

不确定离散时间系统的变结构控制设计

翟长连 吴智铭

(上海交通大学自动化系 上海 200030)

摘 要 讨论了利用离散趋近律设计不确定离散时间系统的变结构控制问题,分析了离散趋近律系数造成系统颤振的原因,给出了改进的离散趋近律,并利用它设计了变结构控制律,对不确定部分建立灰色估计模型,估计出参数值. 仿真结果表明该方法是可行的,有效地防止了系统的颤振和不确定因素的影响.

关键词 不确定离散时间系统,变结构控制,离散趋近律,灰色模型

VARIABLE STRUCTURE CONTROL DESIGN FOR UNCERTAIN DISCRETE TIME SYSTEMS

ZHAI Changlian WU Zhiming

(Department of Automation, Shanghai Jiao Tong University, Shanghai 200030)

Abstract In this paper, the design of variable structure control (VSC) of uncertain discrete time systems using discrete reaching law is discussed. The reason for the discrete reaching law to cause system chattering is given and an improved discrete reaching law is developed, by which the VSC is obtained straightforward. A grey estimating model is built for the uncertain part and thus values of parameters are obtained. Simulation results are presented to illustrate that the method presented in the paper is feasible and asymptotic stability of the closed system is ensured.

Key words Uncertain discrete time systems, variable structure control, discrete reaching law, grey model.

1 引言

变结构控制是一种能用来处理线性和非线性系统的鲁棒控制方法,由于变结构系统中的滑动模态具有不变性,即它与系统的摄动和外干扰无关,这种理想的鲁棒性引起了控制界的极大关注,并且已得到了很大的发展. 随着计算机技术的飞速发展和工业自动化等领域的实际需要,控制算法的实现经常利用数字计算机,所以很有必要在离散领域研究变结构控制.

近年来,针对离散时间系统的变结构控制理论与设计的文献逐渐增多,对离散变结构控制的特有性质的研究也逐步深入,并且取得了巨大的成果^[1-8].

文献[1,2]中指出利用离散趋近律设计离散系统的变结构控制律,具有诸多的优越性.但本文分析指出受离散趋近律的参数和离散时间系统采样周期的影响,系统会出现很大的颤振,不能保证系统的渐近稳定性.在分析了离散趋近律系数造成系统颤振的原因后,给出了改进的离散趋近律.由于不确定部分对运动的影响不能忽视,而对于不确定系统的控制器、常规的控制器是按不确定量的上界设计控制器参数^[4,7,8],也就是说,它是按最坏情况设计的,存在不少缺点^[3].本文利用文献[3]采用的灰色模型方法,对不确定部分建立灰色估计模型,在有限步数后,根据估计的参数对不确定部分进行一定的补偿,以减小其影响.

2 变结构控制设计

考虑如下的单输入不确定离散时间系统:

$$\mathbf{x}(k+1) = A\mathbf{x}(k) + \mathbf{b}u(k) + \mathbf{b}D(\mathbf{x},k), \quad (1)$$

式中 $\mathbf{x} \in R^n, u \in R, D(\mathbf{x},k) \in R, A$ 为 $n \times n$ 矩阵, \mathbf{b} 为 n 维列向量, $D(\mathbf{x},k)$ 代表不确定部分,且 $D(\mathbf{x},k) = \mathbf{v}\mathbf{x}(k) + d = v_1x_1(k) + v_2x_2(k) + \dots + v_nx_n(k) + d, v_1, v_2, \dots, v_n, d$ 为未知数,显然满足完全匹配条件^[2],并假设 $D(\mathbf{x},k)$ 是有界的.

本文设计系统(1)的变结构控制器

$$u(k) = \begin{cases} u^+(\mathbf{x}(k)), & s(\mathbf{x}(k)) > 0, \\ u^-(\mathbf{x}(k)), & s(\mathbf{x}(k)) < 0 \end{cases}$$

使系统能渐近稳定,其中 $s(k) = s(\mathbf{x}(k)) = \mathbf{c}^T\mathbf{x}(k)$ 是切换函数.

文献[1,2]提出的离散趋近律为

$$s(k+1) = (1 - \tau\delta)s(k) - \epsilon\tau s \operatorname{sgn}s(k), \quad (2)$$

式中 $0 < \tau\delta < 1, \epsilon > 0, \tau$ 为采样周期.式(2)中的系数 δ, ϵ 是可选的, ϵ 越小切换带的厚度就越小^[1,2].

