

# 不确定多变量系统控制的多模型设计方法 及其在造纸机控制中的应用<sup>1)</sup>

王庆国 孙优贤 周春晖

(浙江大学工业控制研究所)

## 摘要

本文用有限个时不变模型描述不确定多变量系统，给出了一种鲁棒控制器频域设计方法，使得由控制器和任一模型构成的单位反馈系统都达到闭环的稳定性、渐近调节和跟踪、弱相互耦合以及期望的瞬态特性。该方法应用于造纸机的多种纸张的定量和水份控制，获得了令人满意的效果。

**关键词：** 鲁棒控制，不确定系统，造纸机。

## 一、引言

不确定系统及其控制已经成为当前国际自控界的研究焦点之一<sup>[1]</sup>。物理系统的不确定性可以有多种表示形式。本文用有限个线性时不变模型描述不确定系统，目的是要设计一个固定增益的鲁棒控制器，使由控制器和任一模型构成的单位反馈系统都满足指定的性能指标。不确定系统的多模型描述具有很强的应用背景，如造纸机、精馏塔等工业设备通常处在几种不同的原料、产品品种或工况下，如果每种状况各对应一个模型，则将导致系统的多模型描述。工业生产要求控制器在多种状况下都能满足指定的性能指标。这里，性能指标不仅应包括稳定性，而且还应考虑调节、跟踪、弱相互耦合和瞬态特性等。为此，本文提出一种解决上述问题的鲁棒控制器频域设计方法，并通过造纸机纸张定量和水份控制的实例说明这一设计方法。仿真和实际运行结果表明，所设计的控制系统具有较强的鲁棒性，且实现简单。

## 二、问题描述和简化

设一个多变量离散时间系统由  $p$  个  $m \times r$  真有理脉冲传递函数矩阵模型

$$\bar{G}^l(z) (l = 1, 2, \dots, p)$$

本文于 1988 年 11 月 15 日收到。

1) 原英文稿发表在 IFAC CADCS'88 会议论文集上，此文为它的中文修改稿。

描述。考虑图 1 所示的单位反馈系统, 其中  $\mathbf{y}$  是  $m$  维输出向量;  $\mathbf{u}$  为  $r$  维输入向量;  $\mathbf{v}$  为  $m$  维命令向量;  $\mathbf{d}$  为扰动向量;  $\bar{G}_c(z)$  为控制器。

**问题 1.** 设计真有理控制器  $\bar{G}_c(z)$ , 使得由控制器和任一模型

$$\bar{G}^l(z) \quad (l = 1, 2, \dots, p)$$

所构成的单位反馈系统都满足下列五个性能指标:

- a) 稳定性: 闭环极点位于单位圆内;
- b) 漂近调节: 对给定类的扰动信号, 输出响应在稳态回复到零;
- c) 漂近跟踪: 对给定类的命令信号, 输出响应在稳态趋于命令值;
- d) 弱相互耦合: 补偿后系统为对角优势;
- e) 瞬态指标: 包括百分比超调、上升时间和调节时间等。

上述五个性能指标是工业控制系统所普遍期望的。

指标 a), b) 和 c) 构成伺服补偿器问题, 它的解是已知的<sup>[2]</sup>。由于本文考虑鲁棒控制器设计问题, 因此, 对模型限制条件进一步加强为鲁棒伺服补偿器的可解性条件。设  $\Phi$  是命令信号和扰动信号的最少多项式, 则鲁棒伺服补偿器可解的充要条件是<sup>[2]</sup>

- (i)  $r \geq m$ , 即输入维数大于等于输出维数;
- (ii) 任一  $\bar{G}^l(z)$  的零点集与  $\Phi$  的根集无公共元。

