

多变量组合极点配置自校正控制器¹⁾

周 全 根

(同济大学电气工程系, 上海)

摘 要

本文提出一种多变量组合极点配置自校正控制器, 它优于现有的其它控制方案, 该控制器能够控制开环不稳定、非最小相位以及 B_0 阵为奇异的不同时延系统, 其突出优点是在线计算量很小以及应用灵活, 具有很强的工程实用价值。

关键词: 自校正控制, 多变量系统, 极点配置, 最优控制。

一、引 言

近年来, 随着控制理论和微机技术的发展, 未知随机扰动系统的自校正控制引起了人们在理论和应用上的极大兴趣。由于大部分工业过程是多变量的, 如何改进和发展现有算法, 使其能有效地控制多变量系统, 是目前面临的重要问题。1979年 Borisson 提出了多变量最小方差自校正调节器^[1]。Keviczky 和 Hetthessy 将其应用于水泥生料搅拌^[2]。Koivo 推广了单变量的广义最小方差自校正控制器^[3]。而 Prager 和 Wellstead 提出了多变量极点配置自校正调节器^[4]。

Borisson 提出的自校正调节器不能控制非最小相位系统。Koivo 的自校正控制器虽然可以处理非最小相位系统, 但不能配置闭环系统极点。为了使系统稳定并有较好的动态特性, 需要多次试凑地选取加权多项式矩阵, 这不是一件容易的事情。此外, 它们都不能处理 B_0 阵为奇异的不同时延系统, 因而不能满足实际工程的需要。

Prager 和 Wellstead 提出的多变量极点配置自校正调节器虽然可以任意配置闭环系统极点, 但它需要在线求解两个多项式矩阵方程, 计算量很大, 而且还不能有效地处理系统的伺服跟踪问题。

本文基于动态补偿、极点配置以及最小方差的概念, 提出一种新颖的多变量组合极点配置自校正控制器。它假借最小方差的控制思想实现闭环极点任意配置, 却因此兼有极点配置和最小方差自校正控制两者的优点: 不仅能够保证系统稳定和有良好的动态特性, 而且使在线计算量大为降低。这种控制器能够方便地控制非最小相位、开环不稳定以及不同时延系统, 并且几乎不增加计算量便可实现稳态无差和解耦控制, 具有很强的实用性。

本文于 1988 年 1 月 22 日收到。

1) 上海市青年科学基金资助项目。

二、控制策略和系统结构

假定被控过程能控、能观测,其线性化模型表示为

$$A(z^{-1})\mathbf{y}(t) = B(z^{-1})\mathbf{u}(t-1) + C(z^{-1})\boldsymbol{\xi}(t), \quad (1)$$

其中 $\mathbf{y}(t) \in R^m$ 为输出向量; $\mathbf{u}(t) \in R^m$ 为控制向量; $\boldsymbol{\xi}(t) \in R^m$ 为方差为 R 的零均值白噪声随机过程向量; $A(z^{-1})$, $B(z^{-1})$, $C(z^{-1})$ 均为 $m \times m$ 维多项式矩阵,具有形式

$$X(z^{-1}) = X_0 + X_1 z^{-1} + \dots + X_{n_x} z^{-n_x}. \quad (2)$$

不失一般性,设 $A_0 = C_0 = I_m$. 这里要求 $\det[C(z^{-1})]$ 的零点全部位于 z 平面的单位圆内,但对 $B(z^{-1})$ 不作特别要求.

在保证系统稳定和具有良好的动态特性的前提下,得出简单有效的控制算法,采用控制策略: 首先对系统引入动态补偿, 然后通过对补偿后系统采用所谓增广误差的最小方差控制,实现闭环系统极点的任意配置. 由此形成的闭环系统结构如图 1 所示.