由 $s(k+1) = \mathbf{c}^T\mathbf{x}(k+1)$ 和(1)式,可得

$$s(k+1) = \mathbf{c}^T\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{c}^TA\mathbf{x}(k) + \mathbf{c}^T\mathbf{b}u(k) + \mathbf{c}^T\mathbf{b}D(\mathbf{x},k),$$

代入趋近律(2)得

$$(1 - \tau\delta)s(k) - \epsilon\tau s \operatorname{sgn}s(k) = \mathbf{c}^TA\mathbf{x}(k) + \mathbf{c}^T\mathbf{b}u(k) + \mathbf{c}^T\mathbf{b}D(\mathbf{x},k).$$

假设变结构可控性条件 $\mathbf{c}^T\mathbf{b} \neq 0$ 成立,从上式就可求出变结构控制

$$u = u^\pm(k) = -(\mathbf{c}^T\mathbf{b})^{-1}[\mathbf{c}^TA\mathbf{x}(k) + (\tau\delta - 1)s(k) + \epsilon\tau s \operatorname{sgn}s(k)] - D(\mathbf{x},k).$$

由于 $D(\mathbf{x},k)$ 是未知的,在实际应用中要估计出 $D(\mathbf{x},k)$ 的值,不妨记估计所得的值为 $\hat{D}(\mathbf{x},k) = \hat{\mathbf{v}}\mathbf{x}(k) + \hat{d}$,所以上式即为

$$u = u^\pm(k) = -(\mathbf{c}^T\mathbf{b})^{-1}[\mathbf{c}^TA\mathbf{x}(k) + (\tau\delta - 1)s(k) + \epsilon\tau s \operatorname{sgn}s(k)] - \hat{D}(\mathbf{x},k). \quad (3)$$

由文献[2]可知,无论切换函数 $s(k) = s(\mathbf{x}(k)) = \mathbf{c}^T\mathbf{x}(k)$ 的确定还是理想准滑动模态及其稳定性,都和没有摄动及干扰时完全一样,当摄动及干扰有界,且其界不大时,利用此控制器所得的闭环控制系统是渐近稳定的.

3 离散趋近律存在的问题

对(2)式显然有

引理1. 对任意初始值 $s(0) \neq 0$, 式(2)不可能存在常数 $h \neq 0$, 使得

$$s(k) = s(k+1) = \dots = h \neq 0.$$

引理2. 对于式(2), 存在常数 $h = \frac{\varepsilon\tau}{2-\delta\tau} > 0$, 使得对 $\forall k \in N$, 若 $s(k) = h$, 则有

$$s(k) = -s(k+1) = s(k+2) = \dots.$$

定理1. 对于式(2), 对任意初始值 $s(0) \neq 0$, 当 $k \rightarrow \infty$, $|s(k)| \rightarrow \frac{\varepsilon\tau}{2-\delta\tau}$, 且当 $|s(k)| = \frac{\varepsilon\tau}{2-\delta\tau}$ 时, 有 $s(k+1) = -s(k)$.

证明. 由 $s(k+1) = (1-\tau\delta)s(k) - \varepsilon\tau \operatorname{sgn}s(k)$, $s(0) \neq 0$, 得

$$s(k+1) = (1 - \tau\delta - \frac{\varepsilon\tau}{|s(k)|})s(k) = qs(k),$$

式中 $q = 1 - \tau\delta - \frac{\varepsilon\tau}{|s(k)|}$, 显然 $q < 1$. 当 $|s(k)| > \frac{\varepsilon\tau}{2-\delta\tau}$ 时, 有

$$q > 1 - \tau\delta - \frac{\varepsilon\tau}{\varepsilon\tau/(2-\delta\tau)} = -1,$$

即有 $q > -1$. 所以有 $|q| < 1$, 知 $|s(k+1)| < |s(k)|$, 即 $|s(k)|$ 是递减的. 当 $|s(k)| < \frac{\varepsilon\tau}{2-\delta\tau}$ 时, 有

$$q < 1 - \tau\delta - \frac{\varepsilon\tau}{\varepsilon\tau/(2-\delta\tau)} = -1,$$

即有 $q < -1$, 所以有 $|q| > 1$, 知 $|s(k+1)| > |s(k)|$, 即 $|s(k)|$ 是递增的. 当 $|s(k)| = \frac{\varepsilon\tau}{2-\delta\tau}$ 时, 由引理2, 有

$$s(k+2) = -s(k+1) = s(k).$$

综上所述 $|s(k)|$ 的值无限接近 $\frac{\varepsilon\tau}{2-\delta\tau}$, 一旦有 $|s(k)| = \frac{\varepsilon\tau}{2-\delta\tau}$, 就进入振荡状态. 命题得证.

