

串联排队网络顾客准入的模糊控制¹⁾

张润彤 朱晓敏

(北方交通大学经济管理学院信息系统研究所, 经济系 北京 100044)
(E-mail: rtzhang@center.njtu.edu.cn)

摘要 研究一个由两个服务器串联而成的排队网络. 每个服务器拥有其自己的到达顾客群, 到达顾客可以被接收或被拒绝进入系统. 假设这个系统每接收一个顾客收到一个固定的收益, 同时为系统中的每个顾客每单位时间付一笔占位费. 控制目标是根据系统的状态动态地确定最优准入策略以保证系统平均利润最大. 这个控制模型可以应用在通讯系统的流量控制、Job shop 及交通控制中. 本文提出一模糊控制新方法解决这个问题.

关键词 串联排队系统, 模糊逻辑, 流量控制.

FUZZY CONTROL OF ARRIVALS TO TWO QUEUES IN SERIES

ZHANG Runtong ZHU Xiaomin

(School of Economics and Administration, Northern Jiaotong University, Beijing 100044)

Abstract This paper considers two queues in tandem each of which has its own input of arriving customers which in turn may either be accepted or rejected. Suppose that for each accepted customer the system receives a fixed reward and pays a holding cost per customer per time unit in the system. The objective is to dynamically determine the optimal admission policies, based on the state of the system, so as to maximize the average profit. This model finds applications in flow control in communication systems, job shops, and traffic-flow systems. A novel approach is presented using fuzzy control.

Key words Tandem queuing system, fuzzy logic, flow control.

1 引言

本文运用模糊逻辑^[1]的方法研究串联排队系统的流量控制问题. 所提出的这个模型是一个由两个单服务器排队系统串联而成的非周期性排队网络. 每个排队系统拥有自己的到达顾客群, 系统可以控制这些顾客是被接收还是被拒绝. 系统的控制目标是动态地确定最优准入策略以保证系统在一个无限长的时间里平均利润(收益减去成本)最大. 这个

1) 本文得到北方交通大学论文资金资助.

控制模型已被 Ghoneim, Stidham^[2]研究过,但是他们的工作只是探讨这个模型最优控制策略的单调的特性,而本文是要确定其最优控制策略.

流量控制在计算机、通讯和生产网络中有着非常广泛的应用,也因此吸引了众多科学家的研究兴趣.该领域中的许多研究结果被公布.关于对准入和路由控制的综合性介绍见 Stidham 的综述性论文^[3,4].

到目前为止,大多数工作都是运用传统的离散过程技术.近来,本文作者 Zhang, Phyllis, Zhu^[5~8]提出一个全新的方法,即用模糊逻辑来解决排队控制问题.计算机模拟的结果显示这个新的方法能有效地处理用传统方法难于解决的情况.这种方法标志着与古典技术的一个分离.

当着手于排队网络的路由和准入等控制问题时,我们将面对“个人”或“整体”最优的标准.前者取决于顾客个人的利益,而后者则以系统整体的运行为标准.有不少论文都在研究个人与整体最优策略,例如文献[9,10],并且沿着这个方向的研究还在继续.对单个顾客的最优策略通常容易获得并具有简单明晰的形式,但更具重要意义的整体最优策略却不是简单的解析法所能得到的.本文采用整体最优的标准,因此每当使用“最优”这一术语时它意味着“整体最优”.本文将借助个人最优策略来获取整体最优策略.从这个意义上说,模糊逻辑的方法亦对揭示个人和整体最优标准间的关系作出贡献.

在每个决策时刻,控制器模仿一个熟练的人类操作者作出决策.具体地说,根据当前系统的状态,一个装备着模糊规则库的推理机实时地确定出一个在线决策用以调整系统的行为,并依此保证这个系统是在给定利润最大意义下的最优.模糊排队控制系统如图1所示.在图1中根据预先确定的建立在系统状态下的程序用模糊逻辑控制器的输出来调整排队系统的参数,并且认为它是一个独立的输入.因此,可以把图1的控制环看成一个排队系统的中央控制器而不是一个反馈控制的比较单位.这种控制机制叫做自适应控制.