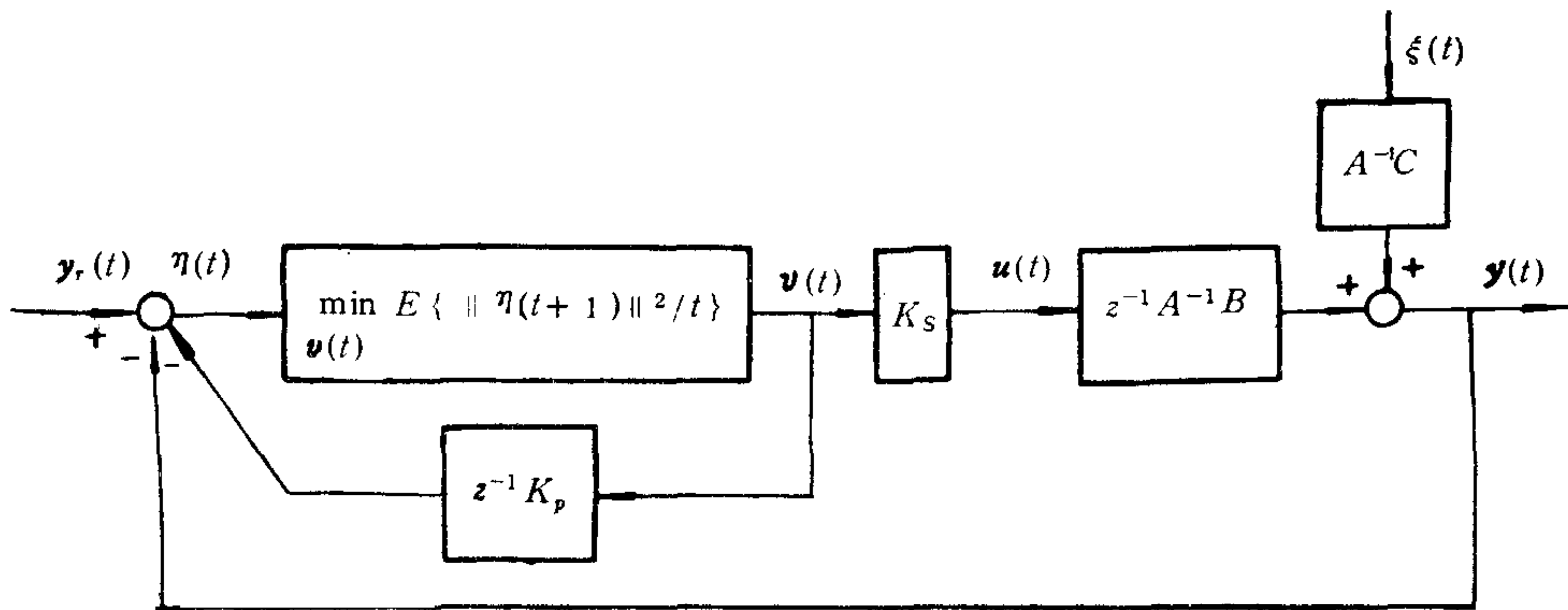


图 1 组合极点配置控制系统结构框图

图 1 中 $\mathbf{y}_r(t) \in R^m$ 是系统给定向量, $\boldsymbol{\eta}(t) \in R^m$ 是增广误差向量, 定义为

$$\boldsymbol{\eta}(t) = \mathbf{y}_r(t) - \mathbf{y}(t) - K_p(z^{-1})\mathbf{v}(t-1), \quad (3)$$

式中 $\mathbf{v}(t) \in R^m$ 是按下式产生的辅助控制向量:

$$K_s(z^{-1})\mathbf{v}(t) = \mathbf{u}(t). \quad (4)$$

而 $K_s(z^{-1})$, $K_p(z^{-1})$ 均为 $m \times m$ 维多项式矩阵, 也即引入的动态补偿器. 为推导控制规律, 引入 $m \times m$ 维多项式矩阵 $F(z^{-1})$, 使

$$C(z^{-1}) - A(z^{-1}) = z^{-1}F(z^{-1}). \quad (5)$$

则将上式代入 (1) 式, 可有

$$C(z^{-1})[\mathbf{y}(t+1) - \boldsymbol{\xi}(t+1)] = F(z^{-1})\mathbf{y}(t) + B(z^{-1})\mathbf{u}(t). \quad (6)$$

利用 (3) 式, 得出

$$\begin{aligned} C(z^{-1})[\boldsymbol{\eta}(t+1) + \boldsymbol{\xi}(t+1)] &= C(z^{-1})\mathbf{y}_r(t+1) - F(z^{-1})\mathbf{y}(t) \\ &\quad - B(z^{-1})\mathbf{u}(t) - C(z^{-1})K_p(z^{-1})\mathbf{v}(t), \end{aligned} \quad (7)$$

注意到 $C(z^{-1})$ 是稳定的, 并且 (7) 式右端各项与 $\boldsymbol{\xi}(t+1)$ 不相关, 则 $\boldsymbol{\eta}(t+1)$ 的提前一步最小方差预报为

$$\begin{aligned} \eta^*(t+1/t) = & C^{-1}(z^{-1})[C(z^{-1})\mathbf{y}_r(t+1) - F(z^{-1})\mathbf{y}(t) \\ & - B(z^{-1})\mathbf{u}(t) - C(z^{-1})K_p(z^{-1})\mathbf{v}(t)]. \end{aligned} \quad (8)$$

于是,不难推出控制规律为

$$F(z^{-1})\mathbf{y}(t) + E(z^{-1})\mathbf{v}(t) = C(z^{-1})\mathbf{y}_r(t+1). \quad (9)$$

式中引入了记号 $E(z^{-1}) = B(z^{-1})K_s(z^{-1}) + C(z^{-1})K_p(z^{-1})$. 上式推导中还利用了关系(4)式. 显然,如果动态补偿器 $K_s(z^{-1})$, $K_p(z^{-1})$ 已经选定,则按(9)式可以计算 $\mathbf{v}(t)$,进而按(4)式便可确定实际控制作用 $\mathbf{u}(t)$.

三、系统分析和动态补偿器设计

闭环系统方程由以下两式给出

$$A(z^{-1})\mathbf{y}(t) = B(z^{-1})K_s(z^{-1})\mathbf{v}(t-1) + C(z^{-1})\xi(t), \quad (10)$$

$$F(z^{-1})\mathbf{y}(t) + E(z^{-1})\mathbf{v}(t) = C(z^{-1})\mathbf{y}_r(t+1). \quad (11)$$

或者等价地写作

$$\left[\begin{array}{cc|cc} A(z^{-1}) & -z^{-1}B(z^{-1})K_s(z^{-1}) & C(z^{-1}) & 0 \\ F(z^{-1}) & E(z^{-1}) & 0 & C(z^{-1}) \\ \hline -I_m & 0 & 0 & 0 \end{array} \right] \begin{bmatrix} \mathbf{y}(t) \\ \mathbf{v}(t) \\ -\xi(t) \\ -\mathbf{y}_r(t+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \hline -\mathbf{y}(t) \end{bmatrix}. \quad (12)$$

