



# 基于远程预报辨识的非线性 广义预测控制算法

钟璇 王树青

(浙江大学工业控制技术国家重点实验室 杭州 310027)

(E-mail: sqwang@iipc.zju.edu.cn)

**摘要** 推导了基于远程预报辨识的非线性广义预测控制算法. 该算法在辨识基于 Hammerstein 模型的非线性过程时, 采用了预测控制算法中远程预报的思想, 并在广义预测控制器的设计上采用了新的优化指标, 这就使辨识机制与控制机制有机地结合起来, 对系统的阶次不确定有很好的鲁棒性.

**关键词** 远程预报辨识, 非线性广义预测控制, 鲁棒性.

## NONLINEAR GENERALIZED PREDICTIVE CONTROL WITH LONG-RANGE PREDICTIVE IDENTIFICATION

ZHONG Xuan WANG Shuqing

(State Key Lab of Industrial Control Technology, Zhejiang University, Hangzhou 310027)

**Abstract** A nonlinear generalized predictive control algorithm based on a Hammerstein model with long-range predictive identification is presented. The prediction used by the controller is also employed by the identification criterion, which makes the identification combine with the control scheme naturally. A new cost function is used in the generalized predictive controller design. The resulted control algorithm makes the system robust to uncertain plant order.

**Key words** Nonlinear generalized predictive control, long-range predictive identification, robustness.

## 1 引言

从1987年 Clarke 等人提出广义预测控制算法(GPC)<sup>[1]</sup>发展至今, 已成功地解决了现代控制理论碰到的许多问题, 如: 开环不稳定、非最小相位、大时滞等, 由于其在工业领域的成功应用被频频报道, GPC 获得“通用控制器”的美称.

一般的 GPC 算法假定被控对象是线性的,而基于线性模型的预测控制算法往往只适用于小范围的非线性扰动,在对象具有强非线性情况下则不适用. Hammerstein 模型结构简单,并能描述一大类化工过程的非线性特性,文献[2]选用这种模型推导了非线性广义预测控制算法(NLGPC),但它采用递推最小二乘法(RLS)估计模型参数,这种一步提前估计器是与多步提前控制算法不一致的,在某些情况下,如存在模型失配时会导致不满意的控制. 因而,本文考虑在辨识 Hammerstein 模型时采用与控制一致的策略——远程预报辨识(LRPI)<sup>[3]</sup>,其中,  $L(q^{-1})$  预滤波器的引入降低了模型失配. 在广义预测控制器设计上采用新的优化指标,使之更适于 Hammerstein 型非线性,从而改善了非线性预测控制器的性能. 本文通过仿真比较了基于 LRPI 的 NLGPC 算法和基于 RLS 的 NLGPC 算法.

## 2 Hammerstein 模型的 LRPI 算法

假定实际过程可表示为 SISO 离散 Hammerstein 模型

$$A(q^{-1})y(k) = B(q^{-1})x(k-1), x(k) = N(u(k)) = \sum_{i=1}^p r_i u^i(k), \quad (1)$$

式中  $A(q^{-1})$ 、 $B(q^{-1})$  为后移算子  $q^{-1}$  的多项式,  $A(q^{-1}) = 1 + a_1 q^{-1} + \dots + a_n q^{-n}$ ,  $B(q^{-1}) = b_0 + b_1 q^{-1} + \dots + b_m q^{-m}$ .  $y(k)$ 、 $u(k)$  分别为  $k$  时刻的过程输出及输入.  $x(k)$  为中间变量.

不失一般性,假定  $r_1 = 1$ . 将式(1)中的两式合并表示为

$$A(q^{-1})y(k) = \sum_{i=1}^p S_i(q^{-1})u^i(k-1), \quad (2)$$

其中  $S_i(q^{-1}) = r_i B(q^{-1}) = s_{i,0} + s_{i,1} q^{-1} + \dots + s_{i,m} q^{-m}$ ,  $s_{i,j} = r_i b_j$ ,  $i = 1, \dots, p$ ,  $j = 0, \dots, m$ .

