第26卷　第2期
2000年3月

自　动　化　学　报
ACTA AUTOMATICA SINICA

Vol. 26, No. 2
Mar. , 2000

# 多输入-多输出2D离散系统的变结构控制[1]

谢胜利　　谢振东

(华南理工大学电子与信息学院自动控制工程系　广州　510641)

**摘　要**　研究多输入-多输出2D离散系统的变结构控制. 针对已有方法难以应用到多输入-多输出情形的不足，提出了拟滑动模新的概念. 在新概念之下，将2D离散系统的变结构控制问题转化为寻找一个既具有良好的运动品质又具有吸引性的滑动模问题，给出了滑动模及变结构控制器的设计方案，并且获得了达到切换流形的 $\varepsilon$ 领域的时间 $T$ 的具体表达式，克服了已有方法难以应用到多输入-多输出系统上的困难.

**关键词**　多输入-多输出，2D离散系统，拟滑动模，变结构控制.

# VARIABLE STRUCTURE CONTROL OF MIMO 2D DISCRETE SYSTEMS

XIE Shengli　　XIE Zhendong

(*Department of Automation, South China University of Technology, Guangzhou*　510641)

**Abstract**　In this paper, variable structure control of MIMO 2D discrete system is studied. Because the existing methods are difficult to use for MIMO systems, a new concept of imitative sliding model is proposed. With the new concept, the problem of variable structure control of 2D discrete system is transferred to the problem of seeking a sliding model with good sporting character and attractability. The concrete design schemes of the imitative sliding model and variable structure controller are also put forward. And the concrete expression of the time $T$ in $\varepsilon$-neighborhood of reaching switch manifold is obtained. The difficulty of applying the existing methods to MIMO systems is overcome.

**Key words**　MIMO, 2D discrete time system, imitative sliding mode, variable structure control.

## 1　引言

由于2D离散系统理论有着深刻的工程物理背景，故目前对其研究已有了较大的发

1) 国家自然科学基金(69874013)、广东省自然科学基金(980506)、广州市基础科学基金(99J00601)资助项目.
收稿日期　1998-02-13　收修改稿日期　1998-07-10

展，其基本理论也在不断完善[1−6]. 但对相应的变结构控制研究报道较少，尤其是多输入-多输出情形. 这是因为离散系统与连续系统在某些方面有很大的差异，且就1D离散系统而言，相应的变结构控制虽已出现了有关结果[7−10]，但有其局限性. 高为炳[11]曾于1995年指出，以往所有的研究都有以下不足：a)对准滑动模态没有建立数学模型；b)没有研究准滑动模态的稳定性；c)有些滑动模的达到条件过于严格、导致控制器的设计困难，从而使得控制过于复杂；d)没有给出简单的也适合于多输入离散系统变结构控制的设计方法. 从而使更具广泛意义的2D离散系统变结构控制问题成为一个值得深入探讨的问题.

## 2　定义

考虑如下2D离散系统

$$\Delta_2 \boldsymbol{Q}(i,j) = D\Delta_1^2 \boldsymbol{Q}(i-1,j) + A\boldsymbol{Q}(i,j) + B\boldsymbol{u}(i,j), (i,j) \in [1,N] \times [1,\infty), \quad (1)$$

其中 $\boldsymbol{Q}(i,j) \in R^n$，$\boldsymbol{u}(i,j) \in R^m$，$D, A, B$ 是相应的常数矩阵，$D$ 是对角矩阵，$B$ 是列满秩的，且

$$\Delta_2 \boldsymbol{Q}(i,j) = \boldsymbol{Q}(i,j+1) - \boldsymbol{Q}(i,j), \quad \Delta_1 \boldsymbol{Q}(i,j) = \boldsymbol{Q}(i+1,j) - \boldsymbol{Q}(i,j),$$

$$\Delta_1^2 \boldsymbol{Q}(i,j) = \Delta_1(\Delta_1 \boldsymbol{Q}(i+1,j)) = \boldsymbol{Q}(i+1,j) - 2\boldsymbol{Q}(i,j) + \boldsymbol{Q}(i-1,j).$$

