第26卷 第3期
2000年5月

自 动 化 学 报
ACTA AUTOMATICA SINICA

Vol. 26, No. 3
May, 2000

短文

不确定变时滞系统的状态观测器与基于观测器的鲁棒控制器设计[1)]

关新平* 林志云
(燕山大学电气工程学院 秦皇岛 066004)
(* E-mail: xpguan@ysu.edu.cn)

段广仁
(哈尔滨工业大学控制工程系 哈尔滨 150001)

李泉林
(中国科学院自动化研究所 北京 100080)

摘 要 研究了具有变时滞的不确定系统的状态观测器和基于观测器的鲁棒控制器设计问题，其中不确定性是时变的，不要求满足匹配条件. 通过构造增广系统，利用线性矩阵不等式(LMI)方法，获得了该不确定系统存在状态观测器和基于观测器的鲁棒控制器的充分条件，同时给出了相应的状态观测器和基于观测器的鲁棒控制器.

关键词 观测器，鲁棒控制器，不确定系统，变时滞.

THE DESIGN OF STATE OBSERVER AND OBSERVER-BASED ROBUST CONTROLLERS FOR UNCERTAIN LINEAR SYSTEMS WITH TIME-VARYING DELAYS

GUAN Xinping LIN Zhiyun
(Institute of Electrical Engineering, Yanshan University, Qinhuangdao 066004)
DUAN Guangren
(Department of Control Engineering, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001)
LI Quanlin
(Institute of Automation, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080)

Abstract The design of state observer and observer-based robust controllers for uncertain linear systems with time-varying delays is studied, where the uncertainty is time-varying and does not satisfy matching conditions. In the light of the linear matrix inequality (LMI) approach, a sufficient condition is given for the existence of the state observer and observer-based robust controllers for such uncertain

1) 国家自然科学基金(69504002)与国家教委跨世纪人才基金资助项目.
收稿日期 1998-06-03 收修改稿日期 1998-12-17

systems. We obtain state observer and observer-based robust controllers by constructing an augmented system.

Key words Observer, robust controller, uncertain systems, time-varying delays.

1 引言

文[1～3]针对满足匹配条件的状态不确定系统,导出了通过求解两个 Riccati 方程的状态观测器和鲁棒控制器的设计方法. 然而,它所考虑的系统需要满足若干假设,这在实际系统中往往难以满足. 本文使用了线性矩阵不等式方法,获得了系统的状态观测器和基于观测器的鲁棒控制器,克服了用 Riccati 方程方法设计时的一些不足. 本文考虑的是具有变时滞的不确定系统,而且不确定性不要求满足匹配条件. 克服了文[1～3]中要求不确定性满足匹配条件,以及系统满足若干假设等苛刻要求.

2 主要结果

考虑由以下方程描述的不确定线性时滞系统

$$\begin{cases} \dot{\boldsymbol{x}}(t) = (A_1 + \Delta A_1(t))\boldsymbol{x}(t) + (A_2 + \Delta A_2(t))\boldsymbol{x}(t - d(t)) + (B + \Delta B(t))\boldsymbol{u}(t), \\ \boldsymbol{y}(t) = (C + \Delta C(t))\boldsymbol{x}(t) + (D + \Delta D(t))\boldsymbol{x}(t - d(t)), \\ \boldsymbol{x}(t) = \boldsymbol{\phi}(t), \quad t \in [-d^*, 0], \end{cases} \tag{1}$$

其中 $\Delta A_1(t)$,$\Delta A_2(t)$,$\Delta B(t)$,$\Delta C(t)$和 $\Delta D(t)$表示出现在模型中的时变不确定性,且满足下述形式的范数有界条件:$\Delta A_1(\cdot) = H_1F_1(\cdot)E_1$,$\Delta A_2(\cdot) = H_2F_2(\cdot)E_2$,$\Delta C(\cdot) = H_3F_3(\cdot)E_3$,$\Delta C(\cdot) = H_4F_4(\cdot)E_4$,$\Delta D(\cdot) = H_5F_5(\cdot)E_5$,这里 H_i 和 E_i 是已知适当维数的常数矩阵,F_i 中的元素 Lebesgue 可测,且满足 $F_i^{\mathrm{T}}(t)F_i(t) \leqslant I$. 对系统(1),本文构造了一个满足如下形式状态方程的状态观测器及线性无记忆反馈控制律

$$\dot{\boldsymbol{z}}(t) = A_1\boldsymbol{z}(t) + B\boldsymbol{u}(t) + L(\boldsymbol{y}(t) - C\boldsymbol{z}(t)), \tag{2}$$