过程模型表示为

$$\hat{A}(q^{-1})y(k) = \hat{B}(q^{-1})x(k-1) + \xi(k)T(q^{-1})/\Delta, x(k) = N(u(k)) = \sum_{i=1}^p \hat{r}_i u^i(k) \quad (3)$$

式中  $\xi(k)$  是零均值、不相关的随机序列,  $T(q^{-1})$  是观测器的噪声多项式,  $\Delta = 1 - q^{-1}$ . 同理,将(3)中的两式合并可得

$$\hat{A}(q^{-1}) \frac{\Delta}{T(q^{-1})} y(k) = \sum_{i=1}^p \hat{S}_i(q^{-1}) \frac{\Delta}{T(q^{-1})} u^i(k-1) + \xi(k), \quad (4)$$

其中  $\hat{S}_i(q^{-1}) = \hat{r}_i \hat{B}(q^{-1}) = \hat{s}_{i,0} + \hat{s}_{i,1} q^{-1} + \dots + \hat{s}_{i,m} q^{-m}$ ,  $\hat{s}_{i,j} = \hat{r}_i \hat{b}_j$ ,  $i = 1, \dots, p$ ,  $j = 0, \dots, m$ .

方程(4)可重写为

$$\hat{A}(q^{-1})y^f(k) = \sum_{i=1}^p \hat{S}_i(q^{-1})(u^i(k-1))^f + \xi(k), \quad (5)$$

式中  $y^f(k)$ 、 $u^f(k)$  为被  $\frac{\Delta}{T(q^{-1})}$  滤波的输出、输入. (5)式可化为

$$y^f(k) = \Phi^T(k)\hat{\Theta} + \xi(k), \quad (6)$$

式中  $\Phi^T(k) = [-y^f(k-1)\dots -y^f(k-n)u^f(k-1)\dots u^f(k-1-m)\dots$

$$(u^p(k-1))^f \dots (u^p(k-1-m))^f],$$

$$\hat{\Theta}^T = [\hat{a}_1 \hat{a}_2 \dots \hat{a}_n \hat{s}_{1,0} \dots \hat{s}_{1,m} \dots \hat{s}_{p,0} \dots \hat{s}_{p,m}].$$

LRPI 采用的优化函数为<sup>[3]</sup>

$$J_{\text{LRPI}} = \frac{1}{N - N_2} \sum_{k=1}^{N-N_2} \frac{1}{N_2} \sum_{j=1}^{N_2} [y(k+j) - \hat{y}(k+j|k)]^2, \quad (7)$$

式中  $y(k+j)$  是  $k+j$  时刻的实际输出,  $\hat{y}(k+j|k)$  是在  $k$  时刻对  $y(k+j)$  作出的预测,  $N_2$  为预测时域,  $N$  为辨识数据长度. 而 RLS 的优化目标为

$$J_{\text{LS}} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N [y(k+1) - \hat{y}(k+1|k)]^2. \quad (8)$$

从方程(7)可看出,其辨识的目标是  $N_2$  步提前预测,这也正是远程预测辨识的机理所在. 而我们所熟知 RLS 方法只关心一步提前预测,在存在模型失配的情况下,RLS 方法会降低 NLGPC 的有效性. 因此,考虑用这种与预测控制策略一致的辨识方法,即 LRPI 来提供 NLGPC 所需的最佳预测.

由方程(2)推出预测方程

$$\hat{y}(k+j|k) = \frac{F_j(q^{-1})}{T(q^{-1})} y(k) + \frac{E_j(q^{-1})\Delta}{T(q^{-1})} \sum_{i=1}^p \hat{S}_i(q^{-1}) u^i(k+j-1), \quad (9)$$

式中  $F_j(q^{-1}), E_j(q^{-1})$  满足 Diophantine 方程

$$T(q^{-1}) = E_j(q^{-1})\hat{A}(q^{-1})\Delta + q^{-j}F_j(q^{-1}). \quad (10)$$

将式(9)代入式(7),得

$$J_{\text{LRPI}} = \frac{1}{N - N_2} \sum_{k=1}^{N-N_2} \frac{1}{N_2} \sum_{j=1}^{N_2} \left\{ y(k+j) - \left[ \frac{F_j(q^{-1})}{T(q^{-1})} y(k) + \frac{E_j(q^{-1})\Delta}{T(q^{-1})} \sum_{i=1}^p \hat{S}_i(q^{-1}) u^i(k+j-1) \right] \right\}^2. \quad (11)$$