对上式系统矩阵作严格系统等价变换,可以证明,闭环系统的特征方程由下式确定

$$\det C(z^{-1}) \cdot \det[A(z^{-1})K_p(z^{-1}) + B(z^{-1})K_s(z^{-1})] = 0. \quad (13)$$

而闭环系统的传递方程为

$$\begin{aligned} \mathbf{y}(t) = & [I_m - K_p(z^{-1})A_m^{-1}(z^{-1})A(z^{-1})]\mathbf{y}_r(t) + [I_m \\ & + z^{-1}K_p(z^{-1})A_m^{-1}(z^{-1})F(z^{-1})]\xi(t). \end{aligned} \quad (14)$$

式中引入了记号 $A_m(z^{-1}) = A(z^{-1})K_p(z^{-1}) + B(z^{-1})K_s(z^{-1})$.

由于 $C(z^{-1})$ 为过程固有特性,并且已假定它是稳定的.因此,按(13)式,闭环系统的稳定性只取决于

$$\det[A(z^{-1})K_p(z^{-1}) + B(z^{-1})K_s(z^{-1})] = \det A_m(z^{-1}) = 0. \quad (15)$$

显然,如果预先任意指定 $m \times m$ 维的多项式矩阵 $A_m(z^{-1})$,则可以按以下方程设计动态补偿器 $K_s(z^{-1})$ 、 $K_p(z^{-1})$,

$$A(z^{-1})K_p(z^{-1}) + B(z^{-1})K_s(z^{-1}) = A_m(z^{-1}). \quad (16)$$

这时 $\det A_m(z^{-1})$ 的零点即为闭环系统的极点.至于 $K_s(z^{-1})$ 、 $K_p(z^{-1})$ 、 $A_m(z^{-1})$ 的阶数可按下面原则确定:

- 1) 如果 $n_b = 0$, 则 $n_{k_s} = n_a$, $n_{k_p} = 0$, $n_{a_m} \leq n_a$;
- 2) 如果 $n_b > 0$, 则 $n_{k_s} = n_a - 1$, $n_{k_p} = n_b - 1$, $n_{a_m} \leq n_a + n_b - 1$.

由于已假定被控过程是能控、能观测的,则 $A(z^{-1})$ 和 $B(z^{-1})$ 左互质,因此满足(16)式方程的 $K_s(z^{-1})$ 、 $K_p(z^{-1})$ 是存在的.

于是通过合适指定多项式矩阵 $A_m(z^{-1})$, 便可以改变闭环系统极点的分布, 动态补偿器 $K_s(z^{-1})$, $K_p(z^{-1})$ 随之确定, 因此能保证系统的稳定和良好的动态特性. 由此还可以看出, 虽然控制规律按最小方差技术推出, 终极目标却是闭环极点的任意配置. 然而正因为如此, 才得出非常简单的自校正控制算法.

四、自校正控制算法

当考虑自校正控制时, 过程参数假定为未知, 因此必须在线对它加以估计或者直接估计控制器有关参数.

设 $\mathbf{y}^*(t+1/t)$ 为 $\mathbf{y}(t+1)$ 的一步最优预报, 按 (6) 式不难得出

$$\mathbf{y}(t) = F(z^{-1})\mathbf{y}(t-1) + B(z^{-1})\mathbf{u}(t-1) + \bar{C}(z^{-1})\mathbf{y}^*(t-1/t-2) + \xi(t), \quad (17)$$

式中引入了记号 $\bar{C}(z^{-1}) = z[I_m - C(z^{-1})]$. 显然上式即可作为参数估计模型. 引入记号

$$\begin{aligned} \Theta &= [\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_m] \\ &= [F_0 F_1, \dots, F_{n_f} B_0 B_1, \dots, B_{n_b} \bar{C}_0 \bar{C}_1, \dots, \bar{C}_{n_c}]^T, \end{aligned} \quad (18)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{x}^T(t) &= [\mathbf{y}^T(t)\mathbf{y}^T(t-1)\dots\mathbf{y}^T(t-n_f)\mathbf{u}^T(t)\mathbf{u}^T(t-1)\dots\mathbf{u}^T(t-n_b) \\ &\quad \mathbf{y}^{*T}(t/t-1)\mathbf{y}^{*T}(t-1/t-2)\dots\mathbf{y}^{*T}(t-n_c/t-n_c-1)]. \end{aligned} \quad (19)$$

则 (17) 式又可写作

$$\mathbf{y}^T(t) = \mathbf{x}^T(t-1)\Theta + \xi^T(t), \quad (20)$$

或者分量形式

$$y_i(t) = \mathbf{x}^T(t-1)\theta_i + \xi_i(t), \quad i = 1, 2, \dots, m. \quad (21)$$

于是可采用以下最小二乘估计算法在线估计 $F(z^{-1})$, $B(z^{-1})$, $\bar{C}(z^{-1})$.

$$\theta_i(t) = \theta_i(t-1) + K(t)[y_i(t) - \mathbf{x}^T(t-1)\theta_i(t-1)], \quad (22)$$

$$K(t) = \frac{P(t-1)\mathbf{x}(t-1)}{\beta + \mathbf{x}^T(t-1)P(t-1)\mathbf{x}(t-1)}, \quad (23)$$

$$P(t) = [I - K(t)\mathbf{x}^T(t-1)]P(t-1)/\beta, \quad (24)$$

$$i = 1, 2, \dots, m.$$

式中 β 是遗忘因子, $0.95 \leq \beta \leq 1$.

