

新型模糊 PID 控制器的稳定性分析

王守唐 高东杰

(中国科学院自动化研究所综合自动化工程中心 北京 100080)

胡包钢

(中国科学院自动化研究所模式识别国家重点实验室 北京 100080)

摘要 本文研究新近提出的模糊 PID 控制器的稳定性问题。由于该模糊 PID 控制器的模糊推理部分具有非线性特性，因此本文采用圆判据来分析它的稳定性。本文针对一阶和二阶对象的一般形式，给出了保证系统稳定的参数范围，并用仿真验证了所得结果。高阶对象也可以使用圆判据求取相应结果。

关键词 模糊 PID，稳定性，圆判据。

1 引言

模糊逻辑控制器的稳定性问题一直是很难解决的问题。由于模糊推理具有非线性特性，所以对模糊控制器的稳定性分析一般采用的是非线性稳定性分析方法，例如小增益定理、钝性定理、圆判据、波波夫判据等。

本文研究的对象是[1]中提出的新型模糊 PID 控制器。该模糊 PID 控制器结构简单，具有三个规则、至多六个调节参数、只要求一个输入（系统误差）。该模糊 PID 控制器的模糊推理部分是非线性的，通过调节参数，非线性部分可以近似为线性，所以该模糊 PID 控制器可以产生至少不次于线性 PID 控制器的控制效果。由该模糊 PID 控制器的模糊逻辑部分采用的模糊规则和隶属度函数可以推出模糊非线性的解析形式，随着参数的变化，模糊非线性的输入输出关系可以归纳为四种类型的曲线。这就给稳定性分析带来了方便。

本文针对一阶和二阶对象的一般形式，分析了当采用该模糊 PID 控制器进行控制时的稳定性，给出了保证系统稳定时参数要满足的条件。对于高阶系统，可以采用类似的方法。

2 模糊 PID 控制器

本节介绍[1]中提出的新型模糊 PID 控制器，其结构如图 1 所示：

其中， e 是系统误差， \hat{e} 是规范化后的系统误差， \hat{u}_p 是模糊非线性部分的输出， \hat{u}

是模糊 PID 控制器的输出， u 是规范化后的输出， \hat{k}_p 、 \hat{k}_D 、 \hat{k}_I 分别是比例、微分、积分控制的增益， S_e 和 S_u 分别是输入和输出的规范化因子。（本文讨论中忽略 S_u 的限幅）

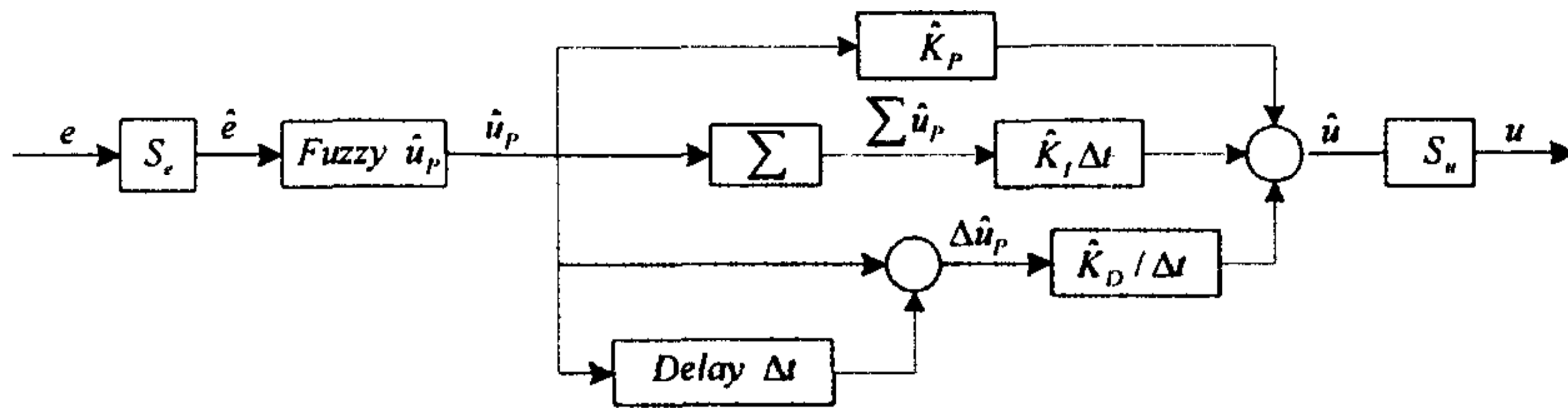


图 1: 新型模糊 PID 控制器

该模糊 PID 控制器模糊推理规则为:

- 规则 1: 如果 $\hat{e} = NB$, 那么 $\hat{u}_p = NB$;
- 规则 2: 如果 $\hat{e} = PB$, 那么 $\hat{u}_p = PB$;
- 规则 3: 如果 $\hat{e} = AZ$, 那么 $\hat{u}_p = AZ$. PB 表示 “positive big”, NB 表示 “negative big”, AZ 表示 “approximate zero”.

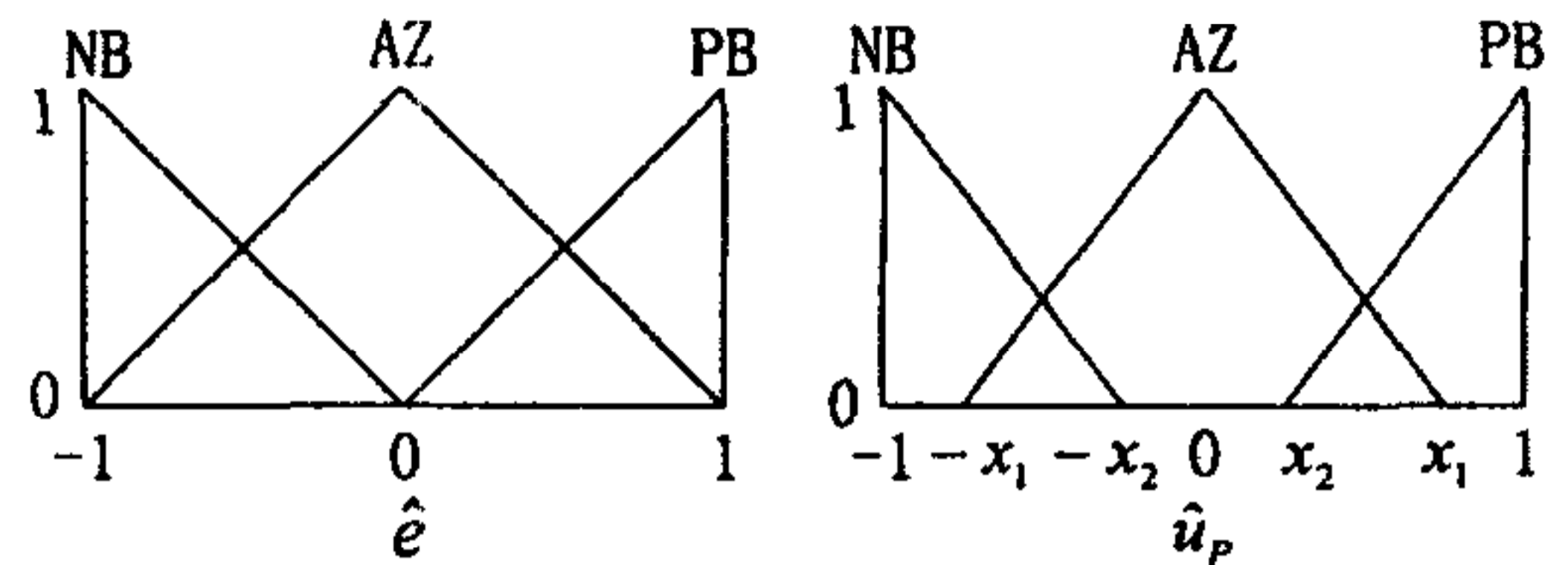


图 2: \hat{e} 和 \hat{u}_p 的隶属度函数

\hat{e} 和 \hat{u}_p 的隶属度函数如图 2 所示，可以看出： \hat{u}_p 的隶属度随着 x_1 和 x_2 变化。其中： $0 \leq x_1 \leq 1$ 和 $-x_1 \leq x_2 \leq 1$ （见[2]）。