又因  $\frac{E_j(q^{-1})\hat{A}(q^{-1})\Delta}{T(q^{-1})} = 1 - q^{-j} \frac{F_j(q^{-1})}{T(q^{-1})}$ ,  $y(k+j) = \sum_{i=1}^p \frac{S_i(q^{-1})}{A(q^{-1})} u^i(k+j-1)$ , 式(11)可化为

$$J_{\text{LRPI}} = \frac{1}{N - N_2} \sum_{k=1}^{N-N_2} \frac{1}{N_2} \sum_{j=1}^{N_2} \left\{ \frac{E_j(q^{-1})\hat{A}(q^{-1})\Delta}{T(q^{-1})} \sum_{i=1}^p \left[ \frac{S_i(q^{-1})}{A(q^{-1})} - \frac{\hat{S}_i(q^{-1})}{\hat{A}(q^{-1})} \right] u^i(k+j-1) \right\}^2, \quad (12)$$

同理

$$J_{\text{LS}} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \left\{ \frac{\hat{A}(q^{-1})\Delta}{T(q^{-1})} \sum_{i=1}^p \left[ \frac{S_i(q^{-1})}{A(q^{-1})} - \frac{\hat{S}_i(q^{-1})}{\hat{A}(q^{-1})} \right] u^i(k-1) \right\}^2. \quad (13)$$

若在辨识中引入辅助滤波器  $L^{[4]}$ , 则有

$$J_{\text{LS}} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \left\{ \frac{L(q^{-1})\hat{A}(q^{-1})\Delta}{T(q^{-1})} \sum_{i=1}^p \left[ \frac{S_i(q^{-1})}{A(q^{-1})} - \frac{\hat{S}_i(q^{-1})}{\hat{A}(q^{-1})} \right] u^i(k-1) \right\}^2. \quad (14)$$

在频域内将式(12), (14)改写为

$$\begin{cases} J_{\text{LRPI}} = \frac{h}{2\pi} \sum_{i=1}^p \int_{-\pi/h}^{\pi/h} \frac{1}{N_2} \sum_{j=1}^{N_2} \left| \frac{E_j \hat{A} \Delta}{T} \right|^2 \left| \frac{S_i}{A} - \frac{\hat{S}_i}{\hat{A}} \right|^2 \Phi_{u^i}(\omega) d\omega, \\ J_{\text{LS}} = \frac{h}{2\pi} \sum_{i=1}^p \int_{-\pi/h}^{\pi/h} \left| \frac{L \hat{A} \Delta}{T} \right|^2 \left| \frac{S_i}{A} - \frac{\hat{S}_i}{\hat{A}} \right|^2 \Phi_{u^i}(\omega) d\omega. \end{cases} \quad (15)$$

比较式(15)中的两式可得出

$$|L(\omega)|^2 = \frac{1}{N_2} \sum_{j=1}^{N_2} |E_j(\omega)|^2, \quad (16)$$

或 
$$M(q^{-1}) = L(q^{-1})L(q) = \frac{1}{N_2} \sum_{j=1}^{N_2} E_j(q^{-1})E_j(q). \quad (17)$$

$L(q^{-1})$ 由 Peterka 谱分解法<sup>[5]</sup>得出,具体如下:

Step 1. 令  $L=1$ .

Step 2. 将  $Q$  分解为  $Q = q^{-N_2+1} \frac{M(q^{-1})}{L(q^{-1})} + \frac{\text{Rem}}{L(q^{-1})}$ , (18)

式中  $Q$  是商,  $\text{Rem}$  是余数.

Step 3. 令  $Q_1(q^{-1}) = q^{-N_2+1}Q(q)$ , 即  $Q_1(q^{-1}) = q_{10} + q_{11}q^{-1} + \dots$ . (19)

Step 4. 令  $Q_2(q^{-1}) = \frac{Q_1(q^{-1})}{q_{10}}$ . (20)

Step 5. 转入2. 直至收敛, 即满足  $\|\text{Rem}\| \leq \epsilon$ .

Step 6. 若收敛, 则有  $L(q^{-1}) = \frac{Q_2(q^{-1})}{\sum_{i=0}^{N_2-1} q_{2i}}$ . (21)

从中, 可看出  $L$  滤波器与预测时域  $N_2$  是强相关的, 但对过程的极点多项式  $A(q^{-1})$  的变化不敏感. 这就是该算法对过程的阶次不确定有好的鲁棒性之所在. 关于  $L$  的讨论见文献[4].