在条件 (i) 和 (ii) 下, 指标 a), b) 和 c) 总是可达的。本文假定模型集满足条件 (i) 和 (ii)。这样, 满足指标 a), b) 和 c) 的控制器  $\bar{G}_c(z)$  必具有下列形式:

$$\bar{G}_c = \Phi^{-1} G_c. \quad (1)$$

其中  $G_c$  应同时镇定所有的  $G^l$

$$G^l \triangleq \bar{G}^l \Phi^{-1}. \quad (2)$$

为满足指标 d), 将  $G_c$  进一步分解为两个因子

$$G_c = G_{c_1} G_{c_2}. \quad (3)$$

其中  $G_{c_1}$  用于使所有的  $G^l G_{c_1}$  ( $l = 1, 2, \dots, p$ ), 都达到对角优势, 而  $G_{c_2}$  的作用是同时镇定  $p$  个预补偿后的对象  $G^l G_{c_1}$  ( $l = 1, 2, \dots, p$ ), 且不破坏对角优势性能。最后考虑指标 e), 假设瞬态指标可以通过配置闭环极点位于单位圆的某个真子集  $R$  内达到, 则称满足该条件的系统为强稳定的。因此, 当  $G_{c_2}$  同时强镇定所有  $G^l G_{c_1}$  时, 指标 e) 得到满足。

综合上述讨论, 可以把上面的问题 1 简化为下面的问题 2。

**问题 2.** 给定  $p$  个(增广)对象  $G^l = \bar{G}^l \Phi^{-1}$  ( $l = 1, 2, \dots, p$ ) 以及一个强稳定域  $R$ , 设计一个(简化)控制器  $G_c = G_{c_1} G_{c_2}$ , 使得  $G_{c_1}$  同时对角优势化所有