一旦估得 $F(z^{-1})$, $B(z^{-1})$, $\bar{C}(z^{-1})$, 则 $A(z^{-1})$ 可按下列式计算:

$$A(z^{-1}) = I_m - z^{-1}[\bar{C}(z^{-1}) + F(z^{-1})]. \quad (25)$$

从而动态补偿器 $K_s(z^{-1})$, $K_p(z^{-1})$ 按 (16) 式作在线修正. 于是可以列出以下自校正控制算法:

- 1) 按 (22)–(24) 式估计 $F(z^{-1})$, $B(z^{-1})$, $\bar{C}(z^{-1})$;
- 2) 按 (9) 式计算 $\mathbf{v}(t)$, 进而按 (4) 式确定 $\mathbf{u}(t)$;
- 3) 按 (16) 式修正 $K_s(z^{-1})$, $K_p(z^{-1})$;
- 4) 以新的 $K_s(z^{-1})$, $K_p(z^{-1})$ 修正值返回 1).

可以看出, 上面算法的突出优点是结构简单, 计算量很小. 由于多项式矩阵不满足交

换律, 现有针对多变量随机扰动系统提出的极点配置自校正控制算法, 均必须在线求解两个多项式矩阵方程。然而本文算法由于采用新的设计思想, 避开了多项式矩阵的伪交换问题, 从而使在线计算量大为降低, 只须求解一个多项式矩阵方程, 这对于实际应用是很可贵的。应当指出, 这一优点也具有理论意义, 因为其它算法所引入伪交换方程的解并不唯一, 此不唯一性将影响算法的收敛性能并使理论分析变得十分困难。

算法的又一特点是应用灵活。不难看出, 算法中参数估计, 极点配置(确切地指补偿器设计)以及控制计算相互独立, 特别有利于多微机分布计算和多环控制。动态补偿器可以在线设计, 也可以根据粗略的过程信息离线设计。对于定常或慢时变系统, 只需初始或每隔若干控制周期设计一次动态补偿器。这时算法的在线计算量进一步下降, 使用一般单板计算机也可以实现。

在实际工业过程中, 许多多变量系统各个回路有不同的时延, 可能导致 B_0 阵奇异。现有针对多变量随机扰动系统提出的多数自校正控制算法对此均无能为力, 但是本文算法由于引入动态补偿实现极点配置, B_0 阵为奇异的不同时延系统的自校正控制问题得以解决。

这里给出的自校正控制算法也很容易实现稳态无偏差和稳态解耦控制。例如, 设 $\xi(t)$ 恒为零和 $y_r(t)$ 为恒定值, 则由(14)式可以看出, 要使稳态无偏差和稳态解耦, 只须使 $K_p(z^{-1})$ 满足 $K_p(1) = 0$ 。而这是容易做到的, 并且不会改变闭环极点分布。特别是可取 $K_p(z^{-1}) = (1 - z^{-1})\bar{K}_p(z^{-1})$, 则(16)式可写为

$$(1 - z^{-1})A(z^{-1})\bar{K}_p(z^{-1}) + B(z^{-1})K_s(z^{-1}) = A_m(z^{-1}). \quad (26)$$

相应将 $K_s(z^{-1})$ 的阶数扩大一次, 求解上面方程, 就可得到满足 $K_p(1) = 0$, 并且有指定的闭环极点分布的动态补偿器。在现有文献中也已提出一些消除稳态偏差的方法^[5], 但多数是在系统中引入一个积分器, 其结果往往导致闭环系统动态特性变坏, 甚至引起系统不稳定。

五、数字仿真结果

例. 考虑非最小相位的二输入、二输出多变量系统

$$(I + A_1z^{-1} + A_2z^{-2})y(t) = (B_0 + B_1z^{-1})u(t-1) + (I + C_1z^{-1})\xi(t).$$

其中

$$A_1 = \begin{bmatrix} -1.368 & -0.562 \\ 0.01 & -0.786 \end{bmatrix}, \quad A_2 = \begin{bmatrix} 0.368 & 0.1 \\ 0.1 & 0.368 \end{bmatrix}, \quad B_0 = \begin{bmatrix} 1.5 & 0.5 \\ 0.7 & 0.5 \end{bmatrix},$$

$$B_1 = \begin{bmatrix} 1.0 & 0.7 \\ 0.5 & 0.7 \end{bmatrix}, \quad C_1 = \begin{bmatrix} -0.5 & 0.0 \\ 0.0 & -0.2 \end{bmatrix},$$

$$R = E \{ \xi(t)\xi^T(t) \} = \begin{bmatrix} 0.16 & 0.0 \\ 0.0 & 0.16 \end{bmatrix}.$$

选择 $A_m(z^{-1})$, 使闭环极点为 $z = 0.2$, 也即

$$A_m(z^{-1}) = A_{m0} \left(I + \begin{bmatrix} -0.2 & 0.0 \\ 0.0 & -0.2 \end{bmatrix} z^{-1} \right).$$

这时动态补偿器的理论设计值为

$$K_s(z^{-1}) = I + \begin{bmatrix} -0.5055 & -0.0134 \\ -0.0362 & -0.6040 \end{bmatrix} z^{-1} + \begin{bmatrix} 0.0145 & -0.0904 \\ 0.1073 & 0.2471 \end{bmatrix} z^{-2},$$

$$K_p(z^{-1}) = (1 - z^{-1}) \begin{bmatrix} 0.1974 & 0.1404 \\ 0.1703 & 0.3090 \end{bmatrix}.$$

为观察稳态解耦效果,系统给定设计为互相错开 25 步的周期为 100 步、幅值为 10 的矩形波信号. 参数估计采用 UD 算法,遗忘因子取为 $\beta = 0.99$, 有关参数的估计初值均设为零.