由式(6)辨识出模型参数  $\hat{a}_i, \hat{s}_{i,j}$ , 进而计算出  $\hat{b}_j, \hat{r}_i$

$$\hat{b}_j = \hat{s}_{1,j}, \quad j = 0, 1, \dots, m, \quad \hat{r}_i = \frac{\sum_{j=0}^m \hat{b}_j \hat{s}_{i,j}}{\sum_{j=0}^m \hat{b}_j^2}, \quad i = 2, 3, \dots, p. \quad (22)$$

### 3 非线性广义预测控制器设计

以  $p=2$  为例, 设计预测控制器. 考虑如下的优化目标函数

$$J = \sum_{j=1}^{N_2} [\hat{y}(k+j) - w(k+j)]^2 + \sum_{j=1}^{N_u} \lambda [S_1(1)\Delta u(k+j-1) + S_2(1)\Delta u^2(k+j-1)]^2. \quad (23)$$

预测方程(9)式可重写为

$$\hat{y} = G_1 \mathbf{u} + G_2 \mathbf{u}^2 + \mathbf{f}, \quad (24)$$

式中  $\hat{y} = [\hat{y}(k+1)\hat{y}(k+2)\dots\hat{y}(k+N_2)]^T$ ,  $\mathbf{u}^i = [\Delta u^i(k)\Delta u^i(k+1)\dots\Delta u^i(k+N_u-1)]^T$ ,

$$G_{\beta} = E_j \cdot S_i, \mathbf{G}_i = [G_{1i} \ G_{2i} \ \dots \ G_{N_{ui}}]^T, G_i \equiv [\mathbf{g}_0^{(i)} \ \mathbf{g}_1^{(i)} \ \mathbf{g}_2^{(i)} \ \dots \ \mathbf{g}_{N_u-1}^{(i)}], i = 1, 2,$$

$$f(k+j) \equiv F_j y(k), \mathbf{f} = [f(k+1)f(k+2)\dots f(k+N_2)]^T.$$

方程(23)可重写为

$$J = (\mathbf{G}_1 \mathbf{u} + \mathbf{G}_2 \mathbf{u}^2 + \mathbf{f} - \mathbf{w})^T (\mathbf{G}_1 \mathbf{u} + \mathbf{G}_2 \mathbf{u}^2 + \mathbf{f} - \mathbf{w}) + \lambda [S_1(1)\mathbf{u} + S_2(1)\mathbf{u}^2]^T [S_1(1)\mathbf{u} + S_2(1)\mathbf{u}^2]. \quad (25)$$

令  $z \equiv G_1 u + G_2 u^2 + f - w, v \equiv S_1(1)u + S_2(1)u^2,$

$$\frac{\partial J}{\partial u_i} = 2z^T \frac{\partial z}{\partial u_i} + 2\lambda v^T \frac{\partial v}{\partial u_i}, \tag{26}$$

$$\frac{\partial J}{\partial u} = [2z^T g_0^{(1)} 2z^T g_1^{(1)} \dots 2z^T g_{N_u-1}^{(1)}] + [4u_0 z^T g_0^{(2)} 4u_1 z^T g_1^{(2)} \dots 4u_{N_u-1} z^T g_{N_u-1}^{(2)}] + 2\lambda[S_1(1)u + S_2(1)u^2]^T[S_1(1) + 2S_2(1)u], \tag{27}$$

即  $\frac{\partial J}{\partial u} = 2z^T G_1 + 4z^T G_2 \text{diag}(u) + 2\lambda[S_1(1)u + S_2(1)u^2]^T[S_1(1) + 2S_2(1)u].$   $\tag{28}$

综合预测方程(24),令  $\frac{\partial J}{\partial u} = 0,$ 由牛顿迭代算法求解出控制量  $u.$ 若  $p = n > 2,$ 可能会求出多个实根,必须从中选出适当的值作为输入量.为保证系统的闭环稳定性,取其中最接近稳态时的输入值.

基于 LRPI 的 NLGPC 算法如图1所示.