由定理1可知, $s(k)$ 的值完全受 $\varepsilon, \delta, \tau$ 的影响, 主要是受 ε, τ 的影响, 只要当 ε, τ 足够小时, $|s(k)|$ 的范围才能变得很小.

定理2. 对系统(1), 利用变结构控制器(3)所得的闭环系统, 对任意初始值 $x(0) \neq 0$, 当 $k \rightarrow \infty$, 有 $x(k+1) = -x(k)$, 且有

$$\begin{aligned} x(k) = & [A + I + b(v - \hat{v}) - b(c^T b)^{-1} c^T A]^{-1} [b(c^T b)^{-1} ((\tau\delta - 1)s(k) \\ & + \varepsilon\tau \operatorname{sgn}s(k)) - b(d - \hat{d})], \end{aligned} \quad (4)$$

式中 $|s(k)| = \frac{\varepsilon\tau}{2-\delta\tau}$.

证明. 对于系统(1), 可知存在非奇异变换 $\tilde{x}(k) = Wx(k)$, 使它变换成简约形, 即有

$$\tilde{x}(k+1) = \tilde{A}\tilde{x}(k) + \tilde{b}[u(k) + D(\tilde{x}, k)], \text{ 其中 } \tilde{A} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix}, \tilde{b} = \begin{bmatrix} 0 \\ b_2 \end{bmatrix},$$

也即有 $x_1(k+1) = A_{11}x_1(k) + A_{12}x_2(k)$, (5a)

$x_2(k+1) = A_{21}x_1(k) + A_{22}x_2(k) + b_2[u(k) + D(\tilde{x}, k)]$, (5b)

其中 $\tilde{\mathbf{x}} = [\mathbf{x}_1, x_2]^T$, \mathbf{x}_1 为 $n-1$ 维向量, x_2 为标量, b_2 为正常数. 设切换面函数为

$$\tilde{s}(k) = \tilde{\mathbf{c}}^T \tilde{\mathbf{x}}(k) = \mathbf{c}_1^T \mathbf{x}_1(k) + x_2(k), \quad (6)$$

其中 $\tilde{\mathbf{c}}^T = [\mathbf{c}_1^T, 1]$. 若滑动模态位于切换面上, 有

$$\mathbf{c}_1^T \mathbf{x}_1(k) + x_2(k) = 0. \quad (7)$$

将式(7)代入式(5a), 得

$$\mathbf{x}_1(k+1) = (A_{11} - A_{12}\mathbf{c}_1^T)\mathbf{x}_1(k). \quad (8)$$

若 (A, \mathbf{b}) 可控, 则 (A_{11}, A_{12}) 也可控, 因此可以选择 \mathbf{c}_1 使得(8)式渐近稳定. 这样就确定了切换函数 $\tilde{s}(\mathbf{x}) = [\mathbf{c}_1^T, 1]\mathbf{x} = \tilde{\mathbf{c}}^T \mathbf{x}$, 它保证理想准滑动模态的渐近稳定^[1,2].

然而, 由定理1可知, $s(k)$ 并不等于零. 由 $s(k), \tilde{s}(k)$ 具有相同的性质, 故 $\tilde{s}(k)$ 也不等于零, 若取 $0 < \epsilon < 0.5$, 存在足够大 $N > 1, h_1 > 0$ 为常数. 当 $k \geq N$ 时, 有 $|\tilde{s}(k) - h_1| < \epsilon$, 且有 $s(k)s(k+1) < 0$. 不失一般性, 假设 $\tilde{s}(N) = h_1 + \epsilon_0 > 0$, 则由式(6)可得 $x_2(N) = h_1 + \epsilon_0 - \mathbf{c}_1^T \mathbf{x}_1(N)$, 代入(5a)得

$$\mathbf{x}_1(N+1) = (A_{11} - A_{12}\mathbf{c}_1^T)\mathbf{x}_1(N) + A_{12}h_1 + A_{12}\epsilon_0.$$

又 $\tilde{s}(N+1) = -h_1 - \epsilon_1, x_2(N+1) = -h_1 - \epsilon_1 - \mathbf{c}_1^T \mathbf{x}_1(N+1)$, 则

