第26卷 第3期
2000年5月

自 动 化 学 报
ACTA AUTOMATICA SINICA

Vol. 26, No. 3
May, 2000

短文

Flow-shop 系统的鲁棒性与最优鲁棒控制

戴世雄　　　　戴志勇

（密西西比大学电机工程系　美国）　（武汉纺织工学院 基础部　武汉430074）

摘　要　使用极大代数模块网络法，研究 Flow-shop 离散事件动态系统(DEDS)在没有缓冲器下的无阻塞鲁棒性及最优鲁棒控制. 提出了系统鲁棒性的 Kharitonov-like 判据；证明了最优鲁棒控制是一类线性状态反馈；还讨论了鲁棒控制系统的周期稳定性和鲁棒极点对摄动参数的敏感性.

关键词　DEDS，极大代数，鲁棒性，鲁棒控制.

ON ROBUSTNESS AND OPTIMAL ROBUST CONTROL FOR FLOW-SHOP SYSTEM

DAI Shixiong　　　　DAI Zhiyong

(University of Mississippi, USA)　*(Wuhan Textile college, Wuhan* 430074)

Abstract　Using the maximum algebra block network method, this paper studied the robustness and optimal robust control of flow shop system without buffer and blocking. It presented the Kharitonov-like finite check criterion of robustness for the case of no buffer and no blocking. It proved that optimal robust control is a kind of linear state feedback. It also discussed the period stability and the sensitivity of robust pole to the parameter perturbations.

Key words　DEDS, maximum algebra, robustness, robust control.

1　引言

本文研究的 Flow-shop DEDS 是指 n 个工件在 m 台机器上进行批量生产的串行生产线系统，记作 S. S 有性能 L 是指在批量生产过程中工件流或机器流在没有缓冲器下无阻赛. 由于工件流系统与机器流系统可以相互转化，故本文只讨论工件流系统. 有别于 Kalman 的(A,B,C)或(F,G,H)标称模型，本文用极大代数模块网络法建立系统 S 的网络模型，把系统的资源投入时刻参数和工件在机器上的加工时间参数统一地纳入区间摄

收稿日期　1998-03-23　　收修改稿日期　1999-06-07

动参数空间，并在这个空间上研究 L 鲁棒性的有限检验以及最优鲁棒控制等问题.

2 网络模型

设 $T=[\theta_{i,j}]_{m\times n}$ 为 S 的加工时间矩阵，$[\underline{\theta}_{i,j},\overline{\theta}_{i,j}]$ 为参数 $\theta_{i,j}$ 的摄动区间且 $0\leqslant\underline{\theta}_{i,j}\leqslant\overline{\theta}_{i,j}$；$E=\{e_{i,j}|i=0,1,\cdots,m;j=0,1,\cdots,n\}$ 表示 S 的工艺活动集或工序事件集，其中 $e_{i,j}$ 表示机器 M_i 加工工件 P_j 的工艺活动，资源投入活动 $e_{i,0},e_{0,j}$ 称为虚工艺活动；$\boldsymbol{y}[0]=[\boldsymbol{x}_{1,0},\boldsymbol{x}_{2,0},\cdots,\boldsymbol{x}_{m,0}]$，$\boldsymbol{u}[1]=[\boldsymbol{x}_{0,1},\boldsymbol{x}_{0,2},\cdots,\boldsymbol{x}_{0,n}]$ 分别表机器和工件的投入时刻向量或矩阵.

约定 $[\underline{\theta}_{i,0},\overline{\theta}_{i,0}]=[\boldsymbol{x}_{i,0},\boldsymbol{x}_{i,0}]$， $[\underline{\theta}_{0,j},\overline{\theta}_{0,j}]=[\boldsymbol{x}_{0,j},\boldsymbol{x}_{0,j}]$， 令 $I_{i,j}=[\underline{\theta}_{i,j},\overline{\theta}_{i,j}]$ 引入与文[1]类似的参数空间 $\Theta=I_{0,1}\times I_{0,2}\times\cdots\times I_{0,n}\times I_{1,0}\times I_{1,1}\cdots\times I_{1,n}\times\cdots\times I_{m,0}\times I_{m,1}\times\cdots\times I_{m,n}$，让 $V(\Theta)$ 表示超方体 Θ 的顶点集.