考虑相应的初边界条件

$$\boldsymbol{Q}(N+1,j) = \boldsymbol{0} = \Delta_1 \boldsymbol{Q}(0,j), j \in [0,\infty); \quad \boldsymbol{Q}(i,0) = \boldsymbol{\phi}(i), i \in [1,N]. \quad (2)$$

**定义1.** 称 $\boldsymbol{u}(i,j)$是式(1)的一个拟滑动模变结构控制器，若以下事实成立：

1)存在一个切换函数 $\boldsymbol{S}(i,j)$，使得系统(1)在切换面 $\boldsymbol{S}(i,j)=0$上的运动(即滑动模运动)于 $W^{1,2}(\Omega)$中是渐近稳定的(其中 $\Omega=[1,N]\times[1,\infty)$)；

2)控制 $\boldsymbol{u}(i,j)$使得系统(1)的任一解 $\boldsymbol{Q}(i,j)$都于有限时间内到达切换面 $\boldsymbol{S}(i,j)=0$ 的 $\varepsilon$-边界层 $\boldsymbol{S}_\varepsilon$ 内，既存在 $T$，使得 $|\boldsymbol{S}(i,T)|<\varepsilon$；

3)存在常数 $\alpha$，使得当系统的解 $\boldsymbol{Q}(i,j)$一旦进入 $\varepsilon$-边界层 $\boldsymbol{S}_\varepsilon$，则 $\boldsymbol{Q}(i,j)$将永远保留在 $\alpha\varepsilon$-边界层 $\boldsymbol{S}_{\alpha\varepsilon}$内.

从以上定义可知，拟滑动模变结构控制，首先要存在一个滑动模，且具有良好的运动品质，这一点称为滑动模的存在性；其次系统的任一状态运动都于有限时间内到达滑动模的 $\varepsilon$-边界层 $\boldsymbol{S}_\varepsilon$ 里，到达时间 $T$ 与边界层的厚度 $\varepsilon$ 有关，即 $T=T(\varepsilon)$，这一点称为滑动模的可达性；最后只要状态运动进入滑动模的 $\varepsilon$-边界层 $\boldsymbol{S}_\varepsilon$，它将永远保持在滑动模的另一边界层 $\boldsymbol{S}_{\alpha\varepsilon}$内运动，当 $\varepsilon$ 很小时，$\alpha\varepsilon$ 也很小. 由于滑动模具有良好的运动品质，从而系统的状态运动也具有良好品质，这一点称为滑动模的吸引性.

总之，一个拟滑动模变结构控制，就是设计一个控制器，使得能找到一个具有良好运动品质的“有限时间吸引”滑动模.

由此定义的滑动模控制，之所以称为拟滑动模控制，是因为系统的状态在时间 $T$ 以后的运动不是严格的在滑动模上进行，而只是在滑动模的一个小邻域里进行.

## 3　滑动模的设计

因 $B$ 是列满秩的，则可对式(1)作非奇异线性变换 $\boldsymbol{Y}=G\boldsymbol{Q}$，其中

$$G=\begin{bmatrix} I_{n-m} & -B_1B_2^{-1} \\ 0 & I_m \end{bmatrix},\quad \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \end{bmatrix}=B,$$

则相应的有

$$\Delta_2 \boldsymbol{Y}(i,j)=\widetilde{D}\Delta_1^2\boldsymbol{Y}(i,j)+\widetilde{A}\boldsymbol{Y}(i,j)+\widetilde{B}\boldsymbol{u}(i,j), \tag{3}$$

其中

$$\widetilde{D}=GDG^{-1}=D,\quad \widetilde{A}=GAG^{-1}=:\begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix},\quad \widetilde{B}=GBG^{-1}=\begin{bmatrix} 0 \\ B_2 \end{bmatrix}.$$

从而式(3)可化为

$$\begin{cases} \Delta_2\boldsymbol{Y}_1(i,j)=D_1\Delta_1^2\boldsymbol{Y}_1(i-1,j)+A_{11}\boldsymbol{Y}_1(i,j)+A_{12}\boldsymbol{Y}_2(i,j), \\ \Delta_2\boldsymbol{Y}_2(i,j)=D_2\Delta_1^2\boldsymbol{Y}_2(i-1,j)+A_{21}\boldsymbol{Y}_1(i,j)+A_{22}\boldsymbol{Y}_2(i,j)+B_2\boldsymbol{u}(i,j), \end{cases} \tag{4}$$

其中 $D=\mathrm{diag}(D_1,D_2)$，$D_1\in R^{(n-m)\times(n-m)}$，$D_2\in R^{m\times m}$.