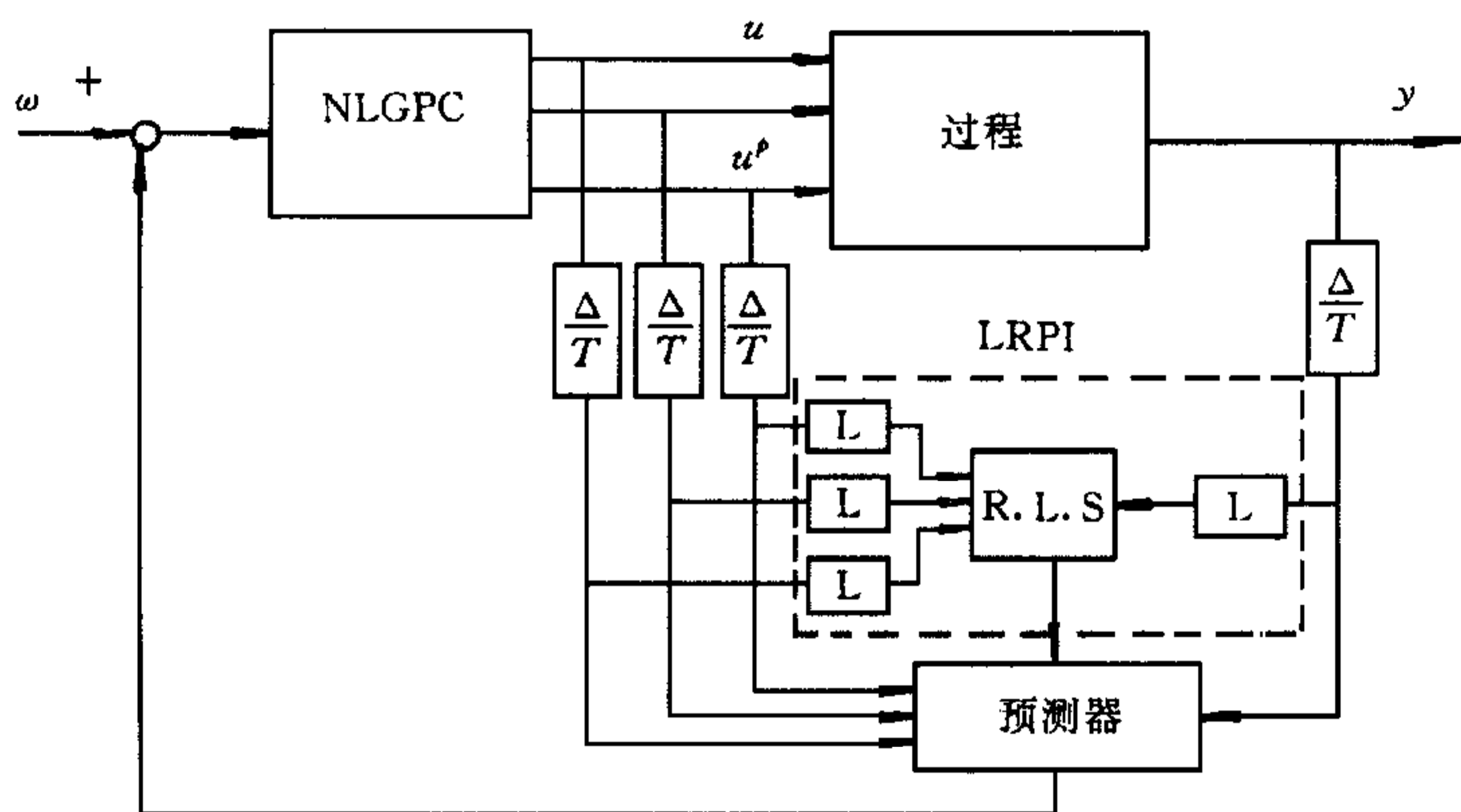


图1 基于 LRPI 的闭环 NLGPC 算法

### 4 闭环特性分析

以上讨论的非线性算法也可看成是先由线性 GPC 控制律算出伪输入信号  $x,$ 再由牛顿迭代算法求解出控制量  $u.$

闭环系统结构可表示为一个线性 GPC 控制器和非线性静态部分.