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_1(N+2) &= (A_{11} - A_{12}\mathbf{c}_1^T)\mathbf{x}_1(N+1) - A_{12}h_1 - A_{12}\epsilon_1 = \\ &= (A_{11} - A_{12}\mathbf{c}_1^T)^2\mathbf{x}_1(N) + [(A_{11} - A_{12}\mathbf{c}_1^T) - I]A_{12}h_1 + (A_{11} - A_{12}\mathbf{c}_1^T)A_{12}\epsilon_0 - A_{12}\epsilon_1 \\ &\quad \vdots \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_1(N+n) &= (A_{11} - A_{12}\mathbf{c}_1^T)\mathbf{x}_1(N+n-1) + (-1)^{n-1}A_{12}(h_1 + \epsilon_{n-1}) = \\ &= (A_{11} - A_{12}\mathbf{c}_1^T)^n\mathbf{x}_1(N) + [(-1)^{n-1}[I + (A_{11} - A_{12}\mathbf{c}_1^T)^n][I + \\ &\quad (A_{11} - A_{12}\mathbf{c}_1^T)]^{-1}A_{12}h_1 + (A_{11} - A_{12}\mathbf{c}_1^T)^{n-1}A_{12}\epsilon_0 - \\ &\quad (A_{11} - A_{12}\mathbf{c}_1^T)^{n-2}A_{12}\epsilon_1 + \dots + (-1)^{n-1}A_{12}\epsilon_{n-1}. \end{aligned}$$

由于 \mathbf{c}_1 的选择使(8)式渐近稳定, 故当 $n \rightarrow \infty$ 时, 有 $(A_{11} - A_{12}\mathbf{c}_1^T)^n \rightarrow 0$; 又当 $n \rightarrow \infty$ 时, 有 $\tilde{s}(n) \rightarrow h_1$, 故 $\epsilon_{n-1} \rightarrow 0$, 则有

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_1(N+n) &= (-1)^{n-1}[I + (A_{11} - A_{12}\mathbf{c}_1^T)]^{-1}A_{12}h_1, \\ \mathbf{x}_2(N+n) &= (-1)^{n-1}h_1 - \mathbf{c}_1^T \mathbf{x}_1(N+n) = \\ &= (-1)^{n-1}[1 - \mathbf{c}_1^T(I + (A_{11} - A_{12}\mathbf{c}_1^T))^{-1}A_{12}]h_1, \end{aligned}$$

所以有 $\mathbf{x}_1(N+n) = -\mathbf{x}_1(N+n+1), x_2(N+n) = -x_2(N+n+1)$.

由以上分析可知, 当 $k \rightarrow \infty$ 时, 有 $\mathbf{x}(k+1) = -\mathbf{x}(k)$.

把(3)式代入(1)式, 得

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(k+1) &= A\mathbf{x}(k) - \mathbf{b}(\mathbf{c}^T \mathbf{b})^{-1}[\mathbf{c}^T A\mathbf{x}(k) + (\tau\delta - 1)s(k) + \epsilon\tau \text{sgn}s(k)] - \\ &\quad \mathbf{b}\hat{D}(\mathbf{x}, k) + \mathbf{b}D(\mathbf{x}, k). \end{aligned}$$

因为当 $k \rightarrow \infty$ 时, 有 $s(k+1) = -s(k), |s(k)| = h = \frac{\epsilon\tau}{2-\delta\tau}, \mathbf{x}(k+1) = -\mathbf{x}(k)$, 代入上式, 整理后即可得(4)式. 故定理得证.

从定理1和定理2可知, 利用式(2)设计的变结构控制, 系统并没有趋向平衡点零, 而是在两点间作振荡, 当然只要 ϵ 或 τ 值足够小, 系统状态的值也就非常接近平衡点零.

4 改进的变结构控制

由前面分析可知,在离散趋近律中,系数 ϵ 的作用非常巨大, ϵ 值的减小,将相对地降低系统的颤振,但 ϵ 值太小,影响系统到达切换面的趋近速度,同时由于技术、设备等因素,采样周期 τ 也不可能取得很小,理想的 ϵ 值应该是时变的,即系统运动开始时 ϵ 值应大一些,随着时间的增加, ϵ 值应逐步减小.由定理1证明可知,只有使 $|s(k)| > \frac{\epsilon\tau}{2-\delta\tau}$ 时,

$s(k)$ 值才会递减,即要求 $|1-\tau\delta - \frac{\epsilon\tau}{|s(k)|}| < 1$,而 $1-\tau\delta - \frac{\epsilon\tau}{|s(k)|} < 1$ 是显然的,若要求

$$1 - \tau\delta - \frac{\epsilon\tau}{|s(k)|} > -1, \text{ 即有 } \tau\delta + \frac{\epsilon\tau}{|s(k)|} < 2, \text{ 得}$$

$$\epsilon < \frac{1}{\tau}(2 - \tau\delta)|s(k)|. \quad (9)$$

从(9)式可看出,为使 $s(k) \rightarrow 0$, ϵ 值应是时变的,即随 $|s(k)|$ 的值变化而变化.

