

研究简报

# 基于输入输出模型的模糊神经网络滑模控制

达飞鹏 宋文忠

(东南大学自动化所 南京 210096)

**关键词** 非线性系统, 模糊神经网络, 滑模控制, 自适应控制.

## SLIDING MODE CONTROL BASED ON FUZZY NEURAL NETWORKS FOR NONLINEAR SYSTEMS REPRESENTED BY INPUT-OUTPUT MODELS

DA Feipeng SONG Wenzhong

(Automation Research Institute, Southeast University, Nanjing 210096)

**Key words** Nonlinear systems, fuzzy neural networks, sliding mode control.

### 1 引言

在实际系统中,一般难以取到系统的状态.因此,如何仅利用输入输出模型来控制系统一直是控制理论工作者关注的话题. Narendra 等人<sup>[1]</sup>通过加入两个‘状态’滤波器设计了一种基于输入输出的模型参考自适应控制方案,提出了一个很好的思想.在其后的数十年中,基于输入输出模型的控制工作多是在这个方法基础上展开的.本文针对一类用输入输出模型表示的非线性系统,基于模糊神经网络提出了滑模自适应控制方法.通过对系统输入输出模型的分解,我们将控制器的设计分为两部分,一部分是由模糊神经网络滑模控制器实现,另一部分是进行线性反馈系统的设计.用模糊神经网络的输出代替滑模控制中的符号函数,由于模糊神经网络和滑模控制的结合,我们可以在不知道系统不确定性大小的情况下完成对系统的自适应控制,这样系统具有强的鲁棒性.同时由于算法能保证控制律是连续的,从而在根本上消除了滑模变结构控制中所固有的颤动现象.

### 2 问题的描述和基本假设

考虑单入单出的非线性系统,其  $n$  阶微分方程写为

$$y^{(n)} = f_0(\cdot) + \sum_{i=1}^p f_i(\cdot)\theta_i + (g_0 + \sum_{i=1}^p g_i\theta_i)u^{(m)} + d(\cdot). \quad (1)$$

这里,  $u$  是控制输入;  $y$  是可测输出;  $y^{(i)}$  表示  $y$  的  $i$  阶导数,  $m < n$ ;  $f_i$  是已知的光滑非线性函数, 与  $y, y^{(1)}, \dots, y^{(n-1)}, u, u^{(1)}, \dots, u^{(m-1)}$  有关, 即

$$f_i(\cdot) = f_i(y, y^{(1)}, \dots, y^{(n-1)}, u, u^{(1)}, \dots, u^{(m-1)});$$

常数参数  $g_0$  到  $g_p$  也已知; 常数参数  $\theta_1$  到  $\theta_p$  是未知的, 定义向量  $\theta = [\theta_1, \dots, \theta_p]^T$ ;  $d(\cdot)$  表示系统的不确定性和受到的干扰.

控制目标是设计一个自适应输出反馈控制器, 保证闭环系统的所有变量有界, 同时输出跟踪一个参考信号  $y_r$ .

对系统(1)作假设: 1)  $\exists k > 0, (g_0 + \sum_{i=1}^p g_i\theta_i) \geq k > 0, \forall \theta \in \Omega$ . 2)  $|d(\cdot)| \leq D(\cdot)$ ,

$D(\cdot)$  为正函数. 3)  $y_r$  是有界的且有直到  $n$  阶导数存在.