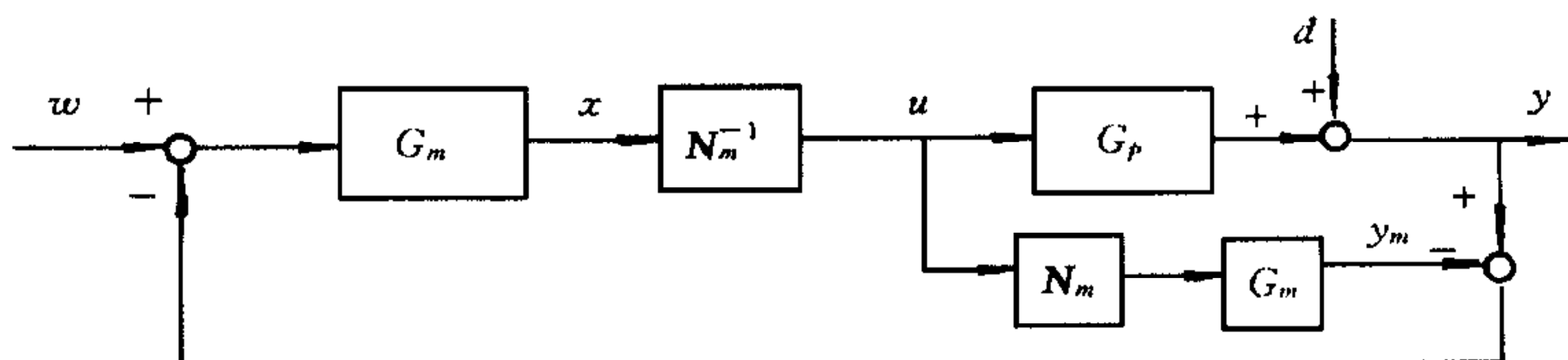


图2 闭环系统结构图

闭环系统传递函数为

$$y = \frac{G_c G_p N_m^{-1}}{1 + G_c G_p N_m^{-1} - G_c G_m} w + \frac{1 - G_m G_c}{1 + G_c G_p N_m^{-1} - G_c G_m} d. \tag{29}$$

性质1. (稳定性)若模型精确,即  $G_p = G_m \cdot N_m,$ 则闭环系统稳定的条件是控制器

$G_c(q^{-1})$ 和对象  $G_p(q^{-1})$ 同时稳定.

说明. 从式(29)可看出, 当模型与对象之间不存在失配, 系统的输入传递函数仅取决于前向通道, 所以只要控制器和对象稳定, 就能使闭环系统稳定.

性质2. (完全控制器)若对象为稳定的非最小相位过程且模型精确, 取控制器  $G_c(q^{-1}) = G_m^{-1}(q^{-1})$ , 则  $w = y$ .

性质3. (无静差性)若  $G_c(1) = \frac{1}{G_m(1)}$ , 且闭环系统稳定, 则系统对阶跃输入  $w$  及常值扰动  $d$  均不存在输出静差.

由式(29)易证.

### 5 仿真研究

假定非线性的受控过程为

$$y(k) = \frac{0.0037q^{-1} + 0.0717q^{-2} + 0.0078q^{-3}}{1 - 1.3422q^{-1} + 0.4455q^{-2} - 0.045q^{-3}}x(k - 1), x(k) = u(k) + 0.5u^2(k). \tag{30}$$

