究成果[1]-[4].在传统多模型估计方法中,描述目标状态变化的模型常常是在某一尺度(采样率)上获得的.然而自然界中的许多现象或过程往往又具有多尺度特征或多尺度效应,这就要求我们对现象或过程的描述(即建模)和观测也应建立在不同的尺度上.但是,基于这方面的研究工作至今还未见公开报道.在对小波理论中的多尺度分析理论和传统多传感器多模型估计方法详细研究的基础上[1][4],本文将二者有机地结合起来,提出多传感器多模型多尺度分布式融合估计新算法.

多尺度分析的基本思想：是将待处理的信号用小波变换的方法在不同的尺度上进行分解,分解到粗尺度上(即平滑信号空间,记为 V)的信号称之为平滑信号;在细尺度上存在,而在粗尺度上消失的信号称之为细节信号(即细节信号空间,记为 D);小波变换是连接不同尺度上信号和模型的桥梁.

2 系统描述

多传感器多模型动态系统为:

$$x(i,k+1)=A(i,k)x(i,k)+w(i,k),\quad i=N,\cdots,2,1 \tag{2.1}$$

$$w(i,k)\sim N(0,Q(i))$$

$$z(i,k)=C(i,k)x(i,k)+v(i,k),\ i=N,\cdots,2,1 \tag{2.2}$$

1) 国家自然科学基金（69575015）、河南省自然科学基金资助

$$v(i,k) \sim N(0,R(i))$$

其中， i 表示尺度(最细尺度是 N), $\mathbf{x}(i,k) \in R^{n\times 1}$ 是尺度 i 上的 n 维状态向量，$A(i,k) \in R^{n\times n}$ 是尺度 i 上状态转移矩阵, 并假设在尺度 i 上是常矩阵. 在尺度 i 上, 通过传感器 i 对目标进行观测， $C(i,k) \in R^{n\times m}$ 表示在尺度 i 上的观测阵. 在尺度 i 上，(2. 1)给出了系统的动态方程, 状态向量 $\mathbf{x}(i,k)$ 的初始值 $\mathbf{x}(i,0)$ 为一随机向量, 且

$$\begin{cases} E\{\mathbf{x}(i,0)\} = \mathbf{x}_{i0} \\ E\{[\mathbf{x}(i,0)-\mathbf{x}_{i0}][\mathbf{x}(i,0)-\mathbf{x}_{i0}]\} = P_{i0} \end{cases} \quad i = N,\cdots,2,1 \tag{2.5}$$

假设 $\mathbf{x}(i,0)$、 $w(i,k)$、 $v(i,k)$ 之间互不相关.

3 多传感器多模型多尺度分布式融合估计

为了方便算法描述, 我们将数据分割成长度为 $M_i=2^i-1$, i=N, …, 2, 1) 的块处理

$$X_m(i) = \left[\mathbf{x}^T(i,mM_i+1) \quad \mathbf{x}^T(i,mM_i+2) \quad \cdots \quad \mathbf{x}^T(i,mM_i+M_i)\right]^T$$

为了描述算子, 假设在尺度 i 上, 已得到数据块 $X_m(i)$ 的最优估计值 $\hat{X}_{m|m}(i)$ 和估计误差方差 $P_{m|m}(i)$. 为了开始计算, 需要利用数据块的初始条件值 $\hat{X}_{0|0}(i)$ 和估计误差方差 $P_{0|0}(i)$， 而它们可以从(2. 1)和(2. 3)式中计算出来(为了方便计算， 我们记：A(k)： =A(N， k);Q(k):=Q(N， k))：

$$\hat{X}_{0|0}(i) = \begin{bmatrix} A(i,0) \\ A(i,1)A(i,0) \\ \vdots \\ \prod_{j=0}^{M_i-1} A(i,j) \end{bmatrix} x_0, \quad P_{0|0}(i) = \begin{bmatrix} A(i,0) \\ A(i,1)A(i,0) \\ \vdots \\ \prod_{j=0}^{M_i-1} A(i,j) \end{bmatrix} P_{i0} \begin{bmatrix} A(i,0) \\ A(i,1)A(i,0) \\ \vdots \\ \prod_{j=0}^{M_i-1} A(i,j) \end{bmatrix}^T + B_0(i)Q_0(i)B_0^T(i)$$

$$B_0(i) = \begin{bmatrix} I & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ A(i,0) & I & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots & \vdots \\ \prod_{j=1}^{M_i-1} A(i,j) & \prod_{j=2}^{M_i-1} A(i,j) & \vdots & A(i,M_i-1) & I \end{bmatrix}$$