$$G^l \quad (l = 1, 2, \dots, p),$$

并确保每个串联系统  $G^l G_{c_1}$  是单独可强镇定的, 而  $G_{c_2}$  的作用是同时强镇定所有的

$$G^l G_{c_1} \quad (l = 1, 2, \dots, p),$$

并确保所有  $G^l G_{c_1} G_{c_2}$  ( $l = 1, 2, \dots, p$ ) 的对角优势。

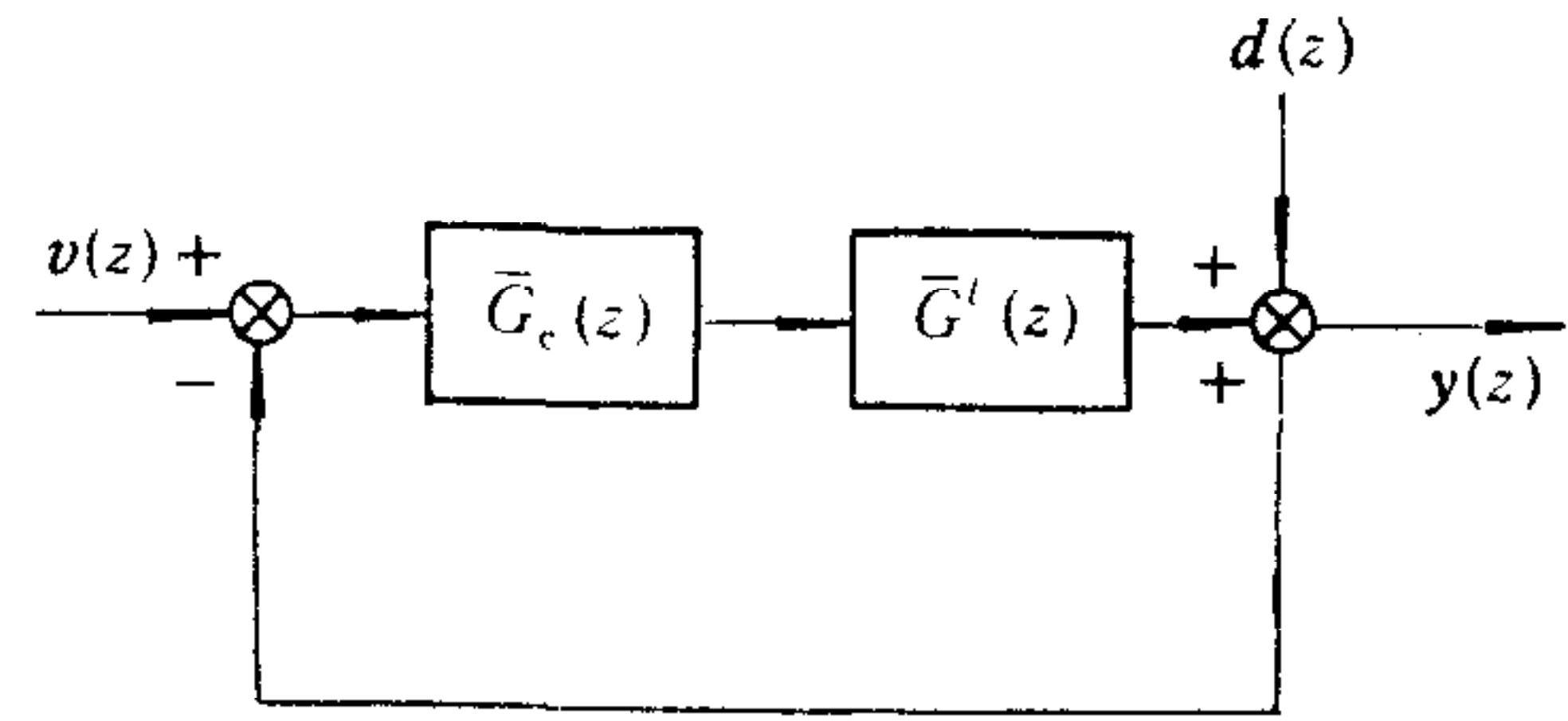


图 1 单位反馈系统

### 三、多模型同时对角优势化

对单个模型, 达到对角优势的方法很多, 如初等变换和伪对角优势化等<sup>[3]</sup>。本节给出多模型同时伪对角优势化方法, 它是单模型伪对角优势化方法的自然推广。

设  $m \times r$  维传递矩阵  $G^1, G^2, \dots, G^p$  给定,  $G_{c_1}$  是  $r \times m$  维预补偿器,  $\Gamma$  是指定轨线。需要确定  $G_{c_1}$ , 使它的结构应尽可能地简单, 并使  $G^1 G_{c_1}, G^2 G_{c_1}, \dots, G^p G_{c_1}$  在  $\Gamma$  上都达到对角优势。

先考虑常数预补偿器  $G_{c_1} = K$ 。选取  $\Gamma$  上的某点  $z = c$ , 预补偿后的对象  $G^l K$  的第  $k$  列第  $j$  行元素  $q_{jk}^l(c)$  为

$$q_{jk}^l(c) = \sum_{\mu=1}^r g_{j\mu}^l(c) k_{\mu k} = \sum_{\mu=1}^r (\alpha_{j\mu}^l + i\beta_{j\mu}^l) k_{\mu k}. \quad (4)$$

其中  $g_{j\mu}^l$  是  $G^l$  的第  $j$  行第  $\mu$  列元素;  $k_{\mu k}$  为  $K$  的第  $\mu$  行第  $k$  列元素;  $\alpha_{j\mu}^l$  和  $\beta_{j\mu}^l$  分别为  $g_{j\mu}^l$  的实部和虚部。

选取  $k_{1k}, k_{2k}, \dots, k_{rk}$ , 使

$$\sum_{l=1}^p \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^m |q_{jk}^l(c)|^2 \quad (5)$$

尽可能的小, 同时满足约束条件

$$\sum_{\mu=1}^r k_{\mu k}^2 = 1. \quad (6)$$

使用拉格朗日乘子  $\lambda$ , 则最小化问题化为使下式

$$\begin{aligned} J_k &= \sum_{l=1}^p \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^m \left| \sum_{\mu=1}^r (\alpha_{j\mu}^l + i\beta_{j\mu}^l) k_{\mu k} \right|^2 + \lambda \left( 1 - \sum_{\mu=1}^r k_{\mu k}^2 \right) \\ &= \sum_{l=1}^p \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^m \left| \left( \sum_{\mu=1}^r \alpha_{j\mu}^l k_{\mu k} \right)^2 + \left( \sum_{\mu=1}^r \beta_{j\mu}^l k_{\mu k} \right)^2 \right| + \lambda \left( 1 - \sum_{\mu=1}^r k_{\mu k}^2 \right) \end{aligned} \quad (7)$$

尽可能小。取有关的偏导数, 得到

$$\frac{\partial J_k}{\partial k_{\nu k}} = \sum_{l=1}^p \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^m \left| 2 \left( \sum_{\mu=1}^r \alpha_{j\mu}^l k_{\mu k} \right) \alpha_{j\nu}^l + 2 \left( \sum_{\mu=1}^r \beta_{j\mu}^l k_{\mu k} \right) \cdot \beta_{j\nu}^l \right| - \lambda \cdot 2k_{\nu k} = 0. \quad (8)$$