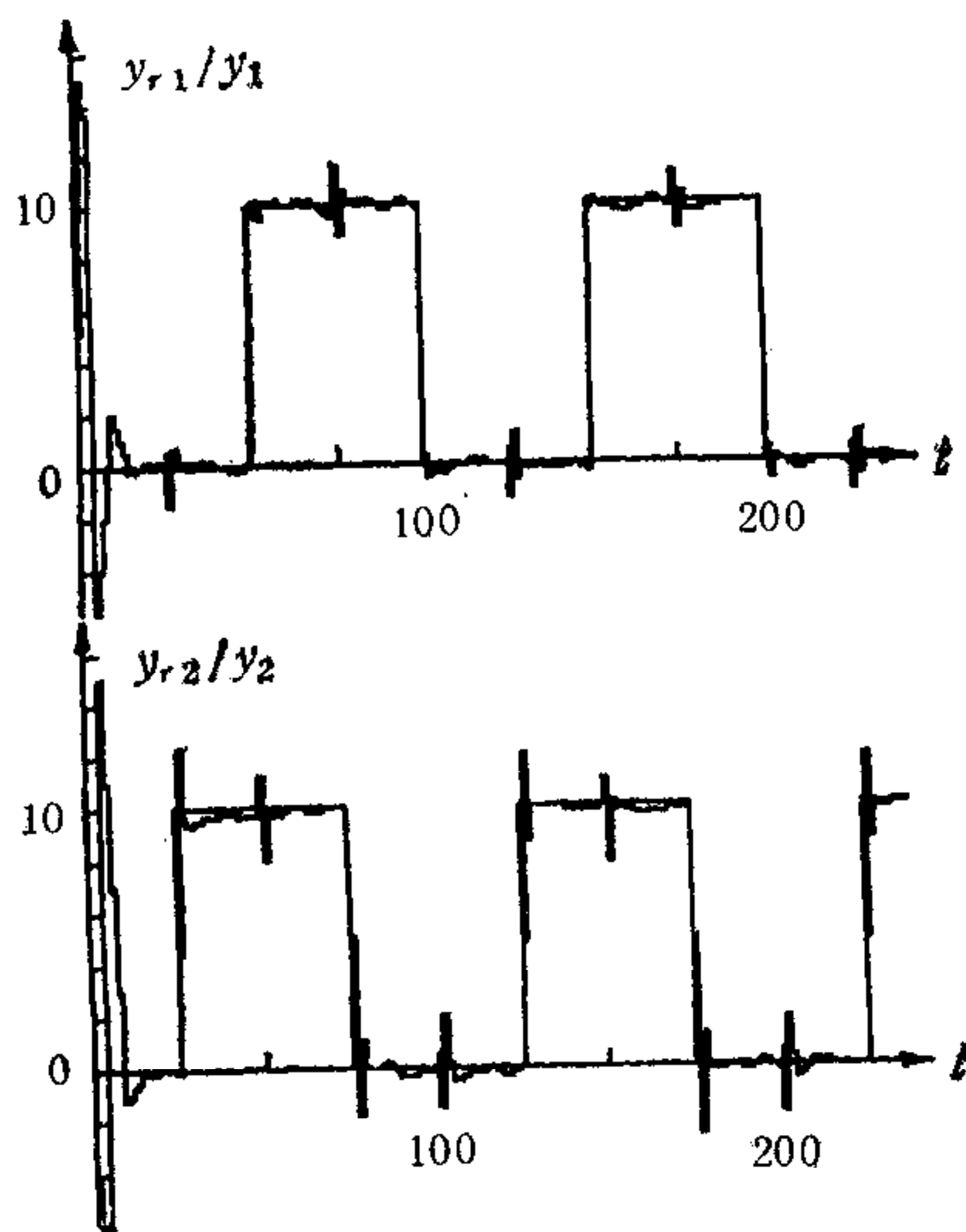


图 2 系统的给定与输出