$$\boldsymbol{u}(t) = -K\boldsymbol{z}(t). \tag{3}$$

令 $\boldsymbol{e}(t) \triangleq \boldsymbol{x}(t) - \boldsymbol{z}(t)$,并构造如下 Lyapunov 函数

$$V(\boldsymbol{x}(t), \boldsymbol{e}(t)) = \begin{pmatrix} \boldsymbol{x}(t) \\ \boldsymbol{e}(t) \end{pmatrix}^{\mathrm{T}} \begin{pmatrix} P_1^{-1} & 0 \\ 0 & P_2^{-1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \boldsymbol{x}(t) \\ \boldsymbol{e}(t) \end{pmatrix}, \tag{4}$$

其中 P_1,P_2为正定对称矩阵.

沿式(4)对其求时间 t 的导数,有

$$\begin{aligned} \dot{V}(\boldsymbol{x}(t), \boldsymbol{e}(t)) \leqslant{} & \boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(t)(A_1^{\mathrm{T}}P_1^{-1} + P_1^{-1}A_1 - 2P_1^{-1}BK + P_1^{-1}H_1H_1^{\mathrm{T}}P_1^{-1} + 2P_1^{-1}H_3H_3^{\mathrm{T}}P_1^{-1} + \\ & P_1^{-1}BB^{\mathrm{T}}P_1^{-1} + P_1^{-1}R_1P_1^{-1} + 2E_1^{\mathrm{T}}E_1 + 2K^{\mathrm{T}}E_3^{\mathrm{T}}E_3K + E_4^{\mathrm{T}}E_4)\boldsymbol{x}(t) + \\ & \boldsymbol{e}^{\mathrm{T}}(t)(A_1^{\mathrm{T}}P_2^{-1} + P_2^{-1}A_1 - 2P_2^{-1}LC + P_2^{-1}H_1H_1^{\mathrm{T}}P_2^{-1} + P_2^{-1}LR_2L^{\mathrm{T}}P_2^{-1} + \\ & P_2^{-1}R_1P_2^{-1} + 2P_2^{-1}H_3H_3^{\mathrm{T}}P_2^{-1} + P_2^{-1}LH_4H_4^{\mathrm{T}}P_2^{-1} + 2K^{\mathrm{T}}E_3^{\mathrm{T}}E_3K + K^{\mathrm{T}}K)\boldsymbol{e}(t) + \\ & 2\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(t - d(t))(A_2 + \Delta A_2(t))^{\mathrm{T}}R_1^{-1}(A_2 + \Delta A_2(t))\boldsymbol{x}(t - d(t)) + \\ & \boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(t - d(t))(D + \Delta D(t))^{\mathrm{T}}R_2^{-1}(D + \Delta D(t))\boldsymbol{x}(t - d(t)), \end{aligned} \tag{5}$$

其中 R_1, R_2 为正定对称矩阵. 当存在 $\varepsilon_1, \varepsilon_2 > 0$ 满足 $R_1 - \varepsilon_1 H_2 H_2^{\mathrm{T}} > 0, R_2 - \varepsilon_2 H_5 H_5^{\mathrm{T}} > 0$ 时，有以下不等式成立

$$(A_2 + \Delta A_2(t))^{\mathrm{T}} R_1^{-1} (A_2 + \Delta A_2(t)) \leqslant A_2^{\mathrm{T}} (R_1 - \varepsilon_1 H_2 H_2^{\mathrm{T}})^{-1} A_2 + \frac{1}{\varepsilon_1} E_2^{\mathrm{T}} E_2,$$

$$(D + \Delta D(t))^{\mathrm{T}} R_2^{-1} (D + \Delta D(t)) \leqslant D^{\mathrm{T}} (R_2 - \varepsilon_2 H_5 H_5^{\mathrm{T}})^{-1} D + \frac{1}{\varepsilon_2} E_5^{\mathrm{T}} E_5.$$

令

$$A_2^{\mathrm{T}} (R_1 - \varepsilon_1 H_2 H_2^{\mathrm{T}})^{-1} A_2 + \frac{1}{\varepsilon_1} E_2^{\mathrm{T}} E_2 \leqslant P_1^{-1}, \tag{6}$$

$$D^{\mathrm{T}} (R_2 - \varepsilon_2 H_5 H_5^{\mathrm{T}})^{-1} D + \frac{1}{\varepsilon_2} E_5^{\mathrm{T}} E_5 \leqslant P_1^{-1}. \tag{7}$$