$$Q_0(i) = [Q(i,0) \quad Q(i,1) \quad \cdots \quad Q(i,M_i-1)]$$

3.1　由状态第 m 块估计值预测状态第 m+1 块的值

在尺度 i 上，若已得到第 m 块的估计值 $\hat{X}_{m|m}(i)$ 及误差方差阵 $P_{m|m}(i)$，计算第 m+1 块的估计值 $\hat{X}_{m+1|m}(i)$) 及误差方差阵 $P_{m+1|m}(i)$

$$\hat{X}_{m+1|m}(i) = A_m(i)\hat{X}_{m|m}(i)$$

$$P_{m+1|m}(i) = A_m(i)P_{m|m}(i)A_m^T(i) + B_m(i)Q_m(i)B_m^T(i)$$

其中　$Q_m(i) = [Q(i,mM_i+1) \quad Q(i,mM_i+2) \quad \cdots \quad Q(i,mM_i+2M_i-1)]$

$$A_m(i)=\mathrm{diag}\left[\prod_{j=0}^{M_i-1}A(mM_i+j)\quad\cdots\quad\prod_{j=0}^{M_i-1}A(i,mM_i+M_i-1+j)\right]$$

$$B_m(i)=\begin{bmatrix}\prod_{j=1}^{M_i-1}A(i,mM_i+j) & \prod_{j=2}^{M_i-1}A(i,mM_i+j) & \cdots & I & \cdots & 0\\ 0 & \prod_{j=1}^{M-1}A(i,mM_i+j) & \cdots & A(i,mM_i+M_i-1) & \cdots & 0\\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots & \cdots & \vdots\\ 0 & 0 & \cdots & \prod_{j=1}^{M_i-1}A(i,mM_i+j) & \cdots & I\end{bmatrix}$$

3.2 尺度 N 上的状态预测值向尺度 i 上分解

用小波变换将 $\hat{X}_{m+1|m}(N)$ 分解到尺度 i(=N-1, …, 1)上，生成平滑信号 $\hat{X}^N_{Vm+1|m}(i)$ 和相应的细节信号 $\hat{X}^N_{Dm+1|m}(i)$ 及误差方差 $P^N_{VVm+1|m}(i)$

$$\hat{X}^N_{Vm+1|m}(i)=L_i^T\,\mathrm{diag}\left[\prod_{r=N-1}^{i}H_r\quad\cdots\quad\prod_{r=N-1}^{i}H_r\right]L_N\hat{X}_{m+1|m}(N)$$

$$\hat{X}^N_{Dm+1|m}(i)=L_i^T\,\mathrm{diag}\left[G_j\prod_{r=N-1}^{i+1}H_r\quad\cdots\quad G_j\prod_{r=N-1}^{i+1}H_r\right]L_N\hat{X}_{m+1|m}(N)$$

$$P^N_{VVm+1|m}(i)=L_i^T\,\mathrm{diag}\left[\prod_{r=N-1}^{i}H_r\quad\cdots\quad\prod_{r=N-1}^{i}H_r\right]L_NP_{m+1|m}(N)L_N^T\,\mathrm{diag}\left[\prod_{q=i}^{N-1}H_q^T\quad\cdots\quad\prod_{q=i}^{N-1}H_q^T\right]L_i$$

3.3 尺度 i 上状态预测值的融合

在尺度 i(i=N-1, …, 1)上，得到了来自尺度 N 和本尺度 i 状态第 m+1 个块的两个预测值 $\hat{X}^N_{Vm+1|m}(i)$和$\hat{X}_{Vm+1|m}(i)$，两个相应的预测误差方差阵 $P^N_{VVm+1|m}(N)$ 和 $P_{VVm+1|m}(i)$；将二者有机地融合在一起作为尺度 i 上的第 m+1 个数据块的状态预测值和预测误差方差阵，在不发生混淆的情况下仍记为值 $\hat{X}^N_{Vm+1|m}(i)$ 和 $P^N_{VVm+1|m}(N)$.

3.4 在尺度 i 上预测状态第 m+1 块的测量值

$$\hat{Z}_{Vm+1|m}(i)=C_{m+1|m}(i)\hat{X}_{Vm+1|m}(i)$$

其中，
$$C_{m+1}(i)=\mathrm{diag}\left[C(i,(m+1)M_i)\quad\cdots\quad C(i,(m+1)M_i+M_i-1)\right]$$

3.5 尺度 i 上的数据更新

在尺度 i(i=N-1, …, 2, 1)上，我们用传统的 Kalman 滤波对状态预测值 $\hat{X}^N_{Vm+1|m}(i)$ 进行更新，得到第 m+1 块最优估计值.