定义  $Y_r(t) = [y_r(t), \dot{y}_r(t), \dots, y_r^{(n-1)}(t)]^T$ . 在本文中, 我们在系统的输入端增加  $m$  个积分器, 构成一个增广系统. 这些积分器的状态记为

$z_1 = u, z_2 = u^{(1)}, \dots, z_m = u^{(m-1)}$ . 令  $v = u^{(m)}$ , 这样  $v$  就成为这个增广系统的控制输入. 定义  $x_1 = y, x_2 = y^{(1)}, \dots, x_n = y^{(n-1)}$ , 于是增广系统可以表示为

$$\begin{cases} \dot{x}_i = x_{i+1}, & 1 \leq i \leq (n-1), \\ \dot{x}_n = f_0(X, z) + \theta^T f(X, z) + (g_0 + \theta^T g)v + d(\cdot), \\ \dot{z}_i = z_{i+1}, & 1 \leq i \leq (m-1), \\ \dot{z}_m = v, \\ y = x_1, \end{cases} \quad (2)$$

其中  $X = [x_1, \dots, x_n]^T, z = [z_1, \dots, z_m]^T, f = [f_1, \dots, f_p]^T, g = [g_1, \dots, g_p]^T$ . 取

$$\begin{cases} e_1 = y - y_r = x_1 - y_r, \\ e_2 = \dot{y} - \dot{y}_r = x_2 - \dot{y}_r, \\ \vdots \\ e_n = y^{(n-1)} - y_r^{(n-1)} = x_n - y_r^{(n-1)}, \\ e = [e_1, e_2, \dots, e_n]^T. \end{cases} \quad (3)$$

这样(2)式可以重写为

$$\dot{e} = Ae + b\{f_0(e + Y_r, z) + \theta^T f(e + Y_r, z) + (g_0 + \theta^T g)v + d(\cdot) - y_r^{(n)}\}, \quad (4)$$

$$\dot{z} = A_2 z + b_2 v, \quad (5)$$

其中  $(A, b)$  和  $(A_2, b_2)$  具有可控型形式

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}. \quad (6)$$

### 3 控制器设计

整个闭环控制系统的框图见图1. 图中, 被控对象的输入是  $u$ , 输出是  $y(t)$ ,  $y_r(t)$  是期



望输出. FNN 表示模糊神经网络, LFC 表示线性反馈控制器,  $m(e)$  为修正函数. 根据式 (4), (5), 我们将控制器的设计分为两个部分: 基于模糊神经网络的滑模自适应控制器的设计和线性控制器的设计.

### 3.1 基于模糊神经网络的滑模控制器的设计

对非线性系统(1), 经过(2), (3), (4)的变换, 作切换函数

$$s(e) = \sum_{i=1}^{n-1} c_i e_i + e_n, \tag{7}$$

其中  $c_i$  满足的多项式  $\lambda^n + c_1 \lambda^{(n-1)} + \dots + c_{n-1} \lambda$  是 Hurwitz 多项式,  $e_i$  的定义见(3). 对  $s(e)$  两边取导数得

$$\begin{aligned} \dot{s}(e) &= \sum_{i=1}^{n-1} c_i \dot{e}_{i+1} + \dot{e}_n = \\ & \sum_{i=1}^{n-1} c_i \dot{e}_{i+1} + f_0(X, z) + \theta^T f(X, z) + (g_0 + \theta^T g)v - y_r^{(n)} + d(\cdot). \end{aligned} \tag{8}$$