可改写为

$$\sum_{\mu=1}^r \left| \sum_{l=1}^p \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^m (\alpha_{j\mu}^l \alpha_{j\nu}^l + \beta_{j\mu}^l \beta_{j\nu}^l) \right| k_{\mu k} = \lambda k_{\nu k}, \quad (9)$$

引入下列实对称矩阵

$$A_k = (a_{\nu\mu}^{(k)}) = \left( \sum_{l=1}^p \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^m (\alpha_{j\mu}^l \alpha_{j\nu}^l + \beta_{j\mu}^l \beta_{j\nu}^l) \right), \quad (10)$$

容易看出,它至少是半正定的. 因此它的特征值是实的,且非负. 记实向量

$$\mathbf{K}_k = \begin{bmatrix} k_{1k} \\ k_{2k} \\ \vdots \\ k_{rk} \end{bmatrix},$$

则(9)式简记为

$$A_k \mathbf{k}_k = \lambda \mathbf{k}_k. \quad (11)$$

这是标准的特征值特征向量问题<sup>[4]</sup>. 任意特征向量使(11)式成立. 但由于

$$\sum_{l=1}^p \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^m |q_{jk}^l|^2 = \mathbf{k}_k^T A_k \mathbf{k}_k = \lambda \mathbf{k}_k^T \mathbf{k}_k = \lambda, \quad (12)$$

因此,使(5)式达最小值的最优解  $\mathbf{K}_k^*$  应为对应于  $A_k$  最小特征值的特征向量.

解类似问题  $m$  次,可依次得到  $\mathbf{K}$  的  $m$  个列. 该方法可直接推广到若干复数点  $z=c_1$  的情形,也可推广到非静态补偿器的情形,只要将上述推导与 Rosenbrock<sup>[3]</sup> 中的类似推广相结合即可完成,限于篇幅,此处从略.

根据线性系统理论容易得出下列结论: 只要选取的预补偿器与所有的  $G^l$  无位于  $R$  域之外的零极点对消,则补偿后的每个系统总是可强镇定的.

#### 四、多模型同时强镇定

一旦  $G_{c_1}$  实现了多模型同时对角优势化,则可以用对角控制器

$$G_{c_2} = \text{diag}(g_{c_2 i}) \quad (13)$$

达到同时强镇定所有  $G^l G_{c_1}$  ( $l = 1, 2, \dots, p$ ) 的目的. 由于采用了对角控制器,故对角优势条件不会遭破坏. 由下面的定理可知,在一定条件下,单回路逐个同时强镇定可达到整个多变量系统同时强镇定的目的.

**定理 1.** 设  $q_{ii}^l$  是  $Q^l \triangleq G^l G_{c_1}$  的第  $i$  个对角元素,  $P^+(G^l)$ ,  $P^+(G_{c_1})$  和  $P^+(q_{ii}^l)$  分别为  $G^l$ ,  $G_{c_1}$  和  $q_{ii}^l$  位于  $R$  之外的极点数目. 假定  $(I + Q^l G_{c_2})$  ( $l = 1, 2, \dots, p$ ) 在  $R$  的边界上对角优势,且它的对角元素无一在  $R$  的边界上存在极点,则如果对每一个  $l$ ,  $g_{c_2 i}$  同时强镇定所有的  $q_{ii}^l$  ( $l = 1, 2, \dots, p$ ),且

$$P^+(\bar{G}^l) + P^+(G_{c_1}) = \sum_{i=1}^m P^+(q_{ii}^l), \quad (14)$$

那么  $G_{c_2} = \text{diag}(g_{c_2 i})$  同时强镇定所有  $G^l G_{c_1}$  ( $l = 1, 2, \dots, p$ ).

证明. 见附录 1.

假定模型集和预补偿器满足定理 1 中的条件,那么只需考虑单变量系统的同时强镇定问题. 多模型的同时镇定或同时强镇定已有不少研究<sup>[5-7]</sup>,但问题至今尚未完全得到解决. 王庆国博士论文(1987)中建立了一个必要条件. 本文将给出一种计算简便的近似方法.