$$\hat{X}^N_{Vm+1|m+1}(i)=\hat{X}^N_{Vm+1|m}(i)+K_{m+1}(i)\left[Z_{m+1}(i)-\hat{Z}_{m+1|m}(i)\right],$$

$$K_{m+1}(i)=P^N_{VVm+1|m}(i)C^T_{m+1}\left[C_{m+1}(i)P^N_{VVm+1|m}(i)C^T_{m+1}(i)+R_{m+1}(i)\right]^{-1}$$

$$P^N_{VVm+1|m+1}(i)=P^N_{VVm+1|m}(i)-P^N_{VVm+1|m}(i)C^T_{m+1}(i)K^T_{m+1}(i)-K_{m+1}(i)C_{m+1}(i)P^N_{VVm+1|m}(i)$$
$$+K_{m+1}(i)\left[C_{m+1}(i)P^N_{VVm+1|m}(i)C^T_{m+1}(i)+R_{m+1}(i)\right]K^T_{m+1}(i)$$
$$R_{m+1}(i)=\mathrm{diag}\left[R(i,(m+1)M_i+1)\quad\cdots\quad R(i,(m+1)M_i+M_i)\right]$$

3.6 尺度间的误差相关方差

D_j与D_l、D_l与V_j （$j,l=i,\cdots,N-1$）之间的误差相关方差阵分别是

$$P^N_{DDm+1|m}(j,l)=L^T_j diag\left[G_j\prod_{q=j+1}^{N-1}H_q\quad\cdots\quad G_j\prod_{q=j+1}^{N-1}H_q\right]L_N P_{m+1|m}(N)L^T_N diag\left[\prod_{q=N-1}^{l+1}H^T_q G^T_l\quad\cdots\quad\prod_{q=N-1}^{l+1}H^T_q G_l\right]L_l$$

$$P^N_{VDm+1|m}(i,l)=L^T_j diag\left[\prod_{q=1}^{N-1}H_q\quad\cdots\quad\prod_{q=1}^{N-1}H_q\right]L_N P_{m+1|m}(N)L^T_N diag\left[\prod_{q=N-1}^{l+1}H^T_q G^T_l\quad\cdots\quad\prod_{q=N-1}^{l+1}H^T_q G_l\right]L_l$$

$$P^N_{VDm+1|m}(i,l)=P^{NT}_{VDm+1|m}(i,l)$$

若记，$\widetilde{X}^N_{m+1|m}(i)=\begin{bmatrix}\widetilde{X}^N_{Vm+1|m}(i)\\ \widetilde{X}^N_{Dm+1|m}(i)\\ \widetilde{X}^N_{Dm+1|m}(i+1)\\ \vdots\\ \widetilde{X}^N_{Dm+1|m}(N-1)\end{bmatrix}$， $T(i)=\begin{bmatrix}\prod_{q=N-1}^{i}H_q\\ G_i\prod_{q=N-1}^{i}H_q\\ \vdots\\ G_{N-2}H_{N-2}\\ G_{N-1}\end{bmatrix}$

则 $P^N_{m+1|m}(i)=E\left\{\widetilde{X}_{m+1|m}(i)\widetilde{X}^T_{m+1|m}(i)\right\}=\begin{bmatrix}P^N_{VVm+1|m}(i) & P^N_{VDm+1|m}(i)\\ P^N_{DVm+1|m}(i) & P^N_{DDm+1|m}(i)\end{bmatrix}$

$$=L^T_i diag\left[T(i)\quad\cdots\quad T(i)\right]L_N P_{m+1|m}(N)L^T_N diag\left[T^T(i)\quad\cdots\quad T^T(i)\right]L_i$$

其中，$P^N_{VDm+1|m}(i)=\left[P^N_{VDm+1|m}(i,i)\quad P^N_{VDm+1|m}(i,i+1)\quad\cdots\quad P^N_{VDm+1|m}(i,N-1)\right]$

$$P^N_{DVm+1|m}(i)=\left[P^N_{DVm+1|m}(i,i)\quad P^N_{DVm+1|m}(i+1,i)\quad\cdots\quad P^N_{DVm+1|m}(N-1,i)\right]^T$$

注意到，$\hat{X}^N_{Dm+1|m}(i),\hat{X}^N_{Dm+1|m}(i+1),\cdots,\hat{X}^N_{Dm+1|m}(N-1)$是相应尺度上的细节信号，它们与$\hat{X}^N_{Vm+1|m}(i)$的关系是$P^N_{VDm+1|m}(i)$和$P^N_{DVm+1|m}(i)$；同时，它们也是从粗尺度到细尺度重构变换时的细节信号. 但在用 Kalman 滤波进行局部更新的过程中，细节信号$\hat{X}^N_{Dm+1|m}(i),\hat{X}^N_{Dm+1|m}(i+1),\cdots,\hat{X}^N_{Dm+1|m}(N-1)$并没有更新，但为了方便注记，它们也被写成$\hat{X}^N_{Dm+1|m+1}(i),\hat{X}^N_{Dm+1|m+1}(i+1),\cdots,\hat{X}^N_{Dm+1|m+1}(N-1)$. $P^N_{VDm+1|m}(i)$和$P^N_{DVm+1|m}(i)$也随之被更新为

$$P^N_{VDm+1|m+1}(i,j)=P^{NT}_{DVm+1|m+1}(j,i)=P^{NT}_{DVm+1|m}(i)=\left[I-K_{m+1}(i)C_{m+1}(i)\right]P^N_{VDm+1|m}(i,j)$$