为了简单,本文取 $\epsilon = \frac{|s(k)|}{2}$,它满足 $\epsilon < \frac{1}{\tau}(2 - \tau\delta)|s(k)|$,当 $\tau \leq 2$ 时,则可得改进的离散趋近律为

$$s(k+1) = (1 - \tau\delta)s(k) - \frac{|s(k)|}{2}\tau\text{sgns}(k). \quad (10)$$

变结构控制为

$$u = u^\pm(k) = -(\mathbf{c}^T \mathbf{b})^{-1}[\mathbf{c}^T \mathbf{A} \mathbf{x}(k) + (\tau\delta - 1)s(k) + \frac{|s(k)|}{2}\tau\text{sgns}(k)] - \hat{D}(\mathbf{x}, k). \quad (11)$$

5 控制律的实现

控制律(11)对式(3)作了改进,但它还是不能实际应用,因式中 $\hat{D}(\mathbf{x}, k)$ 是未知的,本文引入利用灰色估计器^[3]求解 $D(\mathbf{x}, k)$ 的方法,下面给出控制律(11)的实现步骤:

控制分两个阶段:

第一阶段.取 $\hat{D}(\mathbf{x}, k) = 0$,即 $\hat{\mathbf{v}} = [0 \ 0 \ \dots \ 0]$, $\hat{d} = 0$,并在 $n+1$ 步内,建立并计算下述数列

$$\mathbf{x}_i^{(0)} = (x_i(0)x_i(1)\dots x_i(N)), \quad i = 1, 2, \dots, n; N = n + 1.$$

$$\mathbf{x}_i^{(1)} = (x_i^{(1)}(0)x_i^{(1)}(1)\dots x_i^{(1)}(N-1)), \quad i = 1, 2, \dots, n; N = n + 1,$$

式中 $x_i^{(1)}(k) = \sum_{l=0}^k x_i(l)$, $i = 1, 2, \dots, n$. 计算 $D(\mathbf{x}, k)$ 如下

$$\begin{aligned} s(k+1) &= \mathbf{c}^T \mathbf{x}(k+1) = \mathbf{c}^T \mathbf{A} \mathbf{x}(k) + \mathbf{c}^T \mathbf{b} u(k) + \mathbf{c}^T \mathbf{b} D(\mathbf{x}, k) = \\ &= \mathbf{c}^T \mathbf{A} \mathbf{x}(k) - \mathbf{c}^T \mathbf{A} \mathbf{x}(k) - (\tau\delta - 1)s(k) - \frac{|s(k)|}{2}\tau\text{sgns}(k) + \mathbf{c}^T \mathbf{b} D(\mathbf{x}, k) = \\ &= (1 - \tau\delta)s(k) - \frac{|s(k)|}{2}\tau\text{sgns}(k) + \mathbf{c}^T \mathbf{b} D(\mathbf{x}, k), \end{aligned}$$

则有 $s(k+1) - (1 - \tau\delta)s(k) + \frac{|s(k)|}{2}\tau\text{sgns}(k) = \mathbf{c}^T \mathbf{b} D(\mathbf{x}, k)$,

得 $D(\mathbf{x}, k) = (\mathbf{c}^T \mathbf{b})^{-1} [s(k+1) - (1 - \tau\delta)s(k) + \frac{|s(k)|}{2} \tau \text{sgn}s(k)]$.