如文[2]和[5]中所述，根据 x_1 和 x_2 的不同，模糊推理可以产生四种类型的曲线，即 “C” 型、“反 C” 型、“S” 型和 “反 S” 型曲线，如图 3 所示：

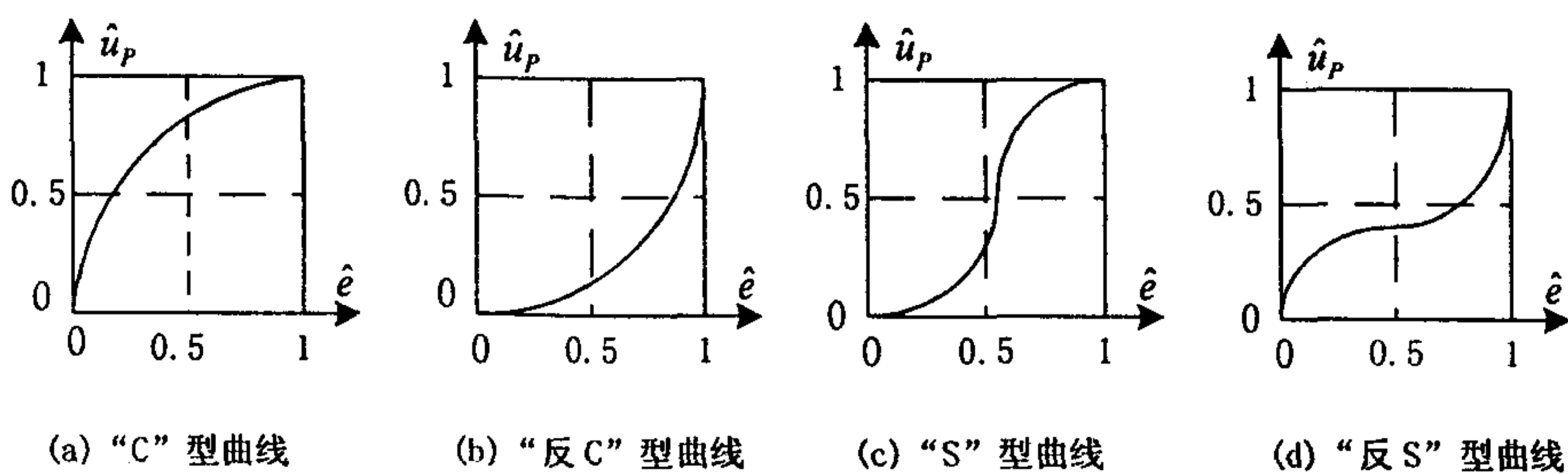


图 3: 模糊推理产生的四种类型曲线

3 圆判据及其扩展

圆判据描述如下：非线性控制系统由线性部分 $L(s)$ 和非线性部分 $f(e)$ 组成， $f(e)$ 具有扇形边界条件，即： $k_1 \leq f(e)/e \leq k_2$ ($0 \leq k_1 < k_2$)， $f(0) = 0$ 。在复平面上以 $(-k_1^{-1}, j0)$ 和 $(-k_2^{-1}, j0)$ 为直径作一个圆，记此圆为 $C(k_1, k_2)$ 。如果 $L(s)$ 的乃奎斯特频

率特性曲线不与 $C(k_1, k_2)$ 相交, 且逆时针包围该圆 n_p 次, n_p 为 $W(s)$ 的不稳定极点数目, 那么系统是 BIBO 稳定的.

圆判据的扩展是这样的: 如果 $L(s)$ 没有复平面虚轴右部的极点, 那么保证系统 BIBO 稳定的条件可以改为: $L(s)$ 的乃奎斯特曲线全部都处在通过 $(-k_2^{-1}, j0)$ 且平行于虚轴的直线的右部, 即: $\operatorname{Re} L(j\omega) + 1/k_2 > 0$.