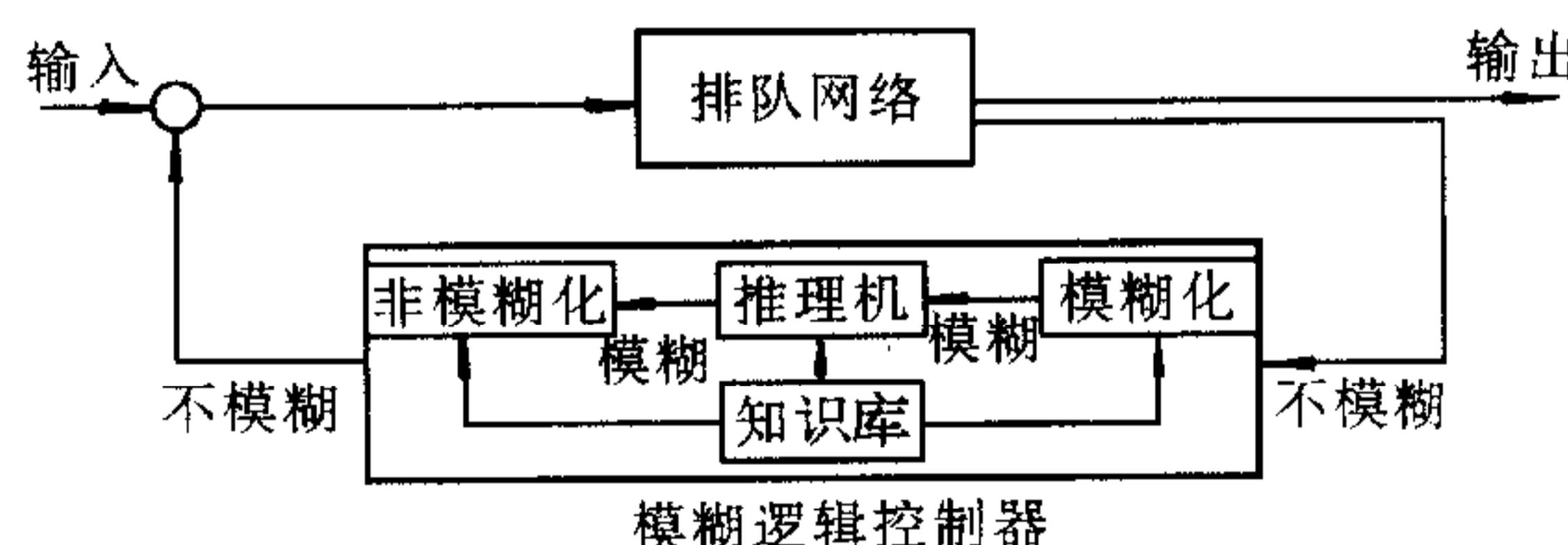


图1 模糊排队控制系统

2 问题描述

本文研究的排队网络如图2所示.这个网络串联地排有两个不相同的工作站 $i, i = 1, 2$, 每个工作站各有自己的可容纳无限顾客的排队空间和负指数分布的服务员.服从泊松分布的到达顾客有两类,1类顾客先进入工作站1,在工作站1被服务完后进入工作站2;2类顾客直接进入工作站2.两类顾客都是在被工作站2的服务员服务完后离开系统.假定 i 类顾客遵循泊松过程以一个常数速度 λ_i 到达工作站 i .本文还假定在工作站 j ($j = 1, 2$) 的连续的服务时间相互独立并服从均值为 $1/\mu_j$ 的指数分布,并与顾客的种类无关.一个顾客到达后可以被禁止也可以被允许进入这个系统.假设系统每接收一个 i 类顾客获得固定收益 r_i ,并在每个单位时间里为工作站 j 中的每一位顾客付一笔占位费 h_j .问题是要求

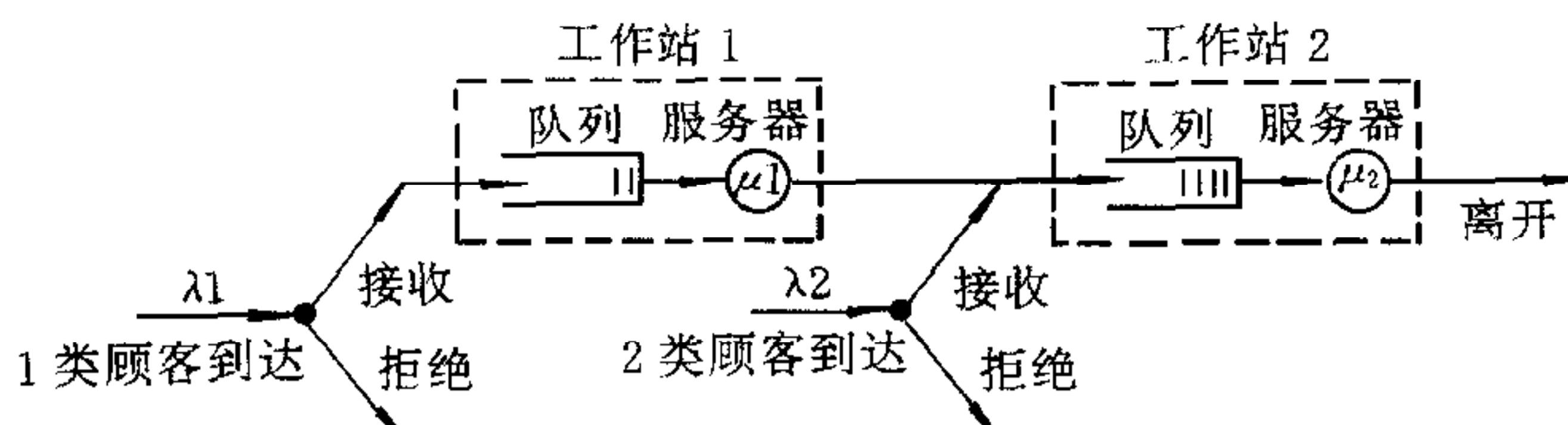


图2 排队网络

据系统的状态动态地确定最优的准入策略以保证系统的平均利润(收益减去成本)最大.这个过程是一个半马尔可夫的决策过程. Ghoneim, Stidham^[2]已经考查过这个最优控制策略的单调性问题,但是,对最优控制策略的具体确定还没有人研究过.