对容量无限的缓冲区系统 S，引入极大代数运算

$$\begin{cases} t_M[e_{i,j}]=\theta_{i,j}\otimes[t_M(e_{i,j-1})\oplus(t_p(e_{i-1,j}))^{\mathrm{sgn}\theta_{i,j}}], \\ t_P[e_{i,j}]=\theta_{i,j}\otimes[(t_M(e_{i,j-1}))^{\mathrm{sgn}\theta_{i,j}}\oplus t_p(e_{i-1,j})], \\ t_M(e_{i,0})=t_p(e_{i,0})=x_{i,0}, \\ t_P(e_{0,j})=t_M(e_{0,j})=x_{0,j}, \\ i=1,2,\cdots,m;\quad j=1,2,\cdots,n. \end{cases} \tag{1}$$

上式中 $t_M(e_{i,j}),t_P(e_{i,j})$ 分别表示机器 M_i 加工完毕工件 P_j 而释放和 P_j 被 M_i 加工完毕而释放的最早时刻，当 $\theta_{i,j}>0$ 时，令 $\boldsymbol{x}_{i,j}=t_M(e_{i,j})=t_P(e_{i,j})$.

根据运算(1)，使用文[2]的方法建立 S 的模块网络结构 $G[E]=[G(e_{i,j})]_{m\times n}$，记有网络结构 $G[E]$ 的系统

$$S=([\theta_{i,j}]_{m\times n},\boldsymbol{y}[0],\boldsymbol{u}[1],G[E]).$$

S 的 $2mn$ 个状态 $t_M(e_{i,j}),t_P(e_{i,j})$ 在输入 $\boldsymbol{y}[0]$ 和 $\boldsymbol{u}[1]$ 下，可以通过动态规划方程(1)在模块网络 $G[E]$ 上快速迭代出来.

取时钟 k 时机器的投入时刻向量

$$\boldsymbol{y}[k-1]=[x_{1,0}(k),x_{2,0}(k),\cdots,x_{m,0}(k)] \tag{2}$$

为 S 的输入，取工件的投入时刻向量

$$\boldsymbol{u}[k]=[u_1(k),u_2(k),\cdots,u_n(k)]=[x_{0,1}(k),x_{0,2}(k),\cdots,x_{0,n}(k)] \tag{3}$$

为 S 的控制向量.

设 $[\theta_{i,j}]_{m\times n}$ 满足条件 $\forall\, i,\exists\, j_i(1\leqslant j_i\leqslant n)$ 使得 $\theta_{i,j_i}>0,j>j_i$ 时 $\theta_{i,j}=0$. 取时钟 k 时机器的释放时刻向量

$$\boldsymbol{y}[k]=[y_1(k),y_2(k),\cdots,y_m(k)]=[x_{1,j_1}(k),x_{2,j_2}(k),\cdots,x_{m,j_m}(k)] \tag{4}$$

为 S 的输出，并由式(2)，(3)和(4)构造开环系统

$$S_{\text{open}}=([\theta_{i,j}]_{m\times n},\boldsymbol{y}[k-1],\boldsymbol{u}[k],G[E]), \tag{5}$$

其中 $\boldsymbol{y}[k-1]\in\overline{R}^{1\times m}$，$\boldsymbol{u}[k]\in\overline{R}^{1\times n}$，$\overline{R}=RU\{-\infty\}$. $\forall\, i$，将 $y_i(k-1)=x_{i,j_i}(k-1)$ 无时延地馈作时钟 k 时 M_i 的输入 $y_i(k)$ 并取某种线性状态反馈 $\boldsymbol{u}[k]=\boldsymbol{y}[k-1]\otimes K$ 构成闭环输出反馈控制系统

$$\begin{cases} S_{\text{close}} = ([\theta_{i,j}]_{m\times n}, \quad y[k-1], u[k], \tilde{G}[E]), \\ u[k] = y[k-1] \otimes K, \\ y[k] = \phi[y(k-1), \quad u[k]] = y[k-1] \otimes M, \ k = 1,2\cdots\cdots, \\ y[0] = [x_{1,0}, x_{2,0}, \cdots, x_{m,0}] \in \overline{R}^{1\times m}, \end{cases} \tag{6}$$

其中$\tilde{G}$表示由$G[E]$和反馈弧构成的反馈网络.

3　定常系统的几个基本引理

由式(1)和 L 的定义可以证明如下的引理.