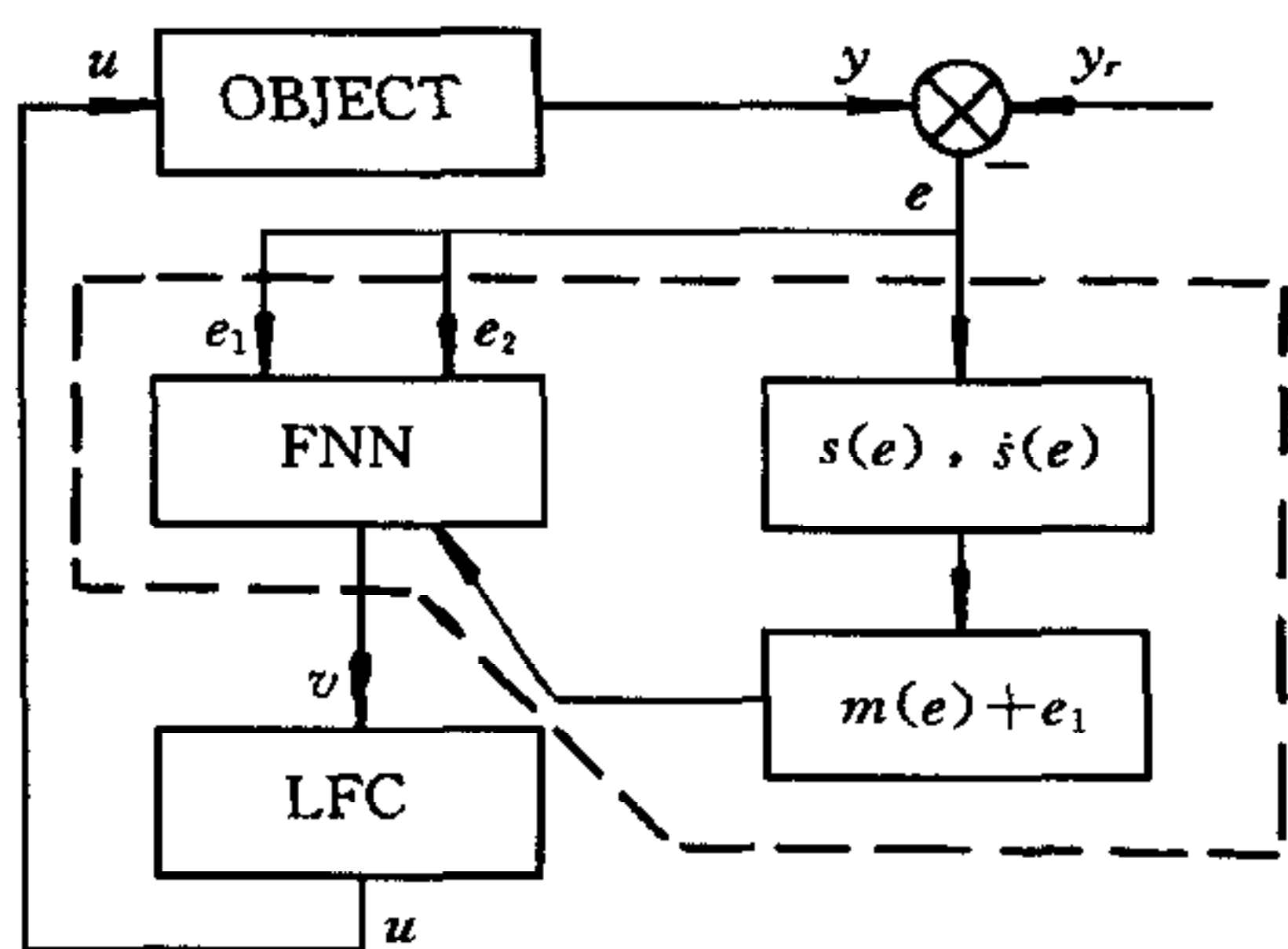


图1 控制系统框图

模糊神经网络滑模控制器的结构如图1中虚线框内所示. 图中, 模糊神经网络(FNN)为控制器, 其结构和算法见文[2]. FNN 有两个输入, 一个是偏差  $e_1$ , 另一个是  $e_2 = \dot{y} - \dot{y}_r$ . FNN 输出为  $v$ . 根据偏差向量  $e$ , 由(7), (8)得到  $s$  和  $\dot{s}$ ,  $s$  和  $\dot{s}$  作为输入进入修正函数功能块  $m(e)$ . 此功能块能保证滑模变结构控制的基本条件的满足, 即  $s \cdot \dot{s} < 0$ . 现作说明如下.