3 模糊逻辑控制器的构筑

不失一般性,到达顾客被控制的决策时刻可定在新顾客的到达时刻.在决策时刻系统的状态可表示为 $x_i=0,1,2,\dots, i=1,2$,在这里 x_i 表示工作站 i 中的顾客数,这个数包括正被服务的那个顾客(如果有的话).所以 x_1+x_2 是这个系统中的顾客总数.

为了避免不必要的情况,即使系统是空的($x_1=x_2=0$),一个正到达的1类顾客也立刻被拒绝进入,或者即使工作站2是空的($x_2=0$)一个正到达的2类顾客也立刻被拒绝进入,本文假定

$$r_1 - \left(\frac{h_1}{\mu_1} + \frac{h_1}{\mu_2}\right) > 0, \quad r_2 - \frac{h_2}{\mu_2} > 0, \quad (1), (2)$$

因此可以得到如下两条规则:对于状态 $x_1=x_2=0$,如果系统中没有顾客,那么系统接收一个正到达的1类顾客;对于状态 $x_2=0$,如果在工作站2没有顾客,那么系统接收一个正到达的2类顾客.因此当建立模糊规则库时,只需考虑 $x_1+x_2 \neq 0$ 或 $x_2 \neq 0$ 这两种情况.

下列参数被选作模糊输入,在工作站 i 的存储空间内的顾客数量 $s_i=0,1,2,\dots, i=1,2$; j 类顾客的到达速度 $\lambda_j \in [0, +\infty)$, $j=1,2$.用来表示一个正到达的 j 类顾客是否被系统接收的决定 $d_j=1,0$ 作为模糊输出.

关于 d_1 的模糊规则库如表1所示,在那里 YES 表示一个到达的1类顾客被工作站1接收,否则就不接收.因为四个模糊输入中的每一个都有4个模糊集合,所以这个模糊规则库共包含了 $4^4=256$ 条规则.

表1 模糊规则库

s_1	s_2	λ_1	λ_2	d_1 或 d_2		s_1	s_2	λ_1	λ_2	d_1 或 d_2
ZO	ZO	ZO	ZO	YES		"	"	"	"	"
PS	ZO	ZO	ZO	YES		"	"	"	"	"
"	"	"	"	"	PM	PM	PB	PB	PB	NO
"	"	"	"	"	PB	PB	PB	PB	PB	NO

模糊输入 s_i, λ_j 的隶属函数见图3(a),输出 d_1 的见图 3(b). $s_i, \lambda_j (i=1,2, j=1,2)$ 的论域都是 $[0, +\infty)$, d_j 的是 $[0, 1]$.

这个模糊规则库的建立是依据于下面的论证. 1) 当许多的顾客已拥积在工作站1时系统对一个正到达的1类顾客说“是”就变得较困难.这是因为当系统中有许多顾客时这些顾客引起很高的占位费而收益则相对不重要. 2) 在工作站2的顾客数量多使得它对一个到达的1类顾客说“是”变得困难,理由和1)相似. 3)一个较高的1类顾客的到达速度将会削

弱作出“是”这个决定。的确,如果系统的管理者知道有更多的1类顾客正以很高的速度到达,这意味着服务员将很少有可能会闲着,那么当系统不是空的时候他不会接收目前到达的顾客,因为增加的顾客只会导致占位费。4)与3)相似,2类顾客较高的到达速度将会削弱作出“是”这个决定。根据命题1)~4),这个模糊规则库即已形成。

因为每个工作站的存储空间是无限的,所以 s_i 没有上限。还有两类顾客的到达速度也可以没有上限。于是现在需要决定在规则库里每一个模糊输入多大是“大”。为了回答这个问题,需要决定模糊输出 d_1 和模糊输入 s_i, λ_j 之间的定量关系。从 s_1 开始研究,对于 $s_2=0, \lambda_1 \rightarrow 0, \lambda_2=0$ 这种特殊情况,也就是系统中没有2类顾

客存在且系统只需要决定是否接收最后一位1类到达顾客。只有当这个顾客的收益能补偿他的期望占位费,也就是下式成立时他可以被系统接收。

$$r_1 \geq \begin{cases} \frac{n_{d1,1}h_1}{\mu_1} + \frac{h_2}{\mu_2}, & \text{if } \mu_1 \leq \mu_2, \\ \frac{h_1}{\mu_1} + \frac{n_{d1,1}h_2}{\mu_2}, & \text{if } \mu_1 > \mu_2, \end{cases} \quad (3)$$

这里 $n_{d1,i}$ 是在关于 $d_i, i=1,2$ 的规则库里的 $s_j, j=1,2$ 的最优临界值,就是说当系统中的顾客数达到这个值或更多时该系统拒绝顾客进入系统。由式(3),可以得到

$$n_{d1,1} \leq (r_1 - \frac{h_2}{\mu_2}) \frac{\mu_1}{h_1}, \quad \text{if } \mu_1 \leq \mu_2, \quad (4a)$$

$$n_{d1,1} \leq (r_1 - \frac{h_1}{\mu_1}) \frac{\mu_2}{h_2}, \quad \text{if } \mu_1 > \mu_2. \quad (4b)$$