设 SISO 对象具有  $p$  个严格真有理传递函数模型  $q^1, q^2, \dots, q^p$ . 设控制器为  $g$ , 将  $g^l$  和  $g$  分别表示为如下的多项式分式

$$q^l = b^l/a^l, \quad g = y/x. \quad (15)$$

对固定的  $l$ , 闭环特征多项式是

$$p^l = a^l x + b^l y. \quad (16)$$

再将其中的每个多项式写成幂形式:

$$[a^l \ b^l] = \sum_{i=0}^{n_l} [a_i^l \ b_i^l] z^{n_l-i}, \quad (17)$$

$$[x \ y]^T = \sum_{i=0}^{n_c} [x_i \ y_i]^T z^{n_c-i}, \quad (18)$$

$$p^l = \sum_{i=0}^n p_i s^{n-i}, \quad n = n_l + n_c. \quad (19)$$

将(17)–(19)式代入(16)式, 比较同次项系数可得

$$S^l K = h^l. \quad (20)$$

其中

$$K^T = [x_0 \ y_0 \ x_1 \ y_1 \cdots x_{n_c} \ y_{n_c}],$$

$$(h^l)^T = [p_0 \ p_1 \cdots p_n],$$

$$S^l = \begin{bmatrix} a_0^l & b_0^l \\ a_1^l & b_1^l & a_0^l & b_0^l & 0 \\ \vdots & \vdots & a_1^l & b_1^l & \\ a_{n_l}^l & b_{n_l}^l & \vdots & \vdots & \\ & a_{n_l}^l & b_{n_l}^l & \cdots a_0^l & b_0^l \\ 0 & & & \vdots & \vdots \\ & & a_{n_l}^l & b_{n_l}^l & \end{bmatrix}.$$

对不同的  $l$ , 将  $p$  个方程(20)合并成

$$SK = H. \quad (21)$$

其中

$$S^T = [(s^1)^T (s^2)^T \cdots (s^p)^T],$$

$$H^T = [(h^1)^T (h^2)^T \cdots (h^p)^T].$$

假设  $n$  个位于  $R$  之内的期望闭环极点为  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$ , 对应的特征多项式为

$$p_r(z) = (z - \lambda_1)(z - \lambda_2) \cdots (z - \lambda_n), \quad (22)$$

其系数记为向量  $h^r$ . 在方程(21)中, 将所有  $h^l$  都取为  $h^r$ , 则有

$$SK = H^r. \quad (23)$$

其中  $(H^r)^T = [(h^r)^T (h^r)^T \cdots (h^r)^T]$ . 式(23)一般无解, 在最小二乘法的意义下求它的最优解  $K^*$ , 最优解将使  $p$  个闭环特征多项式都接近于期望多项式.

应当指出, 上述方法不能确保实现同时强镇定, 解出  $K$  后, 应使用数值方法检验极点的位置是否都落在  $R$  内. 若未能达到设计目标, 表明所期望的闭环极点配置要求过高, 应适当增加  $R$  的范围, 最终实现同时强镇定的目标.

## 五、设计步骤和应用实例

归纳前三节结果, 解问题 1 的控制器可按如下步骤设计:

给定数据。 $p$  个  $m \times r$  真有理传递函数矩阵模型  $\bar{G}^1, \bar{G}^2, \dots, \bar{G}^p$ , 命令和扰动信号的最小多项式  $\Phi$ .

第一步. 如果  $r < m$ , 问题 1 无解; 否则, 形成  $G^l = \bar{G}^l \Phi^{-1}$  ( $l = 1, 2, \dots, p$ ).

第二步. 用第三节所述的方法求出预补偿器  $G_{c_1}$ , 使  $Q^l = G^l G_{c_1}$  ( $l = 1, 2, \dots, p$ ) 都为对角优势.

第三步. 用第四节所述方法计算  $G_{c_2} = \text{diag}(g_{c_2})$  使  $g_{c_2}$  同时强镇定所有

$$q_{ii}^l \quad (l = 1, 2, \dots, p).$$

第四步. 计算设计的控制器  $G_c = \Phi^{-1} G_{c_1} G_{c_2}$ .

作为上述设计方法的一个应用, 考虑一台多产品造纸机. 生产上要求的被控变量是纸张的定量和水份. 数学模型一般可表示为<sup>1)</sup>

$$G(s) = \begin{bmatrix} e^{-T_d s} k_1 / (T_1 s + 1) & 0.35 k_2 / (T_2 s + 1) \\ 0.5 e^{-T_d s} k_1 / (T_1 s + 1) & k_2 / (T_2 s + 1) \end{bmatrix}. \quad (24)$$

纸机经常生产三个品种的纸张, 它们的定量分别是  $100 \text{ g/m}^2, 80 \text{ g/m}^2, 120 \text{ g/m}^2$ .