3.7 从尺度 i（i=N-1，…，2，1）开始的多级重构

从尺度 i 开始，用小波逆变换把更新过的数据$\hat{X}^N_{Vm+1|m+1}(i)$和细节信号$\hat{X}^N_{Dm+1|m+1}(i),\hat{X}^N_{Dm+1|m+1}(i+1),\cdots,\hat{X}^N_{Dm+1|m+1}(N-1)$进行综合，在尺度 N 上得到状态第 m+1 个块基于尺度 i 上状态模型和观测信息的估计值.

$$\hat{X}^{i}_{m+1|m+1}(N)=L_N^T diag\left[T^T(i) \quad \cdots \quad T^T(i)\right]\begin{bmatrix}\hat{X}^{N}_{Vm+1|m+1}(i)\\ \hat{X}^{N}_{Dm+1|m+1}(i)\\ \vdots \\ \hat{X}^{N}_{Dm+1|m+1}(N-1)\end{bmatrix}$$

同样，$P^N_{VVm+1|m+1}(i), P^N_{VDm+1|m+1}(i), P^N_{DVm+1|m+1}(i), P^N_{DDm+1|m+1}(i)$ 也被综合到尺度 N 上，生成

$$P^{i}_{m+1|m+1}(N)=L_N^T diag\left[T^T(i) \quad \cdots \quad T^T(i)\right]L_i P^N_{m+1|m+1}(i) L_i^T diag\left[T(i) \quad \cdots \quad T(i)\right]L_i$$

其中，$$P^N_{m+1|m}(i)=\begin{bmatrix}P^N_{VVm+1|m+1}(i) & P^N_{VDm+1|m+1}(i)\\ P^N_{DVm+1|m+1}(i) & P^N_{DDm+1|m+1}(i)\end{bmatrix}.$$

3.8 融合估计

在尺度 N 上，分别得到基于不同尺度模型和测量值的状态第 m+1 个块的 N 个估计值 $\hat{X}^{i}_{m+1|m+1}$ (N) (i=N, …, 1; $\hat{X}^{N}_{m+1|m+1}$ (N) 是基于尺度 N 上的状态模型和测量值直接 Kalman 滤波的结果)，按照概率加权组合，得到最终滤波估计和误差方差矩阵分别为[1][4]

$$\hat{X}_{m+1|m+1}(N)=\sum_{i=1}^{N}\hat{X}^{i}_{m+1|m+1}(i)\mu_{m+1|m+1}(i)$$

$$P_{m+1|m+1}(N)=\sum_{i=1}^{N}\mu_{m+1|m+1}(i)P^{i}_{m+1|m+1}(N)$$
$$+\sum_{i=1}^{N}\left[\hat{X}_{m+1|m+1}(N)-\hat{X}^{i}_{m+1|m+1}\right]\left[\hat{X}_{m+1|m+1}(N)-X^{i}_{m+1|m+1}\right]^T$$

参 考 文 献

1. 潘泉. 自适应目标跟踪算法. 西北工业大学博士论文，1997. 7. 西安
2. 程正兴. 小波分析算法与应用. 西安：西安交通大学出版社，1998
3. 郑容，文成林，施晨鸣，张洪才. 多分辨多模型目标跟踪. 电子学报，Vol. **26**, No. 2, 1998
4. 文成林. 多尺度估计理论及方法研究. 西北工业大学博士论文，1999. 10. 西安

文成林，男，1986 年毕业于河南大学数学系；1996 年获郑州大学基础数学专业硕士学位；1999 年 10 月获西北工业大学控制理论与控制工程专业学博士学位．主要研究领域为动态系统的辨识、估计与控制、多尺度估计理论、多传感器信息融合等．

潘 泉，男，1982 年毕业于华中理工大学自动控制系，1991 年西北工业大学自动控制系研究生毕业，，1997 年 9 月西北工业大学自动控制系博士研究生毕业，获博士学位．现为西北工业大学教授，博士生导师，研究院副院长．研究方向为动态系统的辨识、估计与控制、小波滤波理论、多尺度分析理论、多媒体技术与网络技术等理论研究领域，以及在多目标跟踪、多传感器信息融合、C^3I 技术、信号与图象处理等．