这种情形与下面这条规则相当,如果 s_1 是PB、 s_2 是ZO、 λ_1 是ZO、 λ_2 是ZO,那么 d_1 是NO。换句话说,在关于 d_1 的模糊规则库中隶属度为1.0的 s_1 的模糊集合PB被固定在表达式(4)的右边值。注意 $n_{d1,1}$ 的决定是建立在个人最优标准上的。在本文的研究框架下,借助于 λ_1 和 λ_2 的帮助可以从 $n_{d1,1}$ 出发来寻找整体最优策略。同理,可以确定在模糊规则库中隶属度为1.0的 s_2 的模糊集合PB为下式的右边值

$$n_{d1,2} \leq \frac{r_1 \mu_2}{h_2} - 1. \quad (5)$$

至于模糊输入 λ_1 ,可以考虑下面情况,即当在工作站1中有一个且只有一个顾客(在服务中)并且没有2类顾客存在时,也就是 $x_1=1, x_2=0, s_1=0, s_2=0, \lambda_2=0$ 时,一个正到达的1类顾客被拒绝。当拒绝到达顾客的平均利润大于接收他进入系统的平均利润时,这种情况就发生了。当系统中有另一个顾客在工作站1中接受服务时,如果一个1类顾客到达后被拒绝,那么每单位时间的利润将由 $(r_1 - \frac{h_1}{\mu_1} - \frac{h_2}{\mu_2})$ 除以直到下一个顾客到达的期望时间间隔给出。这个时间等于期望的服务时间加上在系统中两个连续事件(离开或到达)之间的期望时间,这后面一值为 $\frac{\lambda_1}{\lambda_1 + \mu_1} \cdot \frac{1}{\lambda_1}$ 。因此利润率为 $(r_1 - \frac{h_1}{\mu_1} - \frac{h_2}{\mu_2}) / (\frac{1}{\mu_1} + \frac{1}{\mu_2} + \frac{\lambda_1}{\lambda_1 + \mu_1} \cdot \frac{1}{\lambda_1})$ 。