模型 1. 对于生产  $100 \text{ g/m}^2$  纸, 参数为

$$k_1^1 = 2.0, \quad T_1^1 = 4.0 \text{ 分},$$

$$k_2^1 = 3.0, \quad T_2^1 = 10.0 \text{ 分},$$

$$\tau^1 = 1.0 \text{ 分}.$$

模型 2. 对于生产  $80 \text{ g/m}^2$  纸, 参数为

$$k_1^2 = 1.5, \quad T_1^2 = 5.0 \text{ 分},$$

$$k_2^2 = 4.0, \quad T_2^2 = 10.0 \text{ 分},$$

$$\tau^2 = 1.0 \text{ 分}.$$

模型 3. 对于生产  $120 \text{ g/m}^2$  纸, 参数为

$$k_1^3 = 2.5, \quad T_1^3 = 3.0 \text{ 分},$$

$$k_2^3 = 2.0, \quad T_2^3 = 10.0 \text{ 分},$$

$$\tau^3 = 1.0 \text{ 分}.$$

采样时间为 1 分, 则三个脉冲传递函数矩阵模型为

$$G^1(z) = \begin{bmatrix} 0.4424/z(z - 0.7788) & 0.09996/(z - 0.9048) \\ 0.2212/z(z - 0.7788) & 0.2856/(z - 0.9048) \end{bmatrix}, \quad (25)$$

$$G^2(z) = \begin{bmatrix} 0.2719/z(z - 0.8187) & 0.1333/(z - 0.9048) \\ 0.1360/z(z - 0.8187) & 0.3808/(z - 0.9048) \end{bmatrix}, \quad (26)$$

$$G^3(z) = \begin{bmatrix} 0.7087/z(z - 0.7165) & 0.06664/(z - 0.9048) \\ 0.3544/z(z - 0.7165) & 0.1904/(z - 0.9048) \end{bmatrix}. \quad (27)$$

所有扰动和给定信号假定为阶跃形, 则

$$\varphi = (z - 1).$$

为了达到渐近跟踪和调节, 取

1) 王庆国, 多变量系统的建模及控制: 新结果及其应用, 浙江大学博士学位论文, 1987.

$$G_{c_0}(z) = \begin{bmatrix} z/(z-1) & 0 \\ 0 & 1/(z-1) \end{bmatrix}. \quad (28)$$

因此有

$$\begin{aligned} \bar{G}^1(z) &= G^1 G_{c_0} \\ &= \begin{bmatrix} 0.4424/(z-0.7788)(z-1) & 0.09966/(z-0.9048)(z-1) \\ 0.2212/(z-0.7788)(z-1) & 0.2856/(z-0.9048)(z-1) \end{bmatrix}, \end{aligned} \quad (29)$$

$$\begin{aligned} \bar{G}^2(z) &= G^2 G_{c_0} \\ &= \begin{bmatrix} 0.2719/(z-0.8187)(z-1) & 0.1333/(z-0.9048)(z-1) \\ 0.1360/(z-0.8187)(z-1) & 0.3808/(z-0.9048)(z-1) \end{bmatrix}, \end{aligned} \quad (30)$$

$$\begin{aligned} \bar{G}^3(z) &= G^3 G_{c_0} \\ &= \begin{bmatrix} 0.7087/(z-0.7165)(z-1) & 0.06664/(z-0.9048)(z-1) \\ 0.3544/(z-0.7165)(z-1) & 0.1904/(z-0.9048)(z-1) \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (31)$$