1) 若出现  $s\dot{s} > 0$ , 此时分两种情况:

a) 设  $s > 0$ , 则  $\dot{s} > 0$ . 令修正函数  $m(e) = -\dot{s} - \phi$ , 其中  $\phi$  为大于0的任意小的数. 以修正函数  $m(e)$  作为偏差来修正模糊神经网络, 则得到修正的  $\dot{s}$ , 记为  $\tilde{\dot{s}}$ . 根据模糊神经网络的算法, 有  $\tilde{\dot{s}} < -\phi < 0$ . 从而  $s \tilde{\dot{s}} \leq -\phi |s| < 0$ .

b) 设  $s < 0$ , 则  $\dot{s} < 0$ , 令  $m(e) = -\dot{s} + \phi$ , 可作类似与 a) 的分析, 得到  $\tilde{\dot{s}} < 0$ .

2) 若  $s\dot{s} < 0$ , 则  $m(e) = 0$ .

从上述分析知该算法无需知道不确定性的的大小, 通过模糊神经网络的自适应调整算法能保证滑模变结构控制的实现.

### 3.2 线性反馈控制器(Linear Feedback Controller)设计

由模糊神经网络滑模控制器, 得到输出  $v$ .  $v$  是线性系统  $\dot{z} = A_2 z + b_2 v$  的输入. 从(5), (6)式知, 这个线性系统虽然可控但是不稳定. 因此选择矩阵  $K = [k_1, \dots, k_m]$  作状态反馈, 使

$$A_m = A_2 - K = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ -k_1 & -k_2 & -k_3 & \dots & -k_m \end{bmatrix}, \tag{9}$$

其中,  $k_i > 0$  且  $k_i$  满足的多项式  $\lambda^m + k_1 \lambda^{(m-1)} + \dots + k_{m-1} \lambda$  是 Hurwitz.

这样,经过上述步骤,就完成了整个控制器的设计.稳定性证明略.

## 4 仿真

考虑非线性系统<sup>[3]</sup>

$$\begin{cases} \dot{\xi}_1 = \xi_2 + \theta \xi_1^2, \\ \dot{\xi}_2 = u + \xi_3, \\ \dot{\xi}_3 = -\xi_3 + y + d(\cdot), \\ y = \xi_1, \end{cases}$$

其中, $\theta$ 是未知常数参数.这个系统也可以写为3阶微分方程

$$y^{(3)} = (u + y + \ddot{y}) + 2\theta(y\dot{y} + \dot{y}^2 + y\ddot{y}) + \dot{u} + d(\cdot).$$

与式(1)相比,知 $n=3, m=1$ .我们在系统的输入加一个积分器,取 $z=u$ 为积分器的状态, $v=\dot{u}$ 是增广系统的新输入.仿真中, $\theta=1, y(0)=0.5, D(\cdot)=1, c_1=5, c_2=5, \eta=1, k=[2, 3]$ .仿真结果见图2.图中(a)表示跟踪误差,(b)表示模糊神经网络滑模控制器的输出,(c)表示线性反馈控制器的输出.