将上述不等式代入式(5)，得

$$\dot{V}(\boldsymbol{x}(t), \boldsymbol{e}(t)) \leqslant \boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(t) Q_1 \boldsymbol{x}(t) + \boldsymbol{e}^{\mathrm{T}}(t) Q_2 \boldsymbol{e}(t) + 3 \begin{pmatrix} \boldsymbol{x}(t-d(t)) \\ \boldsymbol{e}(t-d(t)) \end{pmatrix}^{\mathrm{T}} \begin{pmatrix} P_1^{-1} & 0 \\ 0 & P_2^{-1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \boldsymbol{x}(t-d(t)) \\ \boldsymbol{e}(t-d(t)) \end{pmatrix},$$

其中

$$\begin{aligned} Q_1 = {} & A_1^{\mathrm{T}} P_1^{-1} + P_1^{-1} A_1 - 2P_1^{-1} BK + P_1^{-1} H_1 H_1^{\mathrm{T}} P_1^{-1} + 2P_1^{-1} H_3 H_3^{\mathrm{T}} P_1^{-1} + P_1^{-1} B B^{\mathrm{T}} P_1^{-1} + \\ & P_1^{-1} R_1 P_1^{-1} + 2E_1^{\mathrm{T}} E_1 + 2K^{\mathrm{T}} E_3^{\mathrm{T}} E_3 K + E_4^{\mathrm{T}} E_4, \end{aligned} \tag{8}$$

$$\begin{aligned} Q_2 = {} & A_1^{\mathrm{T}} P_2^{-1} + P_2^{-1} A_1 - 2P_2^{-1} LC + P_2^{-1} H_1 H_1^{\mathrm{T}} P_2^{-1} + P_2^{-1} R_1 P_2^{-1} + P_2^{-1} L R_2 L^{\mathrm{T}} P_2^{-1} + \\ & 2P_2^{-1} H_3 H_3^{\mathrm{T}} P_2^{-1} + P_2^{-1} L H_4 H_4^{\mathrm{T}} P_2^{-1} + 2K^{\mathrm{T}} E_3^{\mathrm{T}} E_3 K + K^{\mathrm{T}} K, \end{aligned} \tag{9}$$

$$S_1 = Q_1 + 3P_1^{-1}, \qquad S_2 = Q_2 + 3P_2^{-1}. \tag{10}$$

当 $S_1 < 0, S_2 < 0$，时，由矩阵特征根值连续依赖其元素变化的性质，必存在 $\delta > 1$，使得 $\lambda_{\max}(Q_1 + 3\delta P_1^{-1}) < 0, \lambda_{\max}(Q_2 + 3\delta P_2^{-1}) < 0$. 于是由

$$V(\boldsymbol{x}(t+\theta), \boldsymbol{e}(t+\theta)) < \delta V(\boldsymbol{x}(t), \boldsymbol{e}(t)), \theta \in [-d^*, 0] \tag{11}$$

可导出 $\dot{V}(\boldsymbol{x}(t), \boldsymbol{e}(t)) \leqslant \lambda_{\max}(Q_1 + 3\delta P_1^{-1}) \|\boldsymbol{x}(t)\|^2 + \lambda_{\max}(Q_2 + 3\delta P_2^{-1}) \|\boldsymbol{e}(t)\|^2$，即 $\dot{V}(\boldsymbol{x}(t), \boldsymbol{e}(t))$ 负定. 因此，根据 Razumikhin 定理[4]，对任意的变时滞 $d(t) \leqslant d^*$，可得下述使系统实现鲁棒镇定的充分条件.

定理1. 对于系统(1)，若存在矩阵 L 和 K 以及正定对称矩阵 P_1, P_2, R_1, R_2 使得式(10)的矩阵 S_1, S_2 负定，并且下述不等式成立

$$P_1 - P_1 A_2^{\mathrm{T}} (R_1 - \varepsilon_1 H_2 H_2^{\mathrm{T}})^{-1} A_2 P_1 - \frac{1}{\varepsilon_1} P_1 E_2^{\mathrm{T}} E_2 P_1 \geqslant 0, \tag{12}$$

$$P_1 - P_1 D (R_2 - \varepsilon_2 H_5 H_5^{\mathrm{T}})^{-1} D P_1 - \frac{1}{\varepsilon_2} P_1 E_5^{\mathrm{T}} E_5 P_1 \geqslant 0, \tag{13}$$

$$R_1 - \varepsilon_1 H_2 H_2^{\mathrm{T}} > 0, R_2 - \varepsilon_2 H_5 H_5^{\mathrm{T}} > 0. \tag{14}$$

则基于状态观测器(2)，可以采用线性无记忆状态反馈(3)对该系统实现鲁棒镇定.

