



准确运用“伯德图中奈奎斯特稳定判据”

陈伦铭

(西南工学院信息与控制工程系 绵阳 621002)

陈潇涛

(绵阳湖山音响技术有限公司 绵阳 621000)

关键词 Bode 图, Nyquist 稳定判据, 准确运用.

THE ACCURATE APPLICATION OF “NYQUIST STABILITY CRITERION OF BODE DIAGRAM”

CHEN Lunming

(Department of Information & Control Engineering, Southwest Institute of Technology, Mianyang 621002)

CHEN Xiaotao

(Mianyang Hushan Audio Technology Limited, Mianyang 621000)

Key words Bode diagram, Nyquist stability criterion, accurate application.

1 文[1]的表达式不具代表性

当 $v \leq 3$ 时, 至少对下述四类系统不适用:

1) 如 $G(s)H(s) = \frac{S+1}{S^2}, \frac{(S+1)(S+2)}{S^3}, \dots$;

2) 如 $G(s)H(s) = \frac{1-T_2S}{1+T_1S} (T_1 > T_2 > 0); \frac{2TS}{1-TS}, \frac{K}{S(1-TS)}, \dots, (K, T > 0)$;

3) 如 $G(s)H(s) = \frac{2}{TS-1}, \frac{2S+1}{S(TS-1)}, \dots, (T > 0)$;

4) 如 $G(s)H(s) = \frac{K-TS}{TS} (T \neq 0, K \neq 0, -1), \dots$;

.....

当 $v \leq 3$, “最新表达式”(5a)和(5b)就多达五个^[1], 且远不能满足实际需要, “推广到高阶系统”^[1]亦如此, 因此失去“最新表达式”意义.

在导出严格的数学“最新表达式”^[1]时, 和泛估实际工程系统稳定性混淆, “因为 III 型以上系统很难稳定, 因此”“不做深入探讨”^[1]是不行的, 更何况大有尚可工程存在, 且闭环

稳定的上述系统如

$$G(s)H(s) = \frac{(S+1)(S+0.245)(5S^2+3.7755S+4.075125)}{S^5}, \frac{(S+1)(S+0.5)^2}{S^4}, \dots$$

不画开环极坐标图,“根据式(5),只需画开环 Bode 图,就可判定经典控制理论中可能出现的一切实际系统的稳定及相对稳定性。”^[1]该结论始终由极坐标和对数坐标系的两平面上的点按 $G(j\omega)H(j\omega)$ 映射关系保证无疑,但只“根据式(5)”是远远不够的,最重要的是下述2中正确认识 and 准确运用,在此略述。

文中 n 的取值、 ν 和 γ 或 1 、 ∞ 和 0 、实和虚等^[1]叙述有混淆之处,对比下文更一目了然。

对上述各项的理论分析及例证几乎众所周知,关键是文[1]的式(2)是有苛刻条件的,且只能猜^[1]其中 $\Phi(\omega)$ 就是图1中的 $\varphi(\omega)$,其余略。

2 正确认识“判据”的正确性和应用的准确性

2.1 频域模型

设系统的开环传递函数为

$$G(s)H(s) = \frac{k \prod_{j=1}^m (s + z_j)}{s^\nu \prod_{i=1}^{n-\nu} (s + p_i)} e^{-T_d s} \quad (1)$$

工程上通常 $n \geq m, n, m \in \overline{\mathbb{Z}^-}$; 通常 $T_d = 0$. 但当 $n = m$, 且 $T_d \neq 0$ 时, 则 $\left| \frac{k \prod_{j=1}^m z_j}{\prod_{i=1}^{n-\nu} p_i} \right| \leq 1$; 当 T_d

$= 0$ 时, 若 $n = m = 0$, 则 $k > 0$; 若 $n \neq 0$, 则 $k \in \mathbb{R}$. 各特征多项式均为实系数。