若$(A,B)$可控，则由文献[12]知$(A_{11},A_{12})$可控. 从而存在矩阵 $K$ 使得 $A_{11}-A_{12}K=G$ 可任意配置极点. 设其极点集为 $\sigma(G)=\{-\alpha_1,-\alpha_2,\cdots,-\alpha_{n-m}\mid 0<\alpha_i<1\}$，其中 $\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_{n-m}$按以后设计中的要求而选定.

首先，设计的切换函数为如下形式

$$\boldsymbol{S}(i,j)=C_1\boldsymbol{Y}_1(i,j)+C_2\boldsymbol{Y}_2(i,j), \tag{5}$$

其中 $C_1\in R^{m\times(n-m)}$，$C_2\in R^{m\times m}$为待选的矩阵，它们满足：$C_2$可逆，$C_1=C_2K$. 从而，在切换面$\boldsymbol{S}(i,j)=0$上有

$$\boldsymbol{Y}_2(i,j)=-C_2^{-1}C_1\boldsymbol{Y}_1(i,j). \tag{6}$$

将式(6)代入式(4)得到滑动模运动方程

$$\Delta_2\boldsymbol{Y}_1(i,j)=D_1\Delta_1^2\boldsymbol{Y}_1(i-1,j)+(A_{11}-A_{12}C_2^{-1}C_1)\boldsymbol{Y}_1(i,j), \tag{7}$$

或者

$$\Delta_2\boldsymbol{Y}_1(i,j)=D_1\Delta_1^2\boldsymbol{Y}_1(i-1,j)+G\boldsymbol{Y}_1(i,j). \tag{8}$$

考虑它的运动性能，因 $G$ 的极点集 $\sigma(G)=\{-\alpha_1,-\alpha_2,\cdots,-\alpha_{n-m}\mid 0<\alpha_i<1\}$，则

$$G\cong\mathrm{diag}(-\alpha_1,-\alpha_2,\cdots,-\alpha_{n-m})=:\widetilde{G}.$$

从而存在可逆矩阵 $P$ 使得：$P^{-1}GP=\mathrm{diag}(-\alpha_1,\cdots,-\alpha_{n-m})$. 现在对式(8)作非奇异变换$\widetilde{\boldsymbol{Y}}_1(i,j)=P\boldsymbol{Y}_1(i,j)$，注意 $D_1$是对角矩阵，则式(8)化为

$$\Delta_2\widetilde{\boldsymbol{Y}}_1(i,j)=D_1\Delta_1^2\widetilde{\boldsymbol{Y}}_1(i-1,j)+\widetilde{G}\widetilde{\boldsymbol{Y}}_1(i,j). \tag{9}$$

由于变换是非奇异的，则式(8)，(9)有相同的运动性能.

下面将证明，通过极点集 $\sigma(G)$的配置，使式(9)是稳定的.

对式(9)考虑 Lyapunov 函数

$$V(j)=\sum_{i=1}^{N}\widetilde{\boldsymbol{Y}}_1^{\mathrm{T}}(i,j)\widetilde{\boldsymbol{Y}}_1(i,j), \tag{10}$$

则

$$\Delta V(j)=V(j+1)-V(j)=\sum_{i=1}^{N}(\widetilde{\boldsymbol{Y}}_1^{\mathrm{T}}(i,j+1)\widetilde{\boldsymbol{Y}}_1(i,j+1)-\widetilde{\boldsymbol{Y}}_1^{\mathrm{T}}(i,j)\widetilde{\boldsymbol{Y}}_1(i,j))=$$

$$\sum_{i=1}^{N}(\widetilde{\boldsymbol{Y}}_1^{\mathrm{T}}(i,j+1)+\widetilde{\boldsymbol{Y}}_1^{\mathrm{T}}(i,j))\Delta_2\widetilde{\boldsymbol{Y}}_1(i,j)=$$