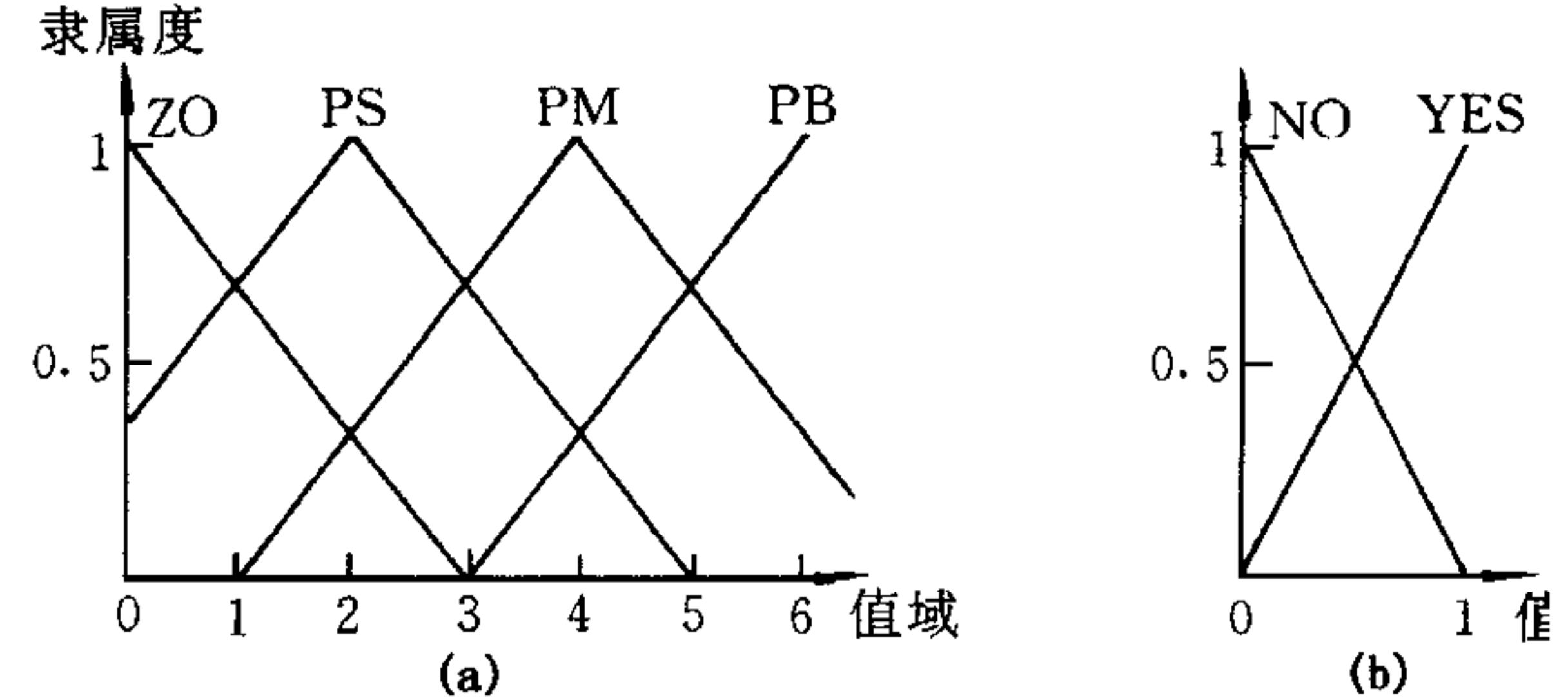


图3 隶属函数

另一方面,如果这个顾客被接收,系统在他的服务时间 $\frac{1}{\mu_1} + \frac{1}{\mu_2}$ 内获得一份收益 r_1 . 他在一个时间内也引起一个占位费,这个时间由现在顾客的到达时间到上一个顾客的服务完成时间这一时间段加上这个顾客接受服务的时间的期望值 $(\frac{1}{\mu_1} - \frac{\lambda_1}{\lambda_1 + \mu_1} \cdot \frac{1}{\lambda_1}) + \frac{1}{\mu_1} = \frac{2}{\mu_1} - \frac{\lambda_1}{\lambda_1 + \mu_1} \cdot \frac{1}{\lambda_1}$ 给出. 因此利润变成 $[r_1 - h_1(\frac{2}{\mu_1} - \frac{\lambda_1}{\lambda_1 + \mu_1} \cdot \frac{1}{\lambda_1}) - \frac{h_2}{\mu_2}] / (\frac{1}{\mu_1} + \frac{1}{\mu_2})$. 最后,当式成立时系统拒绝这个到达顾客.

$$(r_1 - \frac{h_1}{\mu_1} - \frac{h_2}{\mu_2}) / (\frac{1}{\mu_1} + \frac{1}{\mu_2} + \frac{\lambda_1}{\lambda_1 + \mu_1} \cdot \frac{1}{\lambda_1}) \geq$$

$$[r_1 - h_1(\frac{2}{\mu_1} - \frac{\lambda_1}{\lambda_1 + \mu_1} \cdot \frac{1}{\lambda_1}) - \frac{h_2}{\mu_2}] / (\frac{1}{\mu_1} + \frac{1}{\mu_2}). \quad (6a)$$

不等式(6a)的左边随着 λ_1 的增加而增加,右边则随着 λ_1 的增加而减少. 因此当 λ_1 变得足够高时,不管其它参数如何,条件(6a)都能被满足. 不等式(6a)可以被写成(6b).

$$h_1 \mu_2 (\frac{1}{\mu_2} + \frac{1}{\mu_1}) (\lambda_1 + \mu_1)^2 +$$

$$[2h_1 \mu_2 + h_2 \mu_1 - r_1 \mu_1 \mu_2 - (\frac{1}{\mu_1} + \frac{1}{\mu_2}) h_1 \mu_1 \mu_2] (\lambda_1 + \mu_1) - h_1 \mu_1 \mu_2 \geq 0. \quad (6b)$$

在不等式(1)这个假设条件下,二次不等式(6b)有两个根 $\rho_1 \leq \rho_2$,而(6b)的解为 $\lambda_1 \leq \rho_1$ 或 $\lambda_1 \geq \rho_2$. 根据(6a)的物理含义可以选择 $\lambda_1 \geq \rho_2$. 这种情况与下面规则相当,如果 s_1 是 ZO、 s_2 是 ZO、 λ_1 是 PB、 λ_2 是 ZO,那么 d_1 是 NO. 因此,在模糊规则库中隶属度为 1.0 的 λ_1 的 PB 被确定为不等式(6)的较大的根.

关于 λ_2 ,可以考虑以下情况:当在工作站2有且只有一个顾客(在服务中)并且没有额外的1类顾客存在时,即 $x_1=0$, $x_2=1$, $s_1=0$, $s_2=0$, $\lambda_1 \rightarrow 0$ 时,最后到达的1类顾客被拒绝. 具体地说,这个拒绝条件为

$$(r_2 - \frac{h_2}{\mu_2}) / (\frac{1}{\mu_2} + \frac{\lambda_2}{\lambda_2 + \mu_2} \cdot \frac{1}{\lambda_2}) \geq (r_1 - \frac{h_1}{\mu_1} - \frac{h_2}{\mu_2}) / (\frac{1}{\mu_1} + \frac{1}{\mu_2}). \quad (7)$$

由不等式(7)可以得到

$$\lambda_2 \geq \frac{2r_1 \mu_1 \mu_2 - 2h_1 \mu_2 - h_2 \mu_1 - r_2 \mu_1 \mu_2 - r_2 \mu_2^2 + h_2 \mu_2}{r_2 \mu_1 - r_1 \mu_1 + r_2 \mu_2 - h_2 + h_1}. \quad (8)$$

最后,可以把在关于 d_1 的规则库中隶属度为 1.0 的 λ_2 的 PB 固定为不等式(8)的右边值. 因为完全相同的命题,所以如果用 d_2 代替模糊输出 d_1 ,那么模糊输出 d_2 的规则库等同于 d_1 的规则库. 对于输出 d_2 , YES 意味着一个到达的2类顾客被工作站2接收,否则不接收. d_2 的隶属函数如图3(b)所示.