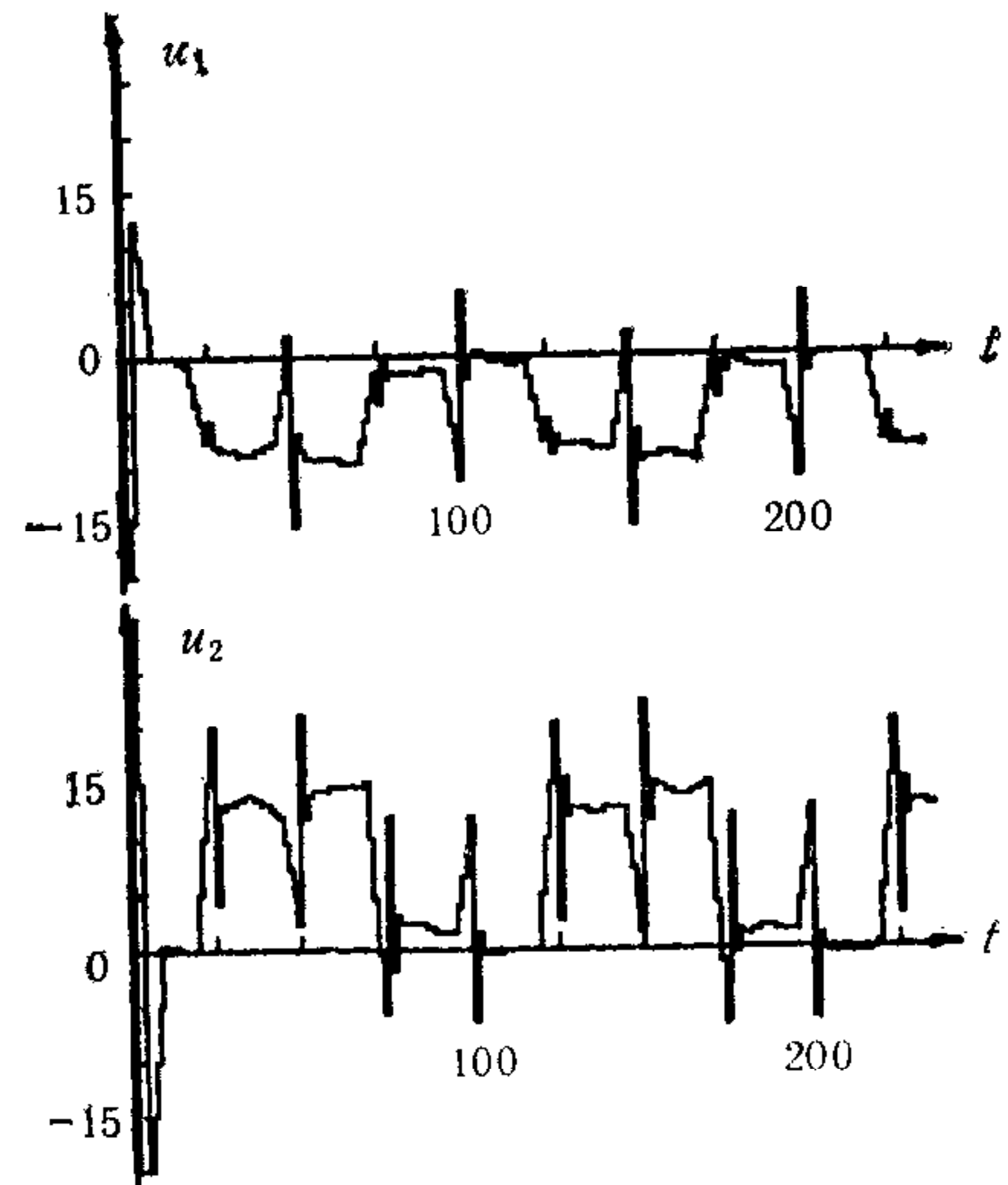
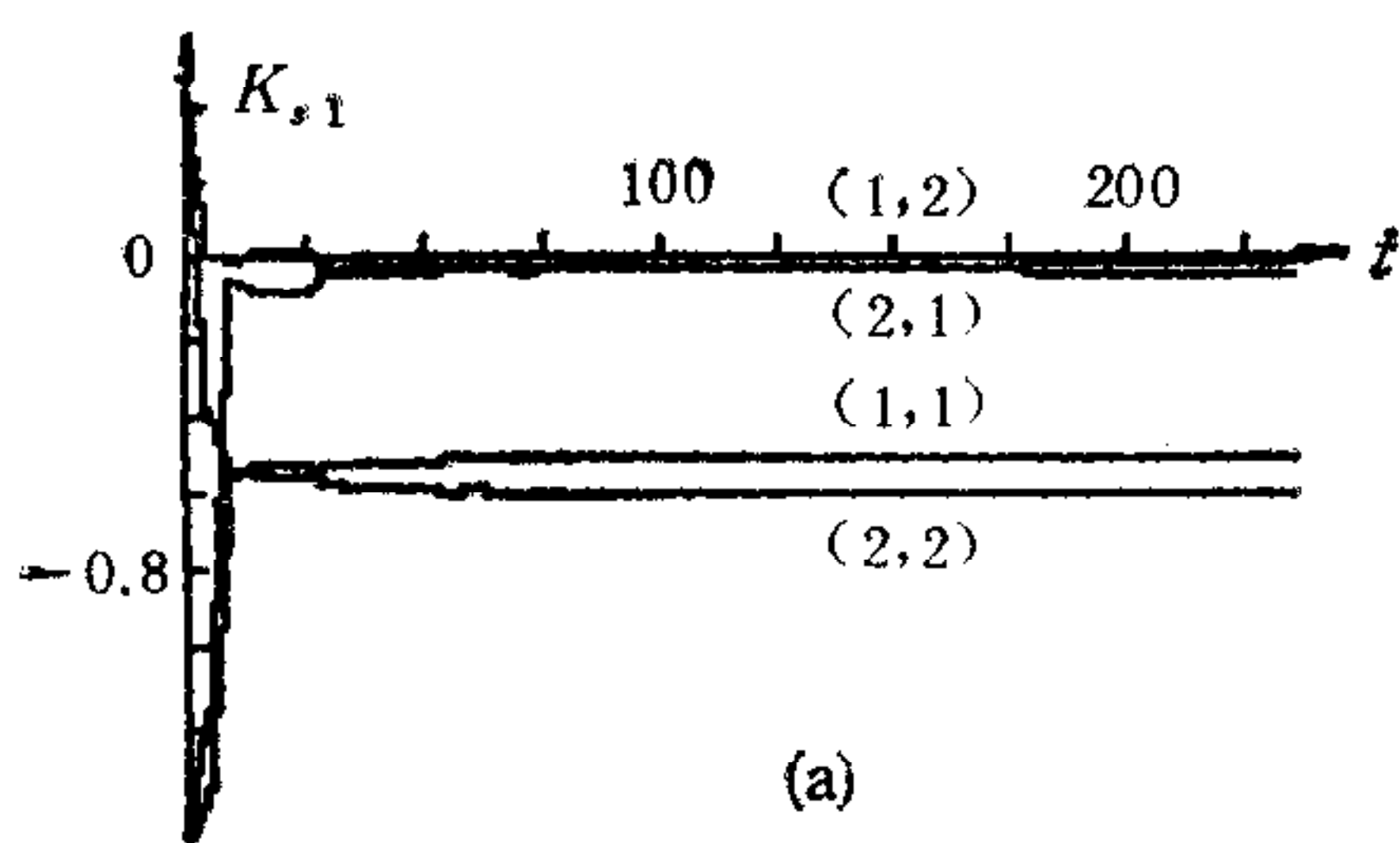