$$\sum_{i=1}^{N}(\widetilde{Y}_1^{\mathrm{T}}(i,j+1)+\widetilde{Y}_1^{\mathrm{T}}(i,j))(D_1\Delta_1^2\widetilde{Y}_1(i-1,j)+\widetilde{G}\widetilde{Y}_1(i,j))=$$
$$\sum_{i=1}^{N}(\widetilde{Y}_1^{\mathrm{T}}(i,j)D_1\Delta_1^2\widetilde{Y}_1(i-1,j)+\sum_{i=1}^{N}\widetilde{Y}_1^{\mathrm{T}}(i,j)\widetilde{G}\widetilde{Y}_1(i,j)+ \tag{11}$$
$$\sum_{i=1}^{N}\widetilde{Y}_1^{\mathrm{T}}(i,j+1)D_1\Delta_1^2\widetilde{Y}_1(i-1,j)+\sum_{i=1}^{N}\widetilde{Y}_1^{\mathrm{T}}(i,j+1)\widetilde{G}\widetilde{Y}_1(i,j).$$

因式(9)可写为

$$\widetilde{Y}_1(i,j+1)=D_1\Delta_1^2\widetilde{Y}_1(i-1\cdot j)+(\widetilde{G}+I)\widetilde{Y}_1(i,j), \tag{12}$$

则有

$$\widetilde{Y}_1^{\mathrm{T}}\widetilde{G}^{\mathrm{T}}\widetilde{Y}_1(i,j+1)=\widetilde{Y}_1^{\mathrm{T}}(i,j)\widetilde{G}^{\mathrm{T}}D_1\Delta_1^2\widetilde{Y}_1(i-1,j)+\widetilde{Y}_1^{\mathrm{T}}[\widetilde{G}^{\mathrm{T}}(\widetilde{G}+I)]\widetilde{Y}_1(i,j). \tag{13}$$

将式(13)代入式(11)有

$$\Delta V(j)=\sum_{i=1}^{N}\widetilde{Y}_1^{\mathrm{T}}(i,j)(\widetilde{G}^{\mathrm{T}}+I)D_1\Delta_1^2\widetilde{Y}_1(i-1,j)+\sum_{i=1}^{N}\widetilde{Y}_1^{\mathrm{T}}(i,j)\widetilde{G}^{\mathrm{T}}(\widetilde{G}+I)\widetilde{G}\widetilde{Y}_1(i,j)+$$
$$\sum_{i=1}^{N}\widetilde{Y}_1^{\mathrm{T}}(i,j+1)D_1\Delta_1^2\widetilde{Y}_1(i-1,j). \tag{14}$$

由分部求和公式及边界条件有

$$\sum_{i=1}^{N}\widetilde{Y}_1^{\mathrm{T}}(i,j)(\widetilde{G}^{\mathrm{T}}+I)D_1\Delta_1^2\widetilde{Y}_1(i-1,j)=\sum_{l=1}^{n-m}d_l(1-\alpha_l)\sum_{i=1}^{N}y_l(i,j)\Delta_1^2y_l(i-1,j)=$$
$$\sum_{l=1}^{n-m}(1-\alpha_l)d_l\left\{y_1(N+1,j)\Delta_1y_l(i,j)-y_l(1,j)\Delta_1y_l(0,j)-\sum_{i=1}^{N}(\Delta_1y_l(i,j))^2\right\}=$$
$$-\sum_{l=1}^{n-m}(1-\alpha_l)d_l\sum_{i=1}^{N}(\Delta_1y_l(i,j))^2, \tag{15}$$

和

$$\sum_{i=1}^{N}\widetilde{Y}_1^{\mathrm{T}}(i,j+1)D_1\Delta_1^2\widetilde{Y}_1(i-1,j)=\sum_{l=1}^{n-m}d_l\sum_{i=1}^{N}y_l(i,j+1)\Delta_1^2y_l(i-1,j)=$$
$$\sum_{l=1}^{n-m}d_l\{y_1(N+1,j+1)\Delta_1y_l(i,j)-y_l(1,j+1)\Delta_1y_l(0,j)-$$
$$\sum_{i=1}^{N}\Delta_1y_l(i,j+1)\Delta_1y_l(i,j)\}=-\sum_{l=1}^{n-m}d_l\sum_{i=1}^{N}\Delta_1y_l(i,j+1)\Delta_1y_l(i,j)\leqslant$$
$$\sum_{l=1}^{n-m}\sum_{i=1}^{N}\frac{1}{2}d_l\{(\Delta_1y_l(i,j+1))^2+(\Delta_1y_l(i,j))^2\}. \tag{16}$$