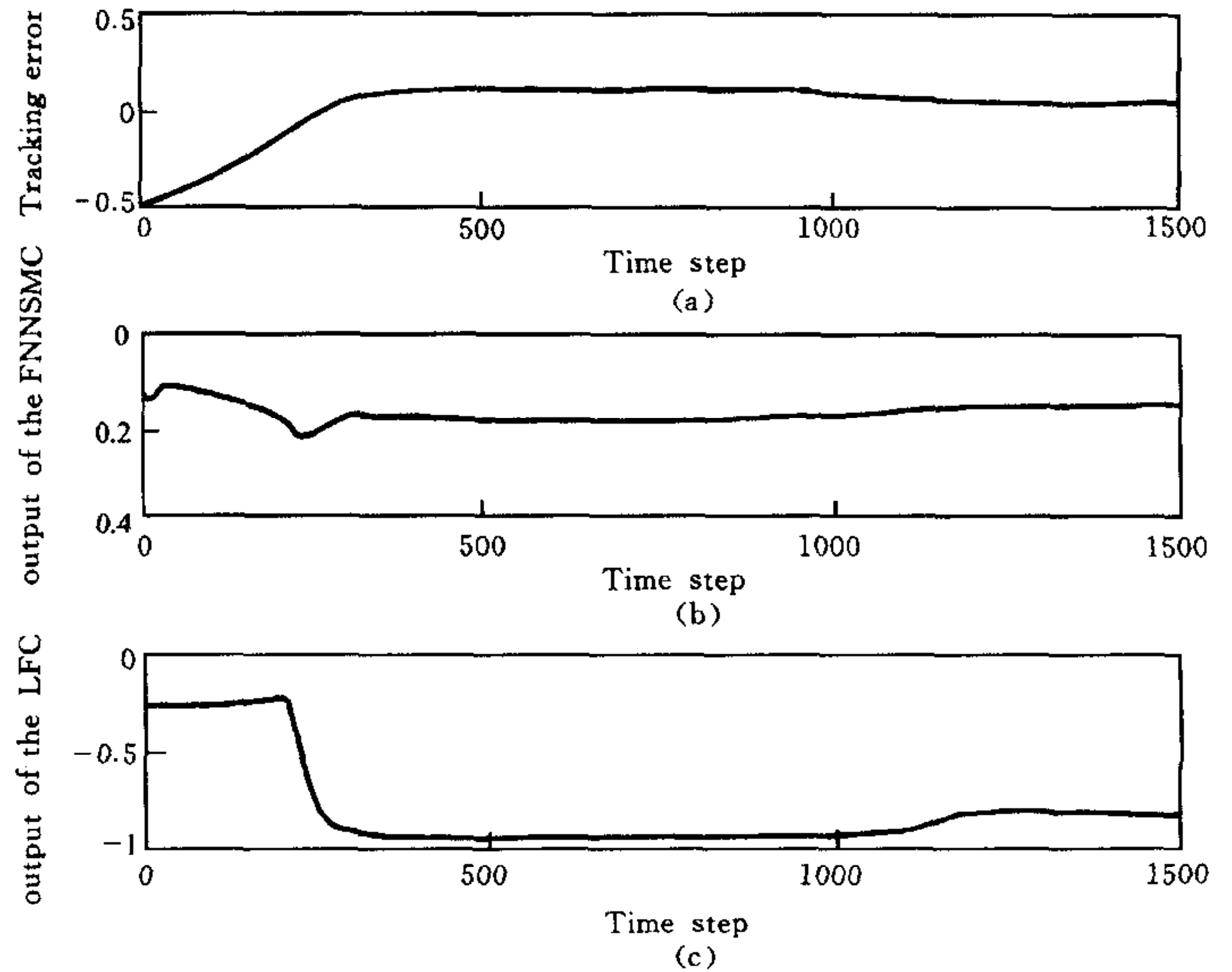


图2  $y_r(t)=l(t), d(\cdot)=0$ 的仿真结果

## 参 考 文 献

- 1 Narendra K. S, Valavani L. Stable adaptive controller design—direct control. *IEEE Trans. Autom. Control*, 1978, **AC-23**: 570~583
- 2 达飞鹏,徐嗣鑫.基于模糊神经网络的系统辨识.控制与决策,1997,**12**(4):377~380
- 3 Khalil H K. Adaptive output feedback control of nonlinear systems represented by input-output models. *IEEE Trans. Autom. Control.*, 1996, **AC-41**:177~188
- 4 Slotine J J E. Sliding controller design for nonlinear systems. *Int. J. Contr.*, 1984, **40**:421~434.

**达飞鹏** 1968年生.现为东南大学自动化所博士后.研究方向为模糊逻辑、神经网络及其在控制中的应用.

**宋文忠** 1936年生.1960年毕业于南京工学院动力工程系,现任东南大学自动化所教授,博士生导师,从事生产过程自动化及计算机集成制造系统的研究.