s_2, λ_2 的隶属函数如图3(a)所示. 象上面做的那样,为了详细说明它们的确切的数字设置,可以得到

$$n_{d2,1} \leq (r_2 - \frac{h_2}{\mu_2}) \frac{\mu_1}{h_1}, \text{if } \mu_1 \leq \mu_2, \quad (9a)$$

或者

$$n_{d2,1} \leq (r_2 - \frac{h_1}{\mu_1}) \frac{\mu_2}{h_2}, \text{if } \mu_1 > \mu_2. \quad (9b)$$

(9)式的右边确定了在关于 d_2 的模糊规则库中隶属度为 1.0 的 s_1 的模糊集合 PB 的值. 在

关于 d_2 的模糊规则库中隶属度为 1.0 的 s_2 的模糊集合 PB 被固定为下式的右边值.

$$n_{d2,2} \leq \frac{r_2\mu_2}{h_2} - 1. \quad (10)$$

以下确定在关于 d_2 的规则库中的 λ_1, λ_2 的模糊集合. 从 λ_1 开始, 考虑一个特殊的情形; 当两个工作站里的两个服务员都是忙的同时各自的队列是空的时候, 即 $x_1=1, x_2=1, s_1=0, s_2=0, \lambda_2 \rightarrow 0$ 时, 最后的 2 类顾客被拒绝. 当下式成立时系统拒绝这个顾客.

$$\begin{aligned} & (r_1 - h_1 \frac{\lambda_1}{\lambda_1 + \mu_1} \cdot \frac{1}{\lambda_1} - \frac{h_2}{\mu_2}) / (\frac{\lambda_1}{\lambda_1 + \mu_1} \cdot \frac{1}{\lambda_1} + \frac{1}{\mu_2}) \geq \\ & [r_2 - h_2 (\frac{2}{\mu_2} - \frac{\lambda_2}{\lambda_2 + \mu_2} \cdot \frac{1}{\lambda_2})] / \frac{1}{\mu_2}. \end{aligned} \quad (11)$$

由(11)式可以得到

$$\lambda_1 \geq \frac{r_2\mu_2 + h_1 - h_2}{r_1 - r_2} - \mu_1, \quad (12)$$

我们固定在关于 d_2 的规则库里隶属度为 1.0 的 λ_1 的 PB 为不等式(12)的右边值.

最后考虑以下情况, 当在工作站 2 中有且只有一个顾客(在服务中)同时没有 1 类顾客存在, 即 $x_1=0, x_2=1, s_1=0, s_2=0, \lambda_1=0$ 时, 一个到达的 2 类顾客被拒绝, 这时可以得到

$$(r_2 - \frac{h_2}{\mu_2}) / (\frac{1}{\mu_2} + \frac{\lambda_2}{\lambda_2 + \mu_2} \cdot \frac{1}{\lambda_2}) \geq [r_2 - h_2 (\frac{2}{\mu_2} - \frac{\lambda_2}{\lambda_2 + \mu_2} \cdot \frac{1}{\lambda_2})] / \frac{1}{\mu_2}, \quad (13)$$

或

$$\lambda_2 \geq \frac{\mu_2}{2h_2} (\mu_2 r_2 - 3h_2 + \sqrt{\mu_2^2 r_2^2 - 2\mu_2 r_2 h_2 + 5h_2^2}). \quad (14)$$

不等式(14)的右边值是在关于 d_2 的模糊规则库中隶属度为 1.0 的 λ_2 的模糊集合 PB.

4 例题

现在考查一个如图 2 所示的对到达顾客进行控制的串联排队网络. 其各项参数是这样设置的, 两类顾客的到达速度 $\lambda_1 = \lambda_2 = 0.5$, 服务速度 $\mu_1 = 1, \mu_2 = 1.5$, 每接收一个顾客所获得的收益 $r_1 = 10, r_2 = 6$, 每个顾客每个单位时间里需付的占位费 $h_1 = h_2 = 1$.

我们从模糊逻辑控制器(参阅图 1)的构筑中确定 d_1 的最优策略. 其算法简介如下:

a) 根据表达式(4), (5), (6), (8)以及已知信息, 确定关于 d_1 的规则库中四个模糊输入 $s_1, s_2, \lambda_1, \lambda_2$ 的缩放因子.

b) 从初始状态 $s_1 = s_2 = 0$ 开始这个算法.