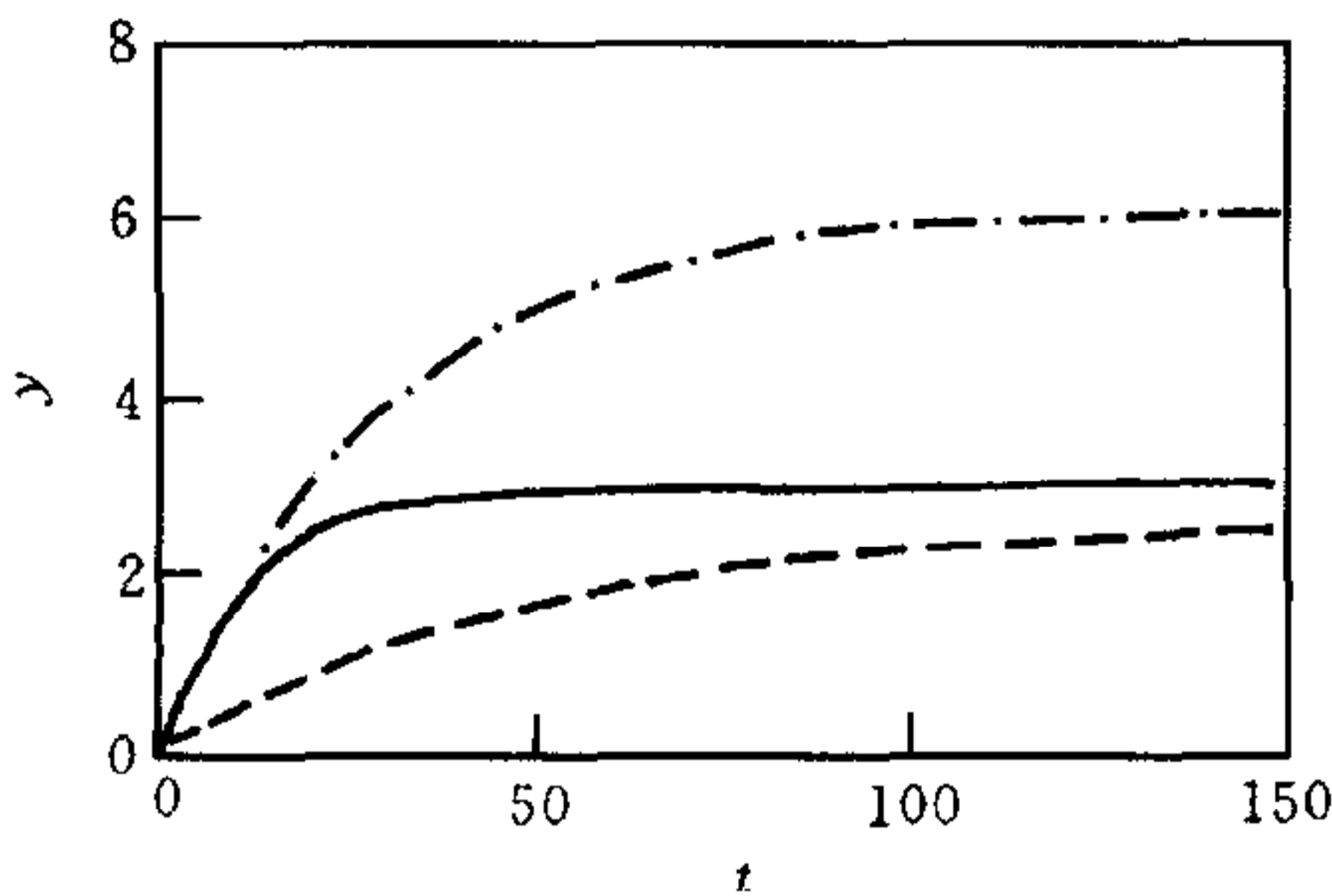


图3 RLS、LRPI模型与实际过程的阶跃响应比较

注.“—”为实际过程;“---”,LRPI;“—·—”,RLS

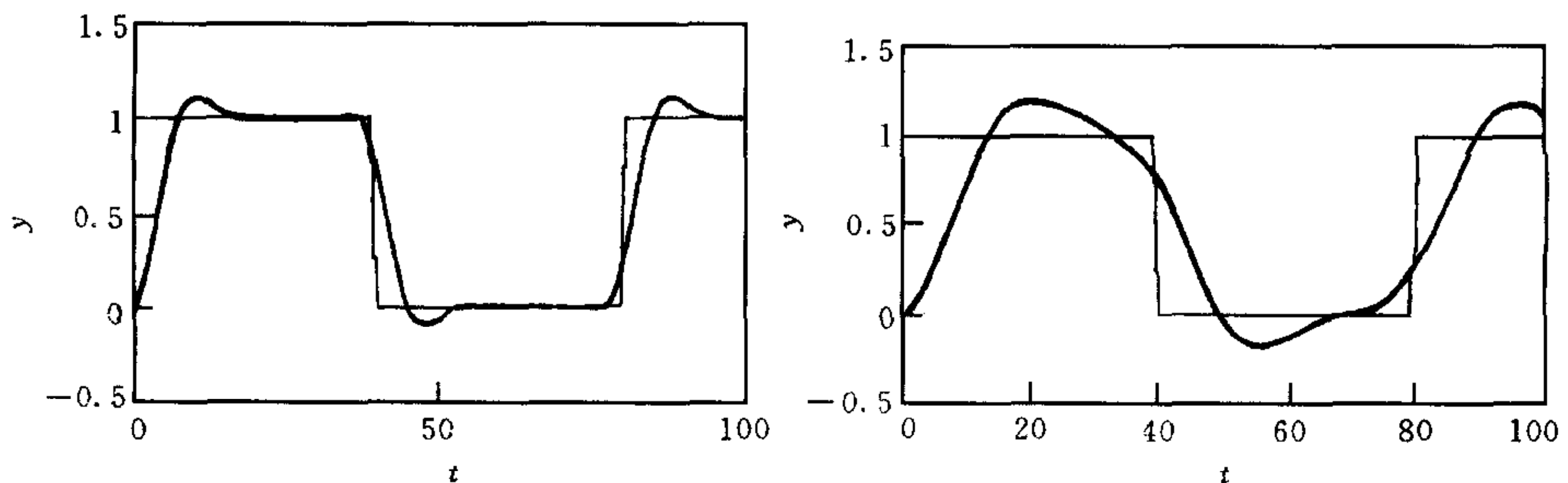
辨识出的模型具有如下形式

$$\begin{aligned} y(k) &= \hat{a}_1 y(k - 1) + \hat{b}_0 x(k - 1), \\ x(k) &= \hat{r}_1 u(k) + \hat{r}_2 u^2(k). \end{aligned} \tag{31}$$

可见, 模型与实际过程的阶次明显不匹配.

用 LRPI 和 RLS 两种方法辨识出的模型的阶跃响应同实际过程的阶跃响应比较如图3所示.

可以看出, RLS 模型仅在开始时与实际过程拟合很好, 而 LRPI 模型能在后来给出更好的响应. 图4比较了基于两种模型的闭环 GPC 控制, 显然, (a) 优于 (b).



(a) 基于 LRPI 的 NLGPC 算法

(b) 基于 RLS 的 NLGPC 算法

图4 闭环仿真结果

注. 控制器参数  $N_2 = 8, N_u = 1, T(q^{-1}) = 1 - 0.8q^{-1}, \lambda = 1$

## 6 结论

本文针对 Hammerstein 模型推导出了基于远程预测辨识(LRPI)的非线性广义预测控制算法. 将这种与控制一致的辨识思想从线性过程拓宽到非线性过程,并在此基础上采用新的优化目标函数进行了非线性广义预测控制器的设计. 仿真结果表明,基于 LRPI 的 NLGPC 算法对系统的阶次估计不准有较好的鲁棒性,更适合于具有复杂非线性的工业过程.