因式(9)也可写为

$$\Delta_2y_l(i,j)=(1-\alpha_l-2d_l)y_l(i,j)+d_ly_l(i-1,j),\quad l=1,\cdots,n-m,$$

从而

$$\sum_{i=1}^{N}(\Delta_2y_l(i,j+1))^2\leqslant\sum_{i=1}^{N}3\{(1-\alpha_l-2d_l)^2y_l^2(i,j+1)+d_l^2y_l^2(i+1,j+1)+$$
$$d_l^2y_l^2(i-1,j+1)\}. \tag{17}$$

由边界条件有

$$\sum_{i=1}^{N} y_l^2(i+1,j+1) \leqslant \sum_{p=1}^{N} y_l^2(p,j+1); \quad \sum_{i=1}^{N} y_l^2(i-1,j+1) \leqslant \sum_{p=1}^{N} y_l^2(p,j+1), \tag{18}$$

将式(18),(17)代入式(15)有

$$\sum_{i=1}^{N} (\Delta_2 y_l(i,j+1))^2 \leqslant \sum_{i=1}^{N} 3\{(1-\alpha_l-2d_l)^2+2d_l^2\} y_l^2(i,j+1), \tag{19}$$

再将式(15),(16)及式(19)代入式(14)有

$$\begin{aligned}\Delta V(j) \leqslant & -\sum_{l=1}^{n-m}(1-\alpha_l)d_l\sum_{i=1}^{N}(\Delta_l y_l(i,j))^2+\sum_{l=1}^{n-m}\frac{1}{2}d_l\sum_{i=1}^{N}(\Delta_1 y_l(i,j))^2+\\ & \sum_{l=1}^{n-m}3\{(1-\alpha_l-2d_l)^2+2d_l^2\}\sum_{i=1}^{N}y_l^2(i,j+1)-\sum_{l=1}^{n-m}\alpha_l(2-\alpha_l)\sum_{i=1}^{N}y_l^2(i,j)=\\ & -\sum_{l=1}^{n-m}[(1-\alpha_l)d_l-\frac{1}{2}d_l]\sum_{i=1}^{N}(\Delta_1 y(i,j))^2+\\ & \sum_{l=1}^{n-m}3\{(1-\alpha_l-2d_l)^2+2d_l^2\}\sum_{i=1}^{N}(y_l^2(i,j+1)-y_l^2(i,j))-\\ & \sum_{i=1}^{n-m}\{\alpha_l(2-\alpha_l)-3[(1-\alpha_l-2d_l)^2+2d_l^2]\}\sum_{i=1}^{N}y_l^2(i,j).\end{aligned} \tag{20}$$

当 $\mathrm{H}_1)\quad q=\max\limits_{l}\{3[(1-\alpha_l-2d_l)^2+2d_l^2]\}<1$时,有

$$\begin{aligned}(1-q)\Delta V(j) \leqslant & -\sum_{l=1}^{n-m}[(1-\alpha_l)d_l-\frac{1}{2}d_l]\sum_{i=1}^{N}(\Delta_1 y_l(i,j))^2-\\ & \sum_{l=1}^{n-m}\{\alpha_l(2-\alpha_l)-3[(1-\alpha_l-2d_l)^2+2d_l^2]\}\sum_{i=1}^{N}y_l^2(i,j);\end{aligned} \tag{21}$$

而当 $\mathrm{H}_2)\quad h_l=(1-\alpha_l)d_l-\frac{1}{2}d_l>0$;$\mathrm{H}_3)\quad g_l=\alpha_l(2-\alpha_l)-3[(1-\alpha_l-2d_l)^2+2d_l^2]\geqslant 0$时,有

$$(1-q)\Delta V(j) \leqslant -\sum_{l=1}^{n-m}h_l\sum_{i=1}^{N}(\Delta_1 y_l(i,j))^2-\sum_{l=1}^{n-m}g_l\sum_{i=1}^{N}y_l^2(i,j). \tag{22}$$