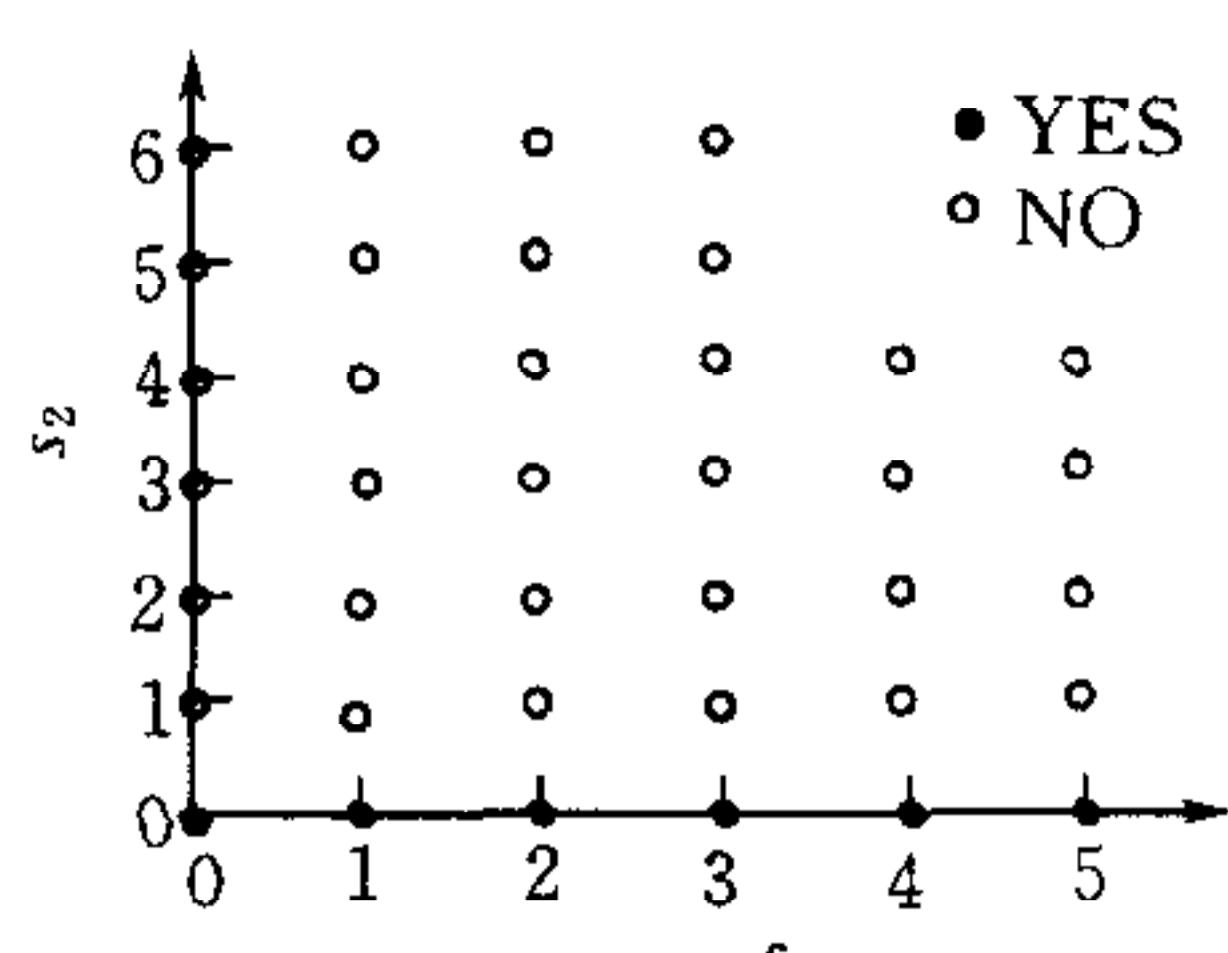
c) 把当前的 s_1, s_2 和已知的 λ_1, λ_2 作为控制器的输入, 通过模糊化、模糊推理和非模糊化来确定最优决定 d_1 .

d) 在 s_1 和 s_2 的二维平面上画出 d_1 .

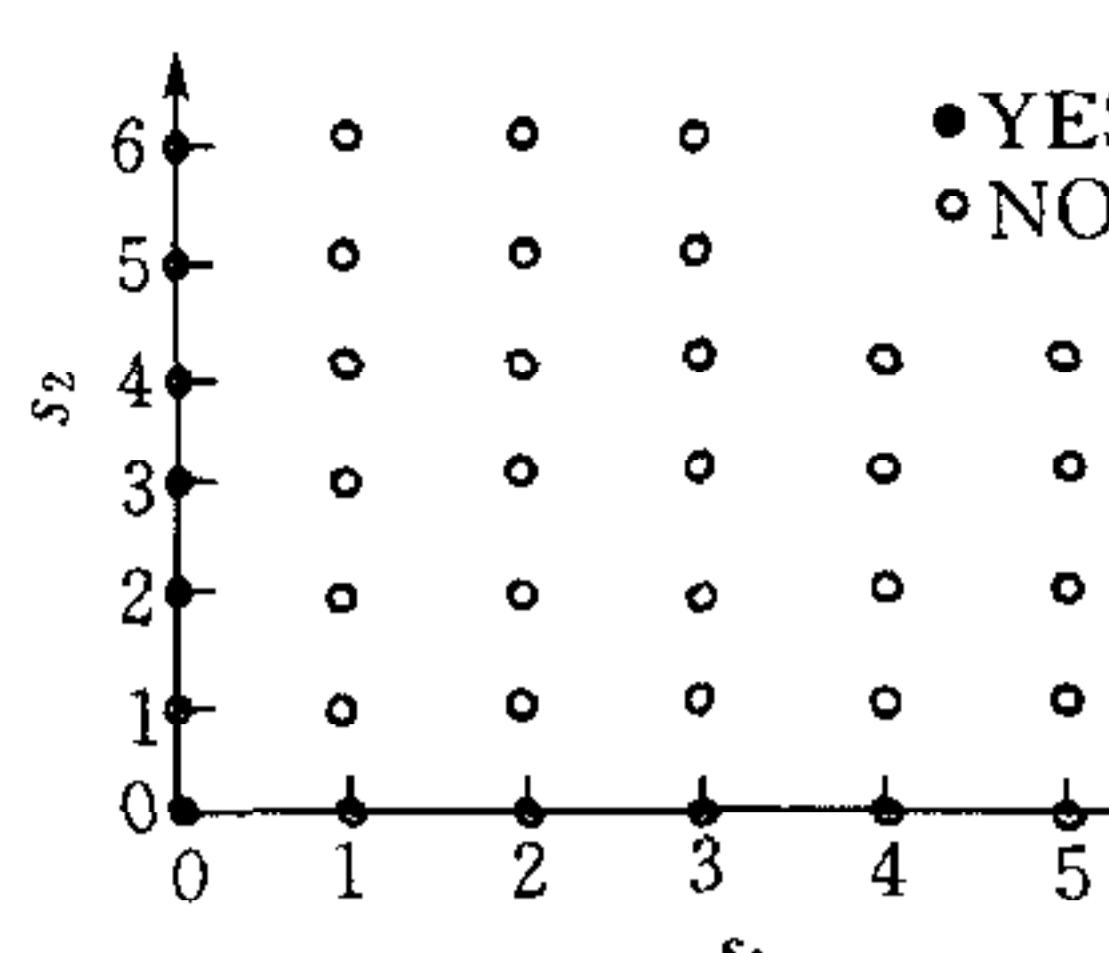
e) 如果 $d_1 = 0$, 执行(f); 否则让 $s_2 = s_2 + 1$ 后执行(c).