引理1.　定常 S_{open}有性能 L,当且仅当

$$t_P[e_{i,j}] \geqslant t_P[e_{i+1,j-1}], i = 0,1,\cdots,m-1, j = 1,2,\cdots,n. \tag{7}$$

引理2.　定常 S_{open}有性能 L,当且仅当

$$t_P[e_{i,j}] = x_{0,j} \otimes \prod_{s=1}^{i} \theta_{s,j}, i = 0,1,\cdots,m-1, j = 1,2,\cdots,n(\prod_{s=1}^{0}\theta_{s,j} = 0). \tag{8}$$

下面的引理虽然是文[3]定理2的结论,但作为引理1,2的推论显得更自然.

引理3.　定常 S_{open}有性能 L,当且仅当

$$\begin{cases} u[k] \geqslant y[k-1] \otimes K, \ k = 1,2,\cdots, \\ K = \text{Block}[b_1K_1, b_2K_1, \cdots, b_jK_1, \cdots, b_nK_1], \\ K_1 = [0, \theta_{1,1}^{-1}, \theta_{1,1}^{-1}\theta_{2,1}^{-1}, \cdots, \prod_{s=1}^{m-1}\theta_{s,1}^{-1}]^{\text{T}}, \\ b_j = \prod_{s=2}^{j} \mu_{s-1,s}, \ j = 1,2,\cdots,n(\prod_{s=2}^{1}\mu_{s-1,s} = 0), \\ \mu_{j-1,j} = \sum_{i=1}^{m} \oplus \prod_{s=1}^{i-1}\theta_{s,j}^{-1} \prod_{s=1}^{i}\theta_{s,j-1}, \\ u_j(k) \otimes u_{j-1}^{-1}(k) \geqslant \mu_{j-1,j}, j = 2,3,\cdots,n. \end{cases} \tag{9}$$

引理4.　若 K 由式(9)定义,$u[k]=y[k-1]\otimes K$, 则 S_{close}的系统矩阵 M 存在唯一的特征值

$$\lambda(M) = [a_1b_{j_1}, a_2b_{j_2}, \cdots, a_ib_{j_i}, \cdots, a_mb_{j_m}] \otimes K_1 \tag{10}$$

和属于 $\lambda(M)$的最小特征向量

$$y^*[0] = \sum_{i=1}^{m} \oplus (a_ib_{j_i})^{-1} \otimes [a_1b_{j_1}, a_2b_{j_2}, \cdots, a_mb_{j_m}], \tag{11}$$

使得

$$\begin{bmatrix} y[k] \\ u[k+1] \end{bmatrix} = \lambda(M) \otimes \begin{bmatrix} y[k-1] \\ u[k] \end{bmatrix}. \tag{12}$$

当 $y[0]=y^*[0]$时 $k\geqslant1$; $y[0]\in\overline{R}^{1\times m}$时,$k\geqslant2$,其中

$$a_i = \prod_{s\in I(j_i)} \theta_{s,j_i}, \ I(j_i) = \{s \mid \theta_{s,j_i} > 0, \ s \in \{1,2,\cdots,i\}\},$$

$$b_{j_i} = \prod_{s=2}^{j_i} \mu_{s-1,s}, \ i = 1,2,\cdots,m, \ 1 \leqslant j_i \leqslant n.$$

证明.　矩阵 M 可由 $y[0]$的 m 个单位脉冲输入,最优 L 控制律 $u[1]=y[0]\otimes K$ 的

m 个控制响应和由引理2给出的 $\boldsymbol{y}[1]$ 的 m 个输出响应来构造，表达式为 $M=\mathrm{Block}[a_1b_{j_1}K_1, a_2b_{j_2}K_1, \cdots, a_mb_{j_m}K_1]$. 因为 M 中不存在 $\varepsilon(-\infty)$ 元，故 M 为不可约矩阵，其特征值必存在唯一，又因

$$\boldsymbol{y}^*[0]\otimes M=\boldsymbol{y}^*[0]\otimes K_1\otimes[a_1b_{j_1}, a_2b_{j_2}, \cdots, a_mb_{j_m}]=\lambda(M)\otimes \boldsymbol{y}^*[0],$$