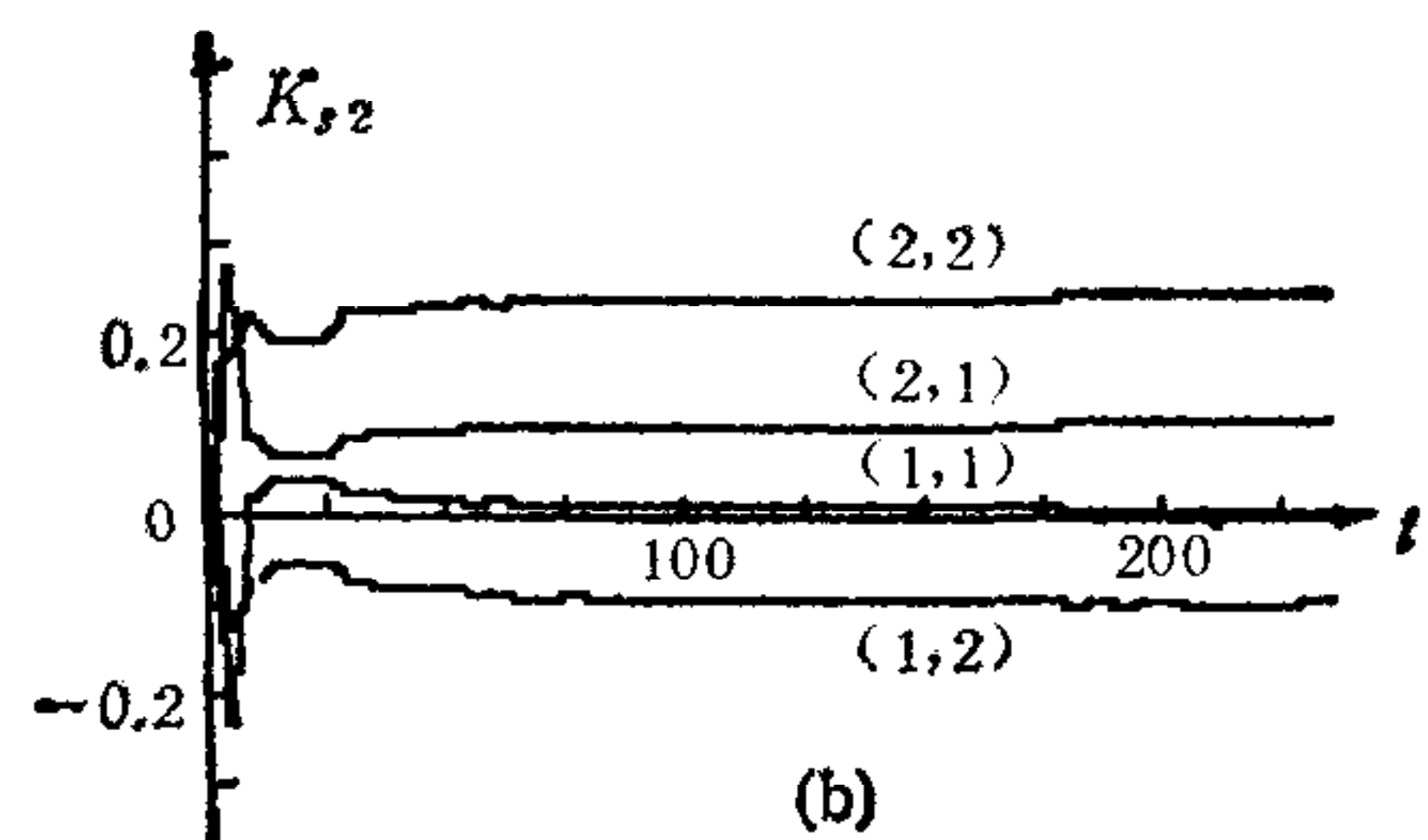