f) 如果 $d_1 = d_1(s_1, s_2) = d_1(s_1, 0) = 0$, 搜索停止; 否则让 $s_1 = s_1 + 1, s_2 = 0$ 后执行(c).

模糊规则库里的每条规则都表示了每一特定情况下的最优决定. 于是, 所有可能有的情况下的最优决定就是在模糊控制的直观意义上的最优决策. 遵循这个算法, 系统得出这个问题的 d_1 的最优决策如图 4(a) 所示. 同样可以用相似的方式得到 d_2 的最优策略, 如图 4



(a)



(b)

图4 最优决策

(b)所示。

从图(4a),(4b)中可以看出,尽管对于 d_1, d_2 的规则库都相同,但是它们的最优控制决策却不相同。这是由于在两个规则库中相应的模糊输入的缩放因子不一样造成的。

本文运用模糊逻辑的方法研究对两列串联排队系统的到

达顾客们的最优化准入控制问题。在学术文献中,这是第一次对两列到达顾客明确决定最优控制策略。本文借助个人最优举措来确定整体最优策略。这样的方法提供了一个连接个人最优和整体最优这两个标准的桥梁。研究表明,这种控制模式可能扩展到具有一般分布的尚未解决的问题上,这些问题导致非马尔可夫过程进而常规的解析法均告无效。最后,模糊逻辑技术在控制复杂的网络上也将极具研究潜力。

参 考 文 献

- 1 Driankov D, Hellendoorn H, Reinfrank M. An Introduction to Fuzzy Control. Berlin, New York: Springer-Verlag, 1993
- 2 Ghoneim H, Stidham Jr S. Optimal control of arrivals to two queues in series. *Europe. J. Operat. Res.*, 1985, 21: 399~409
- 3 Stidham Jr S. Optimal control of admission to a queueing system. *IEEE Trans. Automa. Contr.*, 1985, AC-30(8): 705~713
- 4 Stidham Jr S, Weber R. A survey of Markov decision models for control of networks of queues. *Queueing Syst.*, 1993, 13: 291~314
- 5 Zhang R, Phllis Y A. A fuzzy approach to the flow control problem. *J. Intelligent and Fuzzy Systems*, 1998, 6(6): 447~458
- 6 Zhang R, Phllis Y A. Fuzzy control of queueing systems with heterogeneous servers. *IEEE Trans. Fuzzy Systems*, 1999, 7(1): 17~26
- 7 Zhang R, Phllis Y A. Fuzzy service rate control of queueing systems. *IEEE Trans. Systems, Man, and Cybernetics Part B*, 1999, 29(4): 503~517.
- 8 Zhu X, Zhang R. Fuzzy scheduling of coupled customers to a queueing network with parallel servers. *J. System Science & System Engineering*, 1998, 7(4): 129~134
- 9 Bell C, Stidham Jr S. Individual versus social optimization in the allocation of customers to alternative servers. *Man. Sci.*, 1983, 29(7): 831~839
- 10 Stidham Jr S. Socially and individually optimal control of arrivals to a GI/M/1 queue. *Man. Sci.*, 1978, 24(15): 1598~1610

张润彤 博士后,副教授。其研究兴趣为古典及现代控制理论及其在运筹学、生产工程和高速通信领域中的应用。

朱晓敏 双硕士,副教授。其研究兴趣为电子电气工程、经济学,以及工程控制理论在经济管理中的应用。