故 $\lambda(M)$是 M 的唯一特征值，$\boldsymbol{y}^*[0]$是属于 $\lambda(M)$的最小特征向量；当 $\boldsymbol{y}[0]\in\overline{R}^{1\times m}$不是 M 的特征向量时，$\boldsymbol{y}^*[1]=[\sum_{i=1}^{m}\otimes(a_ib_{j_i})^{-1}]^{-1}\otimes\boldsymbol{y}[0]\otimes K_1\otimes\boldsymbol{y}^*[0]$是属于 $\lambda(M)$的特征向量；最后，从 $\boldsymbol{y}[1]=\lambda(M)\otimes\boldsymbol{y}[0](\boldsymbol{y}[0]=\boldsymbol{y}^*[0])$，$\boldsymbol{u}[2]=\lambda(M)\otimes\boldsymbol{u}[1]$和 $\boldsymbol{y}[2]=\lambda(M)\otimes\boldsymbol{y}[1](\boldsymbol{y}[1]=\boldsymbol{y}^*[1])$，$\boldsymbol{u}[3]=\lambda(M)\otimes\boldsymbol{u}[2]$出发，逐项递推便得到结论(12). 证毕.

4 区间摄动系统的鲁棒性与最优鲁棒控制

由引理1和引理2可导出下面定理.

定理1. Θ 上摄动 $S_{\mathrm{open}}[\Theta]$有 L 鲁棒性，当且仅当$\forall\ \theta\in\Theta$ 有

$$x_{0,j}\otimes\prod_{s=1}^{i}\theta_{s,j}\geqslant x_{0,j-1}\otimes\prod_{s=1}^{i+1}\theta_{s,j-1}\qquad(x_{0,0}=0),$$

$$i=0,1,\cdots,m-1;j=1,2,\cdots,n. \tag{13}$$

根据定理1或文[1]的定理1可以证明如下定理.

定理2. $S_{\mathrm{open}}[\Theta]$有 L 鲁棒性，当且仅当

$$x_{0,j}\otimes\prod_{s=1}^{i}\underline{\theta}_{s,j}\geqslant x_{0,j-1}\otimes\prod_{s=1}^{i+1}\overline{\theta}_{s,j-1},$$

$$i=0,1,\cdots,m-1;j=1,2,\cdots,n. \tag{14}$$

令 $x_{i,0}=(\boldsymbol{y}(k-1))_i, x_{0,j}=(\boldsymbol{u}(k))_j$，可改写式(14)为矩阵形式.

定理3. $S_{\mathrm{open}}[\Theta]L$ 鲁棒性的 Kharitonov-like 判据(14)有矩阵形式

$$\boldsymbol{u}[k]\geqslant\boldsymbol{y}[k-1]\otimes K_r, \tag{15}$$

其中

$$K_r=\mathrm{Block}[\tilde{b}_1\tilde{K}_1, \cdots, b_j\tilde{K}_1, \cdots, \tilde{b}_n\tilde{K}_1], \tilde{K}_1=[0, \underline{\theta}_{1,1}^{-1}, \underline{\theta}_{1,1}^{-1}, \underline{\theta}_{2,1}^{-1}, \cdots, \prod_{s=1}^{m-1}\underline{\theta}_{s,1}^{-1}]^T,$$

$$\tilde{b}_j=\prod_{s=2}^{j}\tilde{\mu}_{s-1,s}\quad i=1,2,,n(\tilde{b}_1=0), \tilde{\mu}_{j-1,j}=\sum_{i=1}^{m}\oplus\prod_{s=1}^{i-1}\underline{\theta}_{s,j}^{-1}\prod_{s=1}^{i}\overline{\theta}_{s,j-1},$$

$$u_j(k)\otimes u_{j-1}^{-1}(k)\geqslant\tilde{\mu}_{j-1,j}, \ j=2,3,\cdots,n.$$

推论1. $\boldsymbol{u}[k]=\boldsymbol{y}[k-1]\otimes K_r$ 是 $S_{\mathrm{open}}[\Theta]$的最优 L 鲁棒控制.

推论2. $S_{\mathrm{close}}[\Theta]$的最优 L 鲁棒控制 $\boldsymbol{u}[k]=\boldsymbol{y}[k-1]\otimes K_r$ 是一类线性状态反馈.