## 参 考 文 献

- 1 Clark D W , Mohtadi C , Tuffs P S . Generalized predictive control——part 1 2. *Automatica*, 1987, **23**(2): 137~160
- 2 Zhu Q M , Warwick K , Douce J L . Adaptive generalized predictive controller for nonlinear systems. In: *IEE Proc-D.* , 1991, **138**(1):33~40
- 3 Shook D S , Mohtadi C , Shah S L . Identification for long-range predictive control. In: *IEE Proc-D.* , 1991, **138**(1):75~84.
- 4 L. 荣著. 袁震东, 阮荣耀, 陈树中译. 系统辨识——使用者的理论. 上海:华东师范大学出版社, 1990
- 5 Bohm J , Halouskova A , Karny M , Peterka V. Simple LQ self-tuning regulators. In:Proc. of 9th IFAC World Congress, Budapest, Hungary, 1984

**钟 璇** 女, 1973年10月出生. 1994年获青岛化工学院自动化系工学学士学位. 1994年9月考入浙江大学自动控制系攻读硕士学位, 1995年3月转为硕士-博士一贯制研究生攻读博士学位至今. 主要研究领域为广义预测控制理论及其应用、复杂生产过程建模与先进控制.

**王树青** 浙江大学自动控制系教授、博士生导师、工业控制技术国家重点实验室主任. 主要研究领域为工业过程模型化与优化控制、计算机集成控制系统、智能控制理论与应用、非线性控制等. 已发表著作六部、论文三百多篇.