容易看出,  $G^1$ ,  $G^2$  和  $G^3$  都是对角优势的,  $G_{c_1}$  可取为

$$G_{c_1} = I. \quad (32)$$

对定量回路, 用第 4 节中的方法, 取期望极点为

$$\lambda_1 = 0.25, \lambda_2 = 0.3, \lambda_3 = 0.35. \quad (33)$$

可以求得

$$q_{11}^1 = 0.4424/(z-0.7788)(z-1), \quad (34)$$

$$q_{11}^2 = 0.2719/(z-0.8187)(z-1), \quad (35)$$

$$q_{11}^3 = 0.7087/(z-0.7165)(z-1) \quad (36)$$

的同时镇定控制器为

$$g_{c_11} = (1.228z - 0.9642)/(z + 0.6573). \quad (37)$$

对水份回路, 取期望极点为:

$$\lambda_1 = 0.4, \lambda_2 = 0.4, \lambda_5 = 0.5. \quad (38)$$

可求得

$$q_{22}^1 = 0.2856/(z-0.9048)(z-1), \quad (39)$$

$$q_{22}^2 = 0.3808/(z-0.9048)(z-1), \quad (40)$$

$$q_{22}^3 = 0.1904/(z-0.9048)(z-1) \quad (41)$$

的同时镇定控制器为

$$g_{c_22} = (1.941z - 1.716)/(z + 0.4939). \quad (42)$$

于是设计的控制器为

$$G_c = G_{c_0} G_{c_1} G_{c_2} = \begin{bmatrix} \frac{z(1.228z - 0.9642)}{(z-1)(z+0.6573)} & 0 \\ 0 & \frac{(1.941z - 1.716)}{(z-1)(z+0.4939)} \end{bmatrix}. \quad (43)$$