4 稳定性分析

当用该模糊 PID 控制器控制一个线性对象时, 整个控制系统的线性部分由两部分组成, 即: 控制器的 PID 部分和被控对象传递函数.

(A) 一阶对象: $\frac{b}{s+a}$ ($a > 0$)

系统的线性部分为:

$$L(s) = \frac{S_u b (\hat{K}_D s^2 + \hat{K}_P s + \hat{K}_I)}{s(s+a)} \quad (1)$$

系统的非线性部分的上界为:

$$k_2(x_1, x_2, S_e) = \sup_e (\hat{u}_p / e) = S_e \cdot \sup_{\hat{e}} (\hat{u}_p / \hat{e}) \quad (2)$$

令 $\operatorname{Re} L(j\omega) + 1/k_2 > 0$, 可得:

$$(k_2 S_u b \hat{K}_D + 1)\omega^2 + k_2 S_u a b \hat{K}_P + a^2 - k_2 S_u b \hat{K}_I > 0 \quad (3)$$

要保证上式成立需要各项系数为大于 0, 由此可以得出下式:

$$\begin{cases} k_2 S_u b \hat{K}_D > -1 \\ k_2 S_u a b \hat{K}_P > k_2 S_u b \hat{K}_I - a^2 \end{cases} \quad (4)$$

(4) 式适于已知 k_2 时如何去确定控制器 PID 部分的参数以保证系统稳定, 下面给出适用于已知控制器 PID 部分的参数确定以后如何调节 k_2 的值的形式.

$$\begin{cases} S_u b \hat{K}_D k_2 > -1 \\ S_u b (a \hat{K}_P - \hat{K}_I) k_2 > -a^2 \end{cases} \quad (5)$$

(B) 二阶对象: $\frac{b_1 s + b_0}{s^2 + a_1 s + a_0}$ ($a_1 \geq 0, a_0 \geq 0$)

系统线性部分的传递函数为:

$$L(s) = \frac{S_u (\hat{K}_D s^2 + \hat{K}_P s + \hat{K}_I) (b_1 s + b_0)}{s(s^2 + a_1 s + a_0)} \quad (6)$$

系统的非线性部分的上界为:

$$k_2(x_1, x_2, S_e) = \sup_e(\hat{u}_p / e) = S_e \cdot \sup_{\hat{e}}(\hat{u}_p / \hat{e}) \quad (7)$$

令 $\operatorname{Re} L(j\omega) + 1/k_2 > 0$, 可得:

$$(1 + k_2 S_u b_1 \hat{K}_D) w^4 + [a_1 S_u (b_0 \hat{K}_P + b_1 \hat{K}_I) k_2 - a_0 S_u b_1 \hat{K}_D k_2 + a_1^2 - 2a_0] w^2 + a_0 S_u (b_0 \hat{K}_P + b_1 \hat{K}_I) k_2 - S_u a_1 b_0 \hat{K}_I k_2 + a_0^2 > 0 \quad (8)$$

令 w^4, w^2 的系数以及常数项都大于 0, 可以保证 (8) 式成立, 由此得出下式:

$$\begin{cases} k_2 S_u b_1 \hat{K}_D > -1 \\ S_u (a_1 b_1 - b_0) k_2 \hat{K}_P > S_u (a_0 b_1 - a_1 b_0) k_2 \hat{K}_D + S_u b_1 k_2 \hat{K}_I + 2a_0 - a_1^2 \\ S_u a_0 b_0 k_2 \hat{K}_P > S_u (a_1 b_0 - a_0 b_1) k_2 \hat{K}_I - a_0^2 \end{cases} \quad (9)$$

(9) 式指明 k_2 确定时如何去确定控制器 PID 部分的参数, 由此可推出 PID 控制器部分的参数确定时调节 k_2 值的公式.

高阶对象也可以采用上述方法获得保证系统稳定的参数条件.