2.2 对穿越^[1-3]认识简述

1) 主穿越. 对式(1), 传统地当工程上通常(数学上才) $n \geq (<) m$ 且当 $\omega \in (0^-, \infty^+)$ 时, $G(j\omega)H(j\omega)$ 曲线穿越 $[G(j\omega)H(j\omega)]$ 平面的一(+) 180° 及其各奇数倍线的 $(-\infty^-, -1)$ 段的穿越统称主穿越, 且有相应的主、主半, 正、负穿越, 正、负穿越次数 C^+, C^- 和次数差 $C = C^+ - C^-$ 等。

2) 副穿越. 当上述条件和上述 $G(j\omega)H(j\omega)$ 曲线穿越一(+) 180° 及其各奇数倍线上的 $(-1, j0)$ 点的穿越称为副穿越, 记为 $c \neq 0$; 当无副穿越时, 记 $c = 0$. 分别如图1(c)和(a), (b)所示。

主、副穿越统称穿越, 显然 $c = 0$ 是开环系统(1)闭环稳定的一个必要条件。

2.3 对“判据”的认识

定理1. 有[无]正实角频率 ω , 使开环幅频特性 $|G(j\omega)H(j\omega)| > 1$ 的开环系统(1)闭环稳定的充要条件是^[1,3]

$$\begin{cases} N = 2C = 2(C^+ - C^-) = P, (2C^+, 2C^- \in \overline{\mathbb{Z}^-} [C^+ = C^- = P = 0]), & (2) \\ c = 0 & (3) \end{cases}$$

式中各符号意义与“传统”及“前文”同, 证明略。

若系统存在开环零, 极点对消, 则闭环稳定性由本文定理和所对消的开环极点的位置

共同决定, $n < m$ 时也适用, $T_d \neq 0$ 时, 通常认为 $e^{-T_d s}$ 无极点.