可计算离散数列向量

$$\bar{\mathbf{d}}^{(0)} = (D(0) D(1) \cdots D(N-1))^T,$$

$$\bar{\mathbf{d}}^{(1)} = (D^{(1)}(0) D^{(1)}(1) \cdots D^{(1)}(N-1))^T,$$

其中 $\bar{\mathbf{d}}^{(1)}(k) = \sum_{l=0}^k D(l)$. 由此可见, 在 N 步后, 即可估计出灰色模型

$$D^{(1)}(\mathbf{x}, k) = v_1 x_1^{(1)}(k) + v_2 x_2^{(1)}(k) + \cdots + v_n x_n^{(1)}(k) + d^{(1)}(k)$$

的参数向量 $\hat{\mathbf{v}} = (\hat{v}_1 \hat{v}_2 \cdots \hat{v}_n)$, \hat{d} , 其中 $d^{(1)}(k) = \sum_{l=0}^k d(l)$. 可按最小二乘法公式, 求得

$[\hat{\mathbf{v}} \hat{d}]^T = (B^T B)^{-1} B^T \bar{\mathbf{d}}^{(1)}$, 式中

$$B = \begin{bmatrix} x_1^{(1)}(0) & \cdots & x_n^{(1)}(0) & 1 \\ x_1^{(1)}(1) & \cdots & x_n^{(1)}(1) & 2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ x_1^{(1)}(N-1) & \cdots & x_n^{(1)}(N-1) & N \end{bmatrix},$$

并要求 $|\det(B^T B)| > \epsilon > 0$, 转入2).

第二阶段. 在 $n+1$ 步后, $\hat{D}(\mathbf{x}, k) = \sum_{i=1}^n \hat{V}_i x_i + \hat{d}$.

6 数值仿真

考虑如下的不确定离散系统

$$\mathbf{x}(k+1) = A\mathbf{x}(k) + \mathbf{b}u(k) + \mathbf{b}(V_1 x_1(k) + V_2 x_2(k) + d) =$$

$$\begin{bmatrix} 0.9999 & 0.0101 \\ -0.0101 & 1.0202 \end{bmatrix} \mathbf{x}(k) + \begin{bmatrix} 0.02 \\ 0.01 \end{bmatrix} u(k) + \begin{bmatrix} 0.02 \\ 0.01 \end{bmatrix} (2x_1(k) + x_2(k) - 1.5),$$

采样周期 $\tau = 0.01$, $\mathbf{x}_0 = [0.02 \quad 0.01]^T$, $\epsilon = 0.005/\tau$, $\delta = 10$, $\mathbf{c} = [21.5832 \quad -42.2751]^T$, 利用(3)式做变结构控制器(即改进前的控制器), 用第5部分的控制器实现步骤仿真, 所得结果见图1(a)—图1(d), 图1(b)中的虚线表示的值为 $\pm h = \pm \frac{\epsilon\tau}{2-\delta\tau} = \pm 0.0026$, 图1(c)、(d)中的虚线表示的值是由(5)式计算所得, $\mathbf{x} = \pm [0.0059 \quad 0.0030]^T$. 由仿真结果可知, $|s(k)|$ 的值趋向 h , 和定理1的结论相符, 同样对于状态响应值也符合定理2, 系统出现了振荡, 状态没有趋向平衡点零.

利用(11)式做变结构控制器作仿真, 仿真结果见图2(a)—图2(d), 图中实线表示利用第5部分的控制器实现步骤仿真的, 虚线表示取 $\hat{D}(\mathbf{x}, k) = 0$, 即控制中不考虑不确定的影响时仿真的. 从图1和图2(实线)可知道, 利用(11)式无论是系统的控制量还是系统的性能都优于利用式(3)的结果, 利用(11)式系统状态并不出现振荡, 而是渐近地趋向平衡点零, 同样, 从图2可知, 利用灰色模型估计出不确定部分的参数作补偿有效地减少了不确定部分的影响. 以上的仿真程序都是利用 Matlab4.0 编制的.