在式(22)中从 $M$ 到 $j-1$求和有

$$(1-q)V(j)+\sum_{l=1}^{n-m}h_l\sum_{t=M}^{j-1}\sum_{i=1}^{N}(\Delta_1 y_l(i,t))^2+\sum_{l=1}^{n-m}g_l\sum_{t=M}^{j-1}\sum_{i=1}^{N}y_l^2(i,t)\leqslant(1-q)V(M). \tag{23}$$

由 $V(j)$的非负性及 $V(M)$的有界性知,对$\forall\ l\in[1,n-m]\sum\limits_{j=1}^{\infty}\Big[\sum\limits_{i=1}^{N}(\Delta_1 y_l(i,j))^2\Big]=$

$$\sum_{j=1}^{\infty}v_l(j);\ \sum_{j=1}^{\infty}\Big[\sum_{i=1}^{N}y_l^2(i,j)\Big]=\sum_{j=1}^{\infty}w_l(j)$$ 均是收敛的,从而有

$$\begin{aligned}\lim_{j\to\infty}\|\widetilde{\boldsymbol{Y}}_1(i,j)\|_{W^{1,2}}=&\lim_{j\to\infty}\Big[\sum_{i=1}^{N}\widetilde{\boldsymbol{Y}}_1^T(i,j)\widetilde{\boldsymbol{Y}}_1(i,j)+\sum_{i=1}^{N}(\Delta_1\widetilde{\boldsymbol{Y}}_1(i,j))^T(\Delta_1\widetilde{\boldsymbol{Y}}_1(i,j))\Big]=\\ &\lim_{j\to\infty}\Big[\sum_{i=1}^{N}\sum_{l=1}^{n-m}y_l^2(i,j)+\sum_{i=1}^{N}\sum_{l=1}^{n-m}(\Delta_1 y_l(i,j))^2\Big]=0,\end{aligned} \tag{24}$$

即 $\boldsymbol{Y}_1(i,j)$是 $W^{1,2}$—渐近稳定的.

**定理1.** 若式(9)中所配制的极点$\{-\alpha_l\}$及系统的扩散率$\{d_l\}$使得条件 $H_1$)—$H_3$)成立，则滑动模运动方程(9)是 $W^{1,2}$—渐近稳定的.

# 4 变结构控制器的设计

上一节设计了切换流形，使其相应的滑动模运动是稳定的，本节将要设计满足要求的变结构控制器.

因为

$$\begin{aligned}\Delta_2\boldsymbol{S}(i,j) =& C_1\Delta_2\boldsymbol{Y}_1(i,j) + C_2\Delta_2\boldsymbol{Y}_2(i,j) = \\ & DC_1\Delta_1^2\boldsymbol{Y}_1(i-1,j) + C_1A_{11}\boldsymbol{Y}_1(i,j) + C_1A_{12}\boldsymbol{Y}_2(i,j) + \\ & DC_2\Delta_1^2\boldsymbol{Y}_2(i-1,j) + C_2A_{21}\boldsymbol{Y}_1(i,j) + C_2A_{22}\boldsymbol{Y}_2(i,j) + C_2B_2\boldsymbol{u}(i,j) =: \\ & \boldsymbol{F}(i,j) + C_2\boldsymbol{B}_2\boldsymbol{u}(i,j),\end{aligned} \tag{25}$$

现选取

$$\boldsymbol{u}(i,j) = -(C_2B_2)^{-1}\left[\boldsymbol{F}(i,j) + \boldsymbol{S}(i,j) - K\frac{\boldsymbol{S}(i,j)}{\|\boldsymbol{S}(i,j)\|^{\sigma}}\right], 0<\sigma<1, \tag{26}$$

将式(26)代入式(25)有

$$\boldsymbol{S}(i,j+1) = K\frac{\boldsymbol{S}(i,j)}{\|\boldsymbol{S}(i,j)\|^{\sigma}}, \tag{27}$$

由此式，利用归纳法可推得$\|\boldsymbol{S}(i,T)\| \leqslant K^{\frac{1}{1-\beta}(1-\beta^{T-1})}S_0$. 其中 $\beta=1-\sigma, S_0=\sum\|\boldsymbol{S}(i,0)\|$.