定理4. 最优 L 鲁棒控制系统 $S_{\mathrm{close}}[\Theta]$的系统矩阵

$$M_r=\mathrm{Block}[a_1\tilde{b}_{j_1}\tilde{K}_1, a_2\tilde{b}_{j_2}\tilde{K}_1, \cdots, a_i\tilde{b}_{j_i}\tilde{K}_1, \cdots, a_m\tilde{b}_{j_m}\tilde{K}_1]$$

有唯一特征值 $\lambda(M_r)=[a_1\tilde{b}_{j_1}, a_2\tilde{b}_{j_2}, \cdots, a_m\tilde{b}_{j_m}]\otimes\tilde{K}_1$和属于 $\lambda(M_r)$的最小特征向量 $\boldsymbol{y}_r^*[0]=\sum_{i=1}^{m}\oplus(a_i\tilde{b}_{j_i})^{-1}[a_1\tilde{b}_{j_1}, a_2\tilde{b}_{j_2}, \cdots, a_m\tilde{b}_{j_m}]$，且 $\lambda(M_r)$满足不等式 $\underline{\lambda}\leqslant\lambda(M_r)\leqslant\overline{\lambda}$，其中

$$\tilde{b}_{j_i}=\prod_{s=2}^{j_i}\tilde{\mu}_{s-1,s},\ \underline{\lambda}=[\underline{a}_1\tilde{b}_{j_1},\underline{a}_2\tilde{b}_{j_2},\cdots,\underline{a}_m\tilde{b}_{j_m}]\otimes\tilde{K}_1,$$

$$\bar{\lambda}=[\bar{a}_1\tilde{b}_{j_1},\quad \bar{a}_2\tilde{b}_{j_2},\cdots,\bar{a}_m\tilde{b}_{j_m}]\otimes\tilde{K}_1,\quad \underline{a}_i=\prod_{s\in I(j_i)}\underline{\theta}_{s,j_i},\quad \bar{a}_i=\prod_{s\in I(j_i)}\bar{\theta}_{s,j_i}.$$

证明.　$M_r,\lambda(M_r)$的构造法与引理4中 M 和 $\lambda(M)$的造法类似,而 $\underline{\lambda}\leqslant\lambda(M_r)\leqslant\bar{\lambda}$ 则可由 $\lambda(M_r)$是敏感参数的非减函数得到.　　证毕.

参　考　文　献

1　赵千川,郑大钟.离散事件动态系统时序的鲁棒性.自动化学报,1997,**23**(4):433～438

2　戴志勇,戴世雄.一类 DEDS 的建模与最优控制.见:中国控制会议论文集,1995,883～888

3　陈文德.串行生产线无阻赛最优控制与调度.控制与决策,1996,**11**(3):374～377

戴世雄　1985年于武汉大学空间物理系获无线电物理硕士学位,1994年到美国密西西比大学读学位,获硕士学位后曾在一家通讯公司任射频工程师,近期回国在中兴通讯公司的一个研究所任职.感兴趣的研究领域为通讯系统的设计与优化及 DEDS 的建模、控制与应用.

戴志勇　1962年毕业于四川大学数学系,1987年于武汉纺织工学院评为副教授,感兴趣的研究领域为排序理论及 DEDS 的建模与控制.

(上接第386页)

序号	项目名称	主要内容	时间	人数	会期(天)	地点	联系人	备注
9	全国系统仿真技术及其应用学术研讨会	21世纪系统仿真技术和应用的动向,研究开发和生产成果的总结,仿真技术展望,国内外仿真系统软件发展方向,各类控制系统的仿真,各类仿真器、仿真系统应用经验等	3季度	150	4	南京	戴耀华 合肥市中国科技大学自动化系 邮编:230027 电话:(0551)3601514	由系统仿真专业委员会和中国系统仿真学会计算机与软件专业委员会联合举办
10	中国自动化学会第15届青年学术年会	线性与非线性系统控制、自适应控制与预测控制、智能控制、模糊控制、系统辨识与建模、软件工程、并行处理、人工智能与专家系统、电力系统及其自动化、企业改革、发展与管理决策等	7月	100	3	上海	苏剑波、李少远 上海交通大学自动化系 邮编:200030 电话:(021)62932806	由青年工作委员会和上海市自动化学会联合举办
11	中南六省(区)自动化学会学术年会	中南地区各省自动化学会例行学术年会	4季度	150	4	广西	赵肃聪 南宁市广西大学电力系 邮编:530004 电话:(0771)3347312	由广西区自动化学会主办,河南、湖北、湖南、广东、海南等省自动化学会协办

(下转第396页)