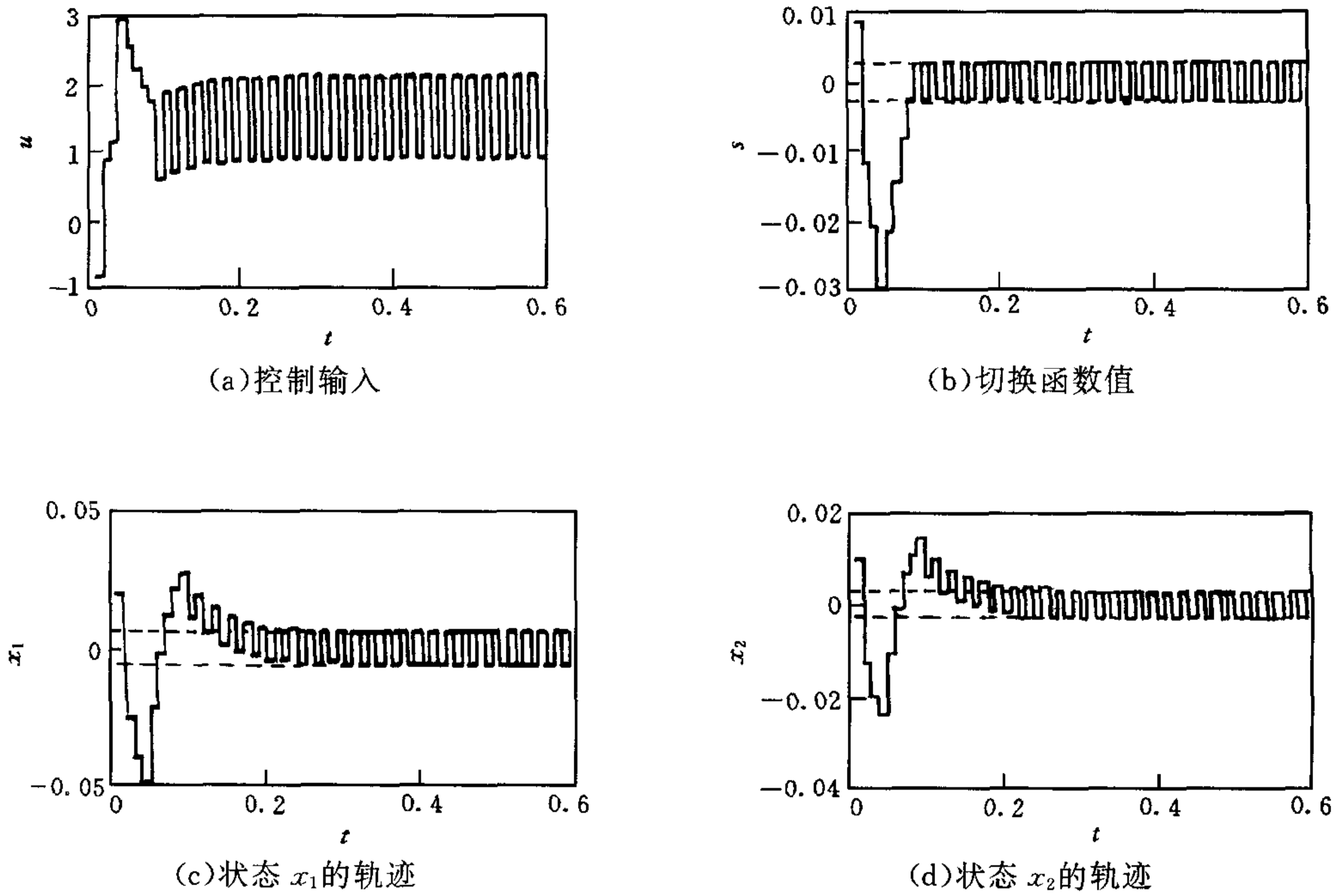


图1 利用(3)式的变结构控制器仿真结果

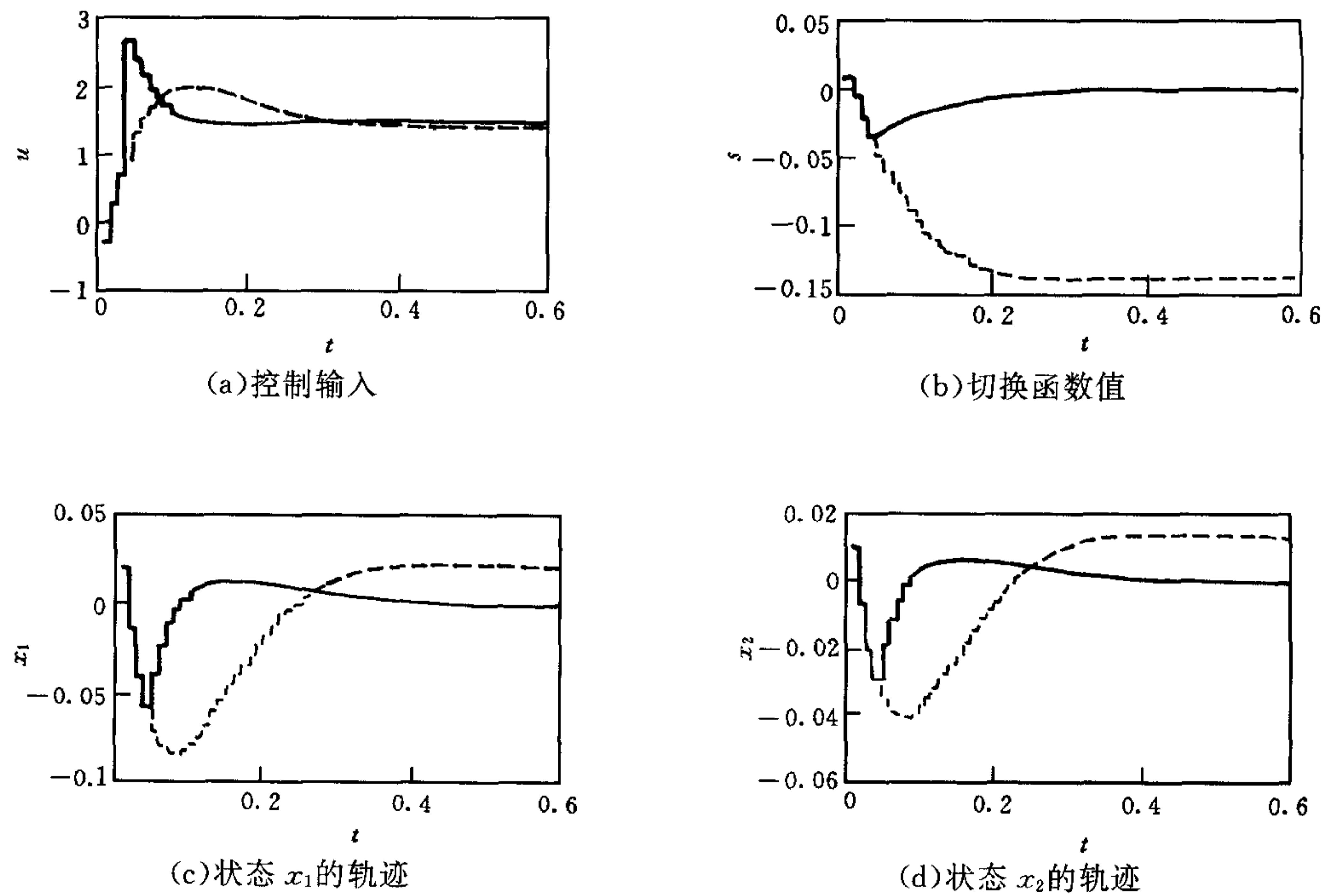


图2 利用(11)式的变结构控制器的仿真结果

7 小结

本文讨论了单输入不确定的离散时间系统的变结构控制设计问题,分析了文献[1,2]提出的利用离散趋近律设计变结构控制造成系统颤振的原因,给出改进了的离散趋近律,并把它和灰色估计器结合起来设计不确定系统的变结构控制.仿真结果表明该方法是有用的,保证了闭环系统的渐近稳定性.本文的方法也可推广到多输入系统.

参 考 文 献

- 1 高为炳. 离散时间系统的变结构控制. 自动化学报, 1995, **21**(2):154~161
- 2 高为炳著. 变结构控制的理论及设计方法. 北京:科学出版社, 1996, 278~299
- 3 姚琼荟, 黄继起, 吴汉松编著. 变结构控制系统. 重庆:重庆大学出版社, 1997, 178~192
- 4 Furuta K. Sliding mode control of a discrete system. *Systems & Control Letters*, 1990, **14**:145~152
- 5 Feng Zhao, Vadim I Utkin. Adaptive simulation and control of variable-structure control systems in sliding regimes. *Automatica*, 1996, **32**(7):1037~1042
- 6 Pan Y, Furuta K. Discrete-time VSS controller design. *Int J of Robust and Nonlinear Control*, 1997, **7**(4):373~386
- 7 Hsu L. Smooth sliding control of uncertain systems based on a prediction error. *Int J of Robust and Nonlinear Control*, 1997, **7**(4):353~372
- 8 Wang W J, Wu G H, Yang D C. Variable structure control design for uncertain discrete-time systems. *IEEE AC*, 1994, **39**(1):99~102

翟长连 男, 1970年出生, 现为上海交通大学自动化系博士研究生, 主要研究方向为混合动态系统、离散系统等.

吴智铭 男, 1936年生, 现为上海交通大学自动化系教授, 博士生导师, 主要研究方向为离散事件系统、混合动态系统、智能控制与决策等.