仿真结果示于图 2。控制系统在生产三种产品时的性能都是令人满意的。纸机运行半年的实测数据是: 定量偏差小于给定值 1%, 水份偏差小于 0.25%。

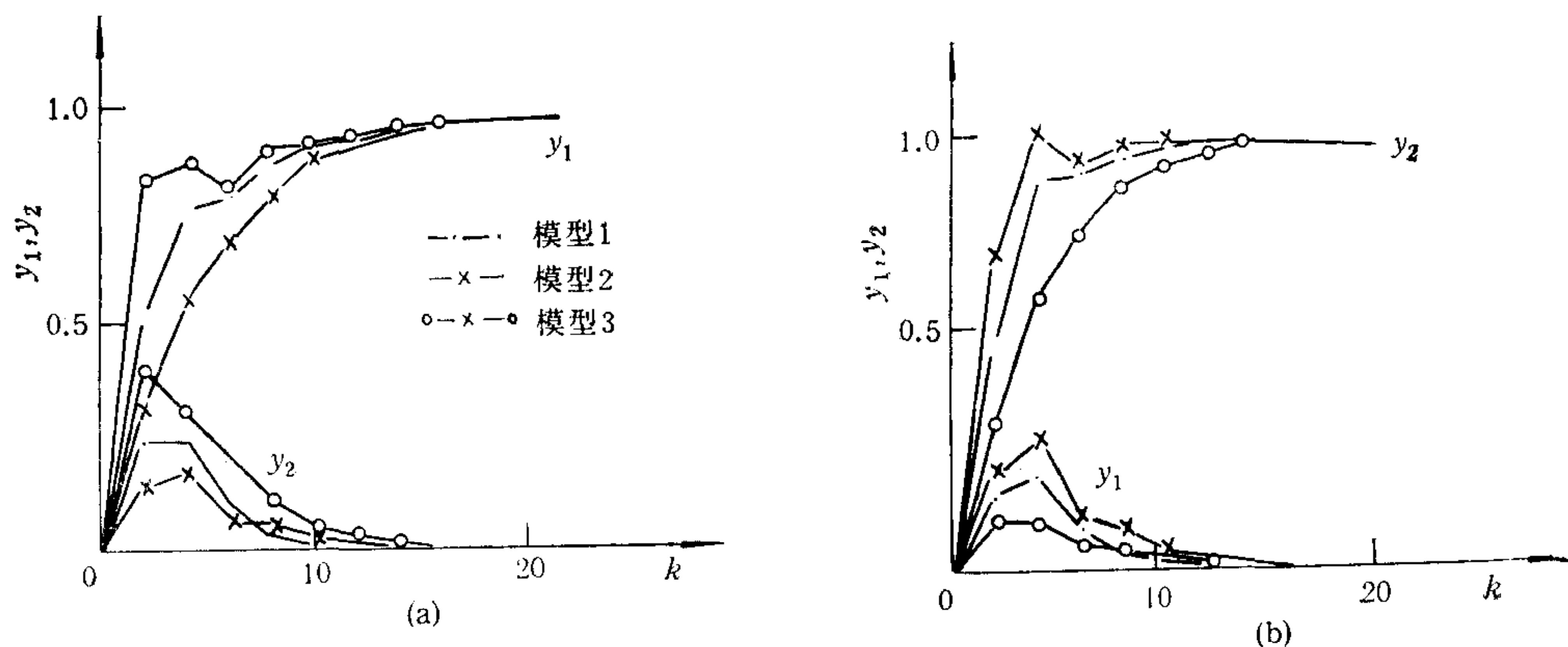


图2 仿真曲线

(a) 定量给定值提高时的曲线 (b) 水份给定值提高时的曲线

## 附录

## 定理1的证明

考虑任意的固定值 \$l\$，如果 \$(1 + q\_{ii}^l g\_{c\_2i})\$ (或 \$\det(I + QG\_{c\_2})\$) 映射 \$\partial R\$ 到 \$\Gamma\_i\$ (或 \$\Gamma\$) 包围原点 \$N\_i\$ (或 \$N\$) 次，\$i = 1, 2, \dots, m\$，且

$$N = -P_0^+, \quad (44)$$

那么闭环系统是稳定的<sup>[3]</sup>。

其中 \$P\_0^+\$ 是不在 \$R\$ 中的开环极点数目。

\$P\_0^+\$ 由下式给出

$$P_0^+ = P^+(G^l) + P^+(G_{c_1}) + P^+(G_{c_2}) = P^+(G^l) + P^+(G_{c_1}) + \sum_{i=1}^m P^+(g_{c_2i}). \quad (45)$$

另外，因为 \$(I + Q^l G\_{c\_2})\$ 是对角占优的，根据 Rosenbrock 定理得到

$$N = \sum_{i=1}^m N_i. \quad (46)$$

对所有的 \$i\$，因为 \$g\_{c\_2i}\$ 能很好地稳定 \$q\_{ii}^l\$，因此有

$$N_i = -P_{0i}^+ = -(P^+(q_{ii}^l) + P^+(g_{c_2i})). \quad (47)$$

其中 \$P\_{0i}^+\$ 是不在 \$R\$ 中的第 \$i\$ 个回路开环极点的数目。由此得到

$$N = - \sum_{i=1}^m (P^+(q_{ii}^l) + P^+(g_{c_2i})). \quad (48)$$

由式(12)，(45)和(48)知，对第 \$l\$ 个闭环系统，式(44)成立。因为 \$l\$ 是任意的，故上述论点适用于所有的 \$l\$，定理1由此得证。

## 参 考 文 献

- [1] Levis, A. H., Challenges to Control: A Collective View, *IEEE Trans. Aut. control*, AC-32(1987), 275—285.
- [2] Callior, F. M. and Desoer, C. A., *Multivariable Feedback System*, Springer-Verlag, New York, (1982).
- [3] Rosenbrock, H. H., *Computer-aided Control System Design*, Academic Press, London, (1974).
- [4] Garbow, B. S. and Colleagues, *Matrix Eigensystem Routines—EISPACK Guide Extension*, Springer-Verlag, New York, (1977).
- [5] Youla, D. C., Bongiorno, J. J. and Lu, C. N., Single-loop Feedback Stabilization of Linear Multivariable

- Plants, *Automatica*, 10(1974), 159—173.
- [ 6 ] Ackermann, J.. Parameter Space Design for Robust Control, *IEEE Trans. Aut. Control*, AC-25(1980), 1058—1072.
- [ 7 ] Saberi, A., Simultaneous Stabilization with Almost Disturbance Decoupling-uniform Rank System, *Automatica*, 23(1987), 653—656.

## A MULTIPLE-MODEL BASED DESIGN METHOD FOR THE CONTROL OF UNCERTAIN MULTIVARIABLE SYSTEMS WITH PAPERMACHINES

WANG QINGGUO SUN YOUNG ZHOU CHUNHUI

(*Institute of Industrial Control, Zhejiang University*)

### ABSTRACT

A multivariable system with significant uncertainty is considered and presumably characterized by  $p$  finite-dimensional linear time-invariant models. A robust controller is designed in the frequency domain such that the resulting feedback system satisfies all the given performance specifications for all models. It has been applied to the control of a papermachine.

**Key words:** Robust control; uncertain system; papermachines.