可以用数字的方法来获得非线性上界, 因为 \hat{e} 限定在 $[-1, 1]$ 之间, 且 [1] 中给出了 $\hat{u}_p - \hat{e}$ 的解析形式, 所以 $\sup_{\hat{e}}(\hat{u}_p / \hat{e})$ 是不难确定的. 针对四种曲线形式的不同也可以用其他方法, 例如: 对于“反 C”型曲线, 由于其 $\sup_{\hat{e}}(\hat{u}_p / \hat{e}) \leq 1$, 可以近似认为等于 1, 这样做结果会保守一些, 对于“C”型和“反 S”型曲线, 由于原点处的斜率最大, 可以认为 $\sup_{\hat{e}}(\hat{u}_p / \hat{e}) = (d\hat{u}_p / d\hat{e})_{\hat{e}=0}$:

以上得出的结论保证了系统 BIBO 稳定, 但是, 如果由控制器的 PID 部分和被控对象所组成的线性部分是有理的, 合适的(proper), 且没有右极点, 并且本身是渐近稳定的, 那么所得出的结论可以保证整个系统是全局和渐近稳定的. (见[4])

5 仿真

研究当用该模糊 PID 控制器控制对象 $1/(s^2 + 2s + 1)$ 的稳定性问题. $x_1 = 0.4$, $x_2 = 0.6$, (此时模糊非线性曲线为反 S 型), $S_e = 1$, $S_u = 2$, 计算出 $k_2 = 1.6$, 根据式(10)可以得出 PID 参数要满足的条件如下:

$$\begin{cases} \hat{K}_D > 0.5\hat{K}_P - 0.313 \\ \hat{K}_I < 0.5\hat{K}_P + 0.156 \end{cases}$$

在满足以上条件的情况下, 不断调整参数, 整个系统都是稳定的, 说明所得到的结论

是正确的.

6 总结

本文针对一阶和二阶对象的一般形式, 采用圆判据, 分析了使用新型模糊 PID 控制器进行控制时保证系统稳定的参数范围. 所得出的结论可以帮助系统调节参数, 这对该模糊 PID 控制器的实用化有重要意义, 高阶对象同样可以采用圆判据来获取相应的参数条件.

参 考 文 献

1. B.-G.Hu, G.K.I.Mann, R.G.Gosine, "New Methods for Analytical and Optimal Design of Fuzzy PID Controller", *IEEE Transaction on Fuzzy System.*, Vol.7, pp.521-539, 1999
2. G.K.I.Mann, B.-G.Hu and R.G.Gosine "Evaluation of Fuzzy Reasoning Schemes for Fuzzy Controllers", *Proceeding of Sixth International Conference on Fuzzy Theory and Technology*, Vol. I, pp.171-174, Research Triangle Park, NC, USA, 1998
3. J.-X Xu and C.Liu, "Designing a Stable Fuzzy PI Control System Using Extended Circle Criterion", *International Journal of Intelligent Control and Systems*, Vol.1, pp.355-366, 1996
4. K.S.Ray and D.D.Majumder, "Application of Circle Criterion for Stability Analysis of Linear SISO and MIMO Systems Associated with Fuzzy Logic Controller", *IEEE Transaction on Systems, Man and Cybernetics*, Vol.14, pp.345-349, 1984.
5. B.-G.Hu, G.K.Mann and R.G.Gosine "Control Curve Design for Nonlinear (or Fuzzy) Proportional Actions Using Splined-based Functions", *Automatica*, Vol.34, pp.1125-1133, 1998.
6. C.A.Desoer and M.Vidyasager *Feedback System: Input-Output Properties*, New York: Academic, 1975
7. 高为炳, 非线性控制系统导论, 北京: 科学出版社, 1988.

王守唐 男, 1972 年生, 1998 年获北京理工大学自动控制理论与应用专业硕士学位, 现在中国科学院自动化所攻读博士学位, 主要研究方向为模糊控制与模糊建模、智能控制理论与应用等.

高东杰 男, 1943 年生, 现为中国科学院自动化所研究员, 博士生导师, 主要研究兴趣为系统辨识、过程控制、智能控制、鲁棒控制等.

胡包刚 男, 1955 年生, 1993 年在加拿大 McMaster 大学获博士学位, 目前为中国科学院自动化所模式识别国家重点实验室副研究员, 主要研究兴趣为模糊控制理论与应用, 模式识别等.