对于给定的 $\varepsilon>0$，要使$\|\boldsymbol{S}(i,T)\|<\varepsilon$，只要取

$$T = \left[\ln\left(1-\frac{\ln\frac{\varepsilon}{S_0}}{h\ln K}\right)\Big/\ln\beta\right]+1 \tag{28}$$

即可，其中 $h=1/(1-\beta)$. 从而滑动模是“可达的”.

下面将证明滑动模是“吸引的”. 因$\|\boldsymbol{S}(i,j)\|<\varepsilon$，在由(2)式，对$\forall\ j>T$ 有

$$\begin{aligned}\|\boldsymbol{S}(i,j)\| &\leqslant K\|\boldsymbol{S}(i,j-1)\|^{\beta} \leqslant \cdots \leqslant K^{\sum_{l=0}^{j-T-1}\beta^l}\|\boldsymbol{S}(i,T)\|^{\beta^{j-T}} \\ &\leqslant K^{\frac{1}{1-\beta}}\|\boldsymbol{S}(i,T)\| < K^{\frac{1}{\sigma}}\varepsilon.\end{aligned} \tag{29}$$

**定理2.** 由式(26)所确定的变结构控制器，使系统(1)实现拟滑动模运动，达到切换流形 $\varepsilon$ 边界层的时间 $T$ 由式(28)式确定.

# 5 结　语

对2D 离散系统的变结构控制问题，提出了一些新的概念，在这些概念的基础上，首次对2D 离散系统的变结构控制进行了讨论. 给出了滑动模及变结构控制器的设计方案，而且获得了到达切换流形 $\varepsilon$ 边界层的时间 $T$ 的具体表达式，克服了已有方法难以应用到多输入-多输出系统上的困难. 当然，这些研究只是初步的和尝试性的，还有待进一步完善和深入探讨.

## 参 考 文 献


1 Kaczorek T. General formula and minimum energy control for the general singular model of 2-D systems. *IEEE Trans. Autom. Control*, 1990, **AC-35**(3): 433～436.

2 Xie Shengli, Cheng Sui-sen. Stability criteria for parabolic type partial difference equations. *J. of Comp. Appl. Math.*, 1996, **75**(1): 57～66

3 Cheng Sui-sen, Xie Shengli. Sturmian theorms for a class of partial difference quations. *Tamkang J. Math.*, 1996, **27**(1): 89～97

4 杨成悟，陈雪如，邹云. 变系数2-D线性离散系统在一般模型下的状态响应及其观控性. 自动化学报，1991，**17**(4)：551～557

5 邹云，杨成悟. 2-D系统的干扰解耦. 控制理论与应用，1995，**12**(6)：781～786

6 Afacan T, Yuksel V. On the decomposition of roesser's 2-D system model. *IEEE Trans. Autom. Control*, 1994, **AC-39**(11): 2261～2262

7 Milosavijevic D. General conditions for the existance of a quasi-sliding mode on the switching hyperplane in discrete variable structure systems. *Automat. Remote Contr.*, 1985, **46**(2): 307～314

8 Sarpturk S Z *et al*. On the stability of discrete-time sliding mode control system. *IEEE Trans. Autom Control*, 1987, **AC-32**(10): 930～932

9 Furutd K. Sliding mode control of a discrete system. *System & Control Letters*, 1990, **14**(1): 145～152

10 Hung J Y, Gao W B, Hung J C. Variable structure control: a survey. *IEEE Trans.* 1992, **IE-40**(1): 2～22

11 高为炳. 离散时间系统的变结构控制器. 自动化学报，1995，**21**(2)：154～161

12 高为炳. 变结构控制的理论与设计方法. 北京：科学出版社，1996



**谢胜利** 男，控制理论与控制工程博士，通信与电子学博士后，华南理工大学电子与信息工程学院无线电与自动控制研究所教授. 1986年以来，于振动性理论、稳定性理论及控制理论与应用等领域在国内外学术刊物上发表论文60多篇. 目前感兴趣的领域为：滞后分布参数系统、滞后2D离散系统的稳定与变结构控制、非线性系统学习控制、机器人系统、自适应回波消除等.

**谢振东** 男，华南理工大学电子与信息工程学院自动控制工程系博士生. 于稳定性理论及控制理论与应用等领域在国内外学术刊物上发表论文10多篇. 目前研究领域：分布参数系统、离散系统、广义系统的学习控制.