根据定理1，则有以下定理.

定理2. 对于系统(1)，若存在矩阵 X, Y 和正定矩阵 P_1, P_2, R_1, R_2 以及正常数 $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ 满足下列线性矩阵不等式

$$\begin{aligned} S_1^* = {} & A_1 P_1 + P_1 A_1^{\mathrm{T}} - BY - Y^{\mathrm{T}} B^{\mathrm{T}} + R_1 + M_1 + P_1 N_1 P_1 + \\ & 3P_1 + 2Y^{\mathrm{T}} E_3^{\mathrm{T}} E_3 Y < 0, \end{aligned} \tag{15}$$

$$S_2^* = A_1 P_2 + P_2 A_1^{\mathrm{T}} - P_2 (XC + C^{\mathrm{T}} X^{\mathrm{T}} - X H_4 H_4^{\mathrm{T}} X^{\mathrm{T}} - X R_2 X^{\mathrm{T}}) P_2 +$$

$$3P_2 + R_1 + M_2 + P_2N_2P_2 < 0, \tag{16}$$

$$\begin{bmatrix} P_1 & P_1M_3^{\mathrm{T}} \\ M_3P_1 & J_1 \end{bmatrix} \geqslant 0, \begin{bmatrix} P_1 & P_1M_4^{\mathrm{T}} \\ M_4P_1 & J_2 \end{bmatrix} \geqslant 0, \tag{17}$$

其中

$$M_1 = H_1H_1^{\mathrm{T}} + 2H_3H_3^{\mathrm{T}} + BB^{\mathrm{T}}, N_1 = 2E_1^{\mathrm{T}}E_1 + E_4^{\mathrm{T}}E_4,$$

$$M_2 = H_1H_1^{\mathrm{T}} + 2H_3H_3^{\mathrm{T}}, N_2 = 2(P_1^{-1})^{\mathrm{T}}Y^{\mathrm{T}}E_3^{\mathrm{T}}E_3YP_1^{-1} + (P_1^{-1})^{\mathrm{T}}Y^{\mathrm{T}}YP_1^{-1},$$

$$M_3^{\mathrm{T}} = [A_2^{\mathrm{T}}, E_2^{\mathrm{T}}], \quad J_1 = \mathrm{diag}[R_1 - \varepsilon_1H_2H_2^{\mathrm{T}}, \varepsilon_1I],$$

$$M_4^{\mathrm{T}} = [D^{\mathrm{T}}, E_5^{\mathrm{T}}], \quad J_2 = \mathrm{diag}[R_2 - \varepsilon_2H_5H_5^{\mathrm{T}}, \varepsilon_2I].$$

则采用式(2),(3)给出的状态观测器和控制律,能使系统(1)鲁棒镇定,其中

$$L = P_2X, K = YP_1^{-1}. \tag{18}$$

3 结 语

本文给出了基于观测器的不确定线性时滞系统的鲁棒镇定设计方法. 该系统中的不确定性满足一类范数边界条件,采用一种比秩1分解更为广泛的分解方法,对该不确定系统给出了存在基于观测器的鲁棒镇定控制器的充分条件,并给出了系统相应的状态观测器和鲁棒镇定控制律. 这对于实际过程中常见的具有时滞、不确定性及状态不能完全测得等特性的系统,具有一定的理论价值和实际意义.

参 考 文 献

1 张明君,孙优贤. 基于观测器的状态和控制输入不确定时滞系统的鲁棒镇定. 信息与控制,1998,**27**(1):11～15

2 朱晓东,孙优贤. 不确定动态时滞系统的基于观测器的鲁棒镇定设计. 控制理论与应用,1996,**13**(2):254～258

3 张明君,毛维杰,孙优贤,苏宏业. 基于观测器的不确定动态时滞系统鲁棒镇定的 Riccati 方程方法. 控制理论与应用,1998,**15**(2):263～266

4 Hale J. Theory of Functional Differential Equations. New York:springer-velag,1977.

关新平 1963年出生,教授,博士. 研究领域为时滞系统、鲁棒控制、混沌控制、离散分布参数系统.

林志云 1976年出生,硕士生. 研究方向为时滞系统、鲁棒控制.