对从开环 Bode 图准确判定闭环稳定性的认识

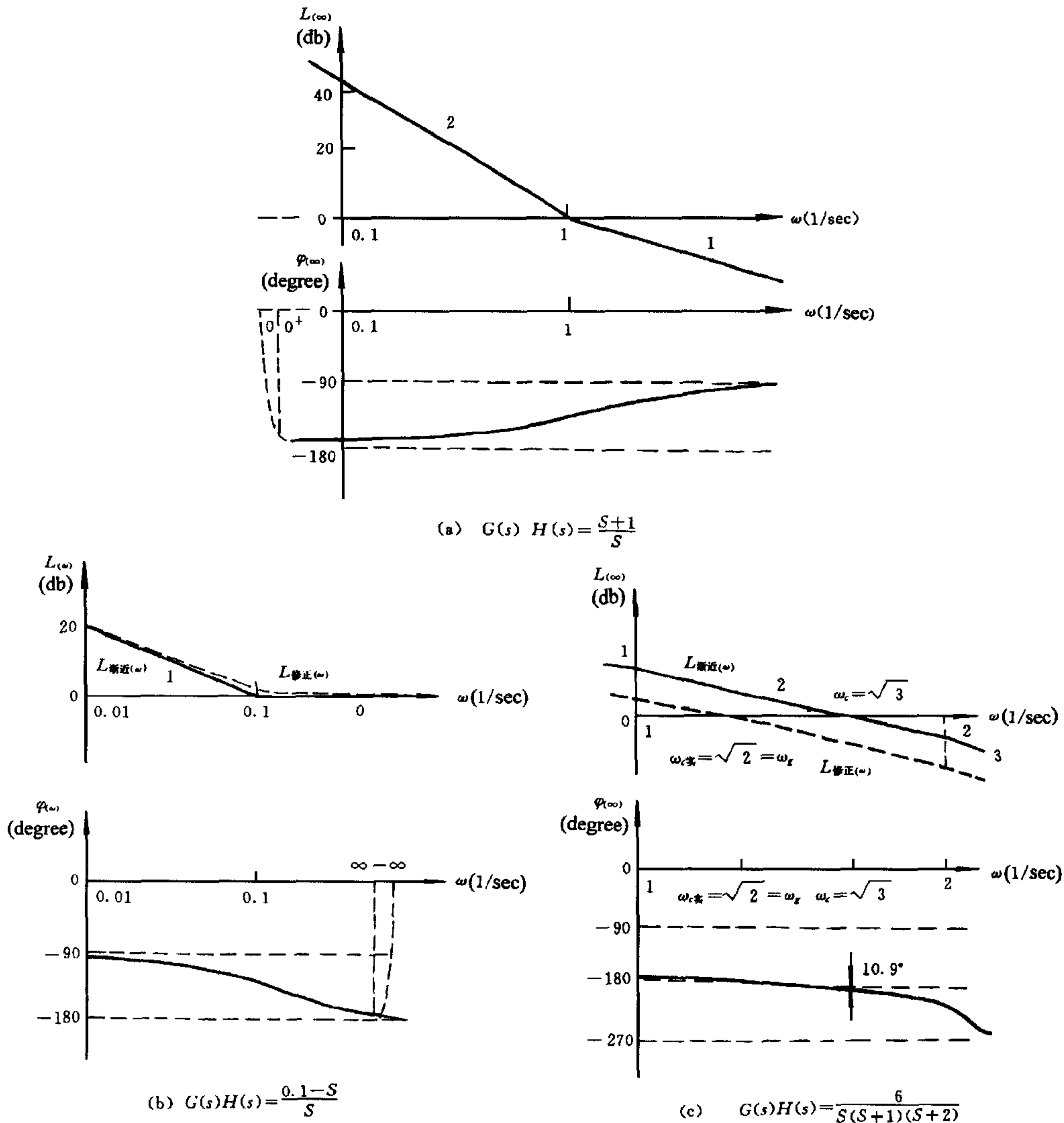


图1 三系统的开环 Bode 图

1) 需要精确计算各对数幅值、各相角穿越频率准确值以修正渐近对数频率特性.

2) 切记: 虽然 $\varphi_{(0)}$ 在开环 Bode 图上无定义, 但据连续性^[2], $\varphi_{(0)}$, $\varphi_{(\infty^-)}$ 分别渐变至 $\varphi_{(0^+)}$, $\varphi_{(\infty)}$, 当 $\varphi_{(0^+)}$ 或 $\varphi_{(\infty^-)}$ 影响 C 或 c 时, 要记入相应的 C 或 c 值. 由此可见, 要把开环 Bode 图补成当 ω 从已无定义的 $\lg 0$ 的 0 , 而不仅是有定义的 $\lg 0^+$ 的 0^+ , 变化到 ∞ , 而不是 ∞^- 时的完整的连续曲线.

3) 至此, 满足式(1)的各系统, 均能在上述开环 Bode 图上, 根据式(2)和 $c=0$ 或 $c \neq 0$ 准确判定闭环稳定和相对稳定性了.

只有高稳定度系统, 用渐近对数频率特性, “判定”才能奏效, 但不具必然性.

3 算例

设三个不同类型系统的开环传递函数分别为

$$G(s)H(s) = \frac{S+1}{S^2}; \frac{0.1-S}{S}; \frac{6}{S(S+1)(S+2)}$$

解 i)分别绘制三个开环 Bode 图,分别如图1(a)~(c)所示.

ii)对第一例据渐近对数频率特性或实际开环 Bode 图,由式(2)和式(3),判定闭环稳定;对后二例,如用前者,将分别可能得闭环临界稳定^[3]和一定得不稳定的错误结论;只有加以修正,特别是精确计算 $\omega_c = \sqrt{2} = \omega_g$ 后,由式(2)和式(3)才掘出二系统闭环分别稳定和临界稳定.当然也能决定相对稳定性.

若按文[1],则三系统均不是闭环稳定的了.

参 考 文 献

- 1 潘仲明,“伯德图中奈奎斯特稳定判据”的最新表达式,自动化学报,1997,23(2):286~288
- 2 Benjamin C KUO. Automatic Control Systems. Third Edition. Englewood Cliffs, New Jersey:Prentice-Hall, Inc., 1975. 330~374
- 3 夏德铃.自动控制理论.北京:机械工业出版社,1990. 153~154