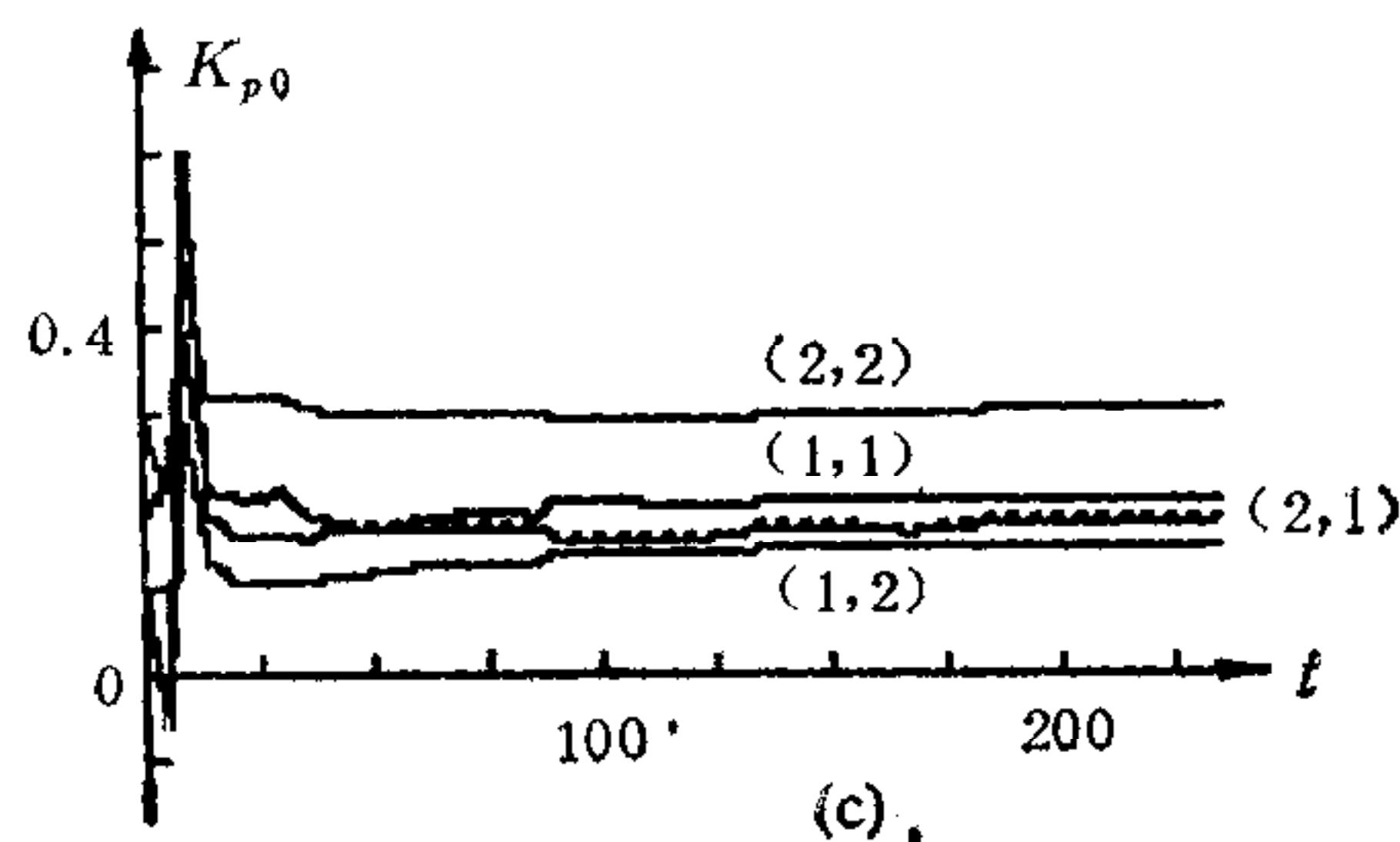
图 3 系统的控制输入



(a)



(b)



(c)

图 4 动态补偿器 (a) K_{s1} ; (b) K_{s2} ; (c) K_{p0}

图 2 和图 3 分别表示了系统输出跟踪和控制作用调节的情况, 而图 4 显示了动态补偿器的在线修正过程。

可以看到, 系统响应令人满意。稳态无偏差和稳态解耦完全实现, 并且动态调节时间不过 1—2 步。系统理想的动态性能归功于动态补偿器迅速准确的自动修正, 由图 4 可以看到, 动态补偿器自动修正到理论设计值大致为 25 步左右, 这时闭环极点便随之配置到指定的位置 $z = 0.2$ 。

对控制算法已作过大量的仿真实验, 结果均十分理想, 限于篇幅, 这里不再引入。

六、结 论

本文提出了一种新颖的多变量组合极点配置自校正控制器, 它在许多方面优于目前已经提出的其它多变量自校正控制方案。这种控制器能够保证系统稳定以及良好的动态特性, 并且几乎不增加计算量便可实现稳态无偏差和稳态解耦。与此同时它只需要很小的在线计算量, 仅为现有算法的一半左右, 而且应用非常灵活。这些优点使该控制器具有很强的工程实用价值, 即使用一般单板计算机也能加以实现。

参 考 文 献

- [1] Borisson, U., Self-tuning Regulator for a Class of Multivariable Systems, *Automatica*, 15(1979), 209—215.
- [2] Keviczky, L., Hetthessy, J., Hilger, M., and Kolostor, J., Self-tuning Adaptive Control of Cement Raw Material Blending, *Automatica*, 14(1978), 525—532.
- [3] Koivo, H. N., A Multivariable Self-tuning Controller, *Automatica*, 16(1980), 351—366.
- [4] Prager, D. L., Wellstead, P. E., Multivariable Pole Assignment Self-tuning Regulator, *IEE Proc-D*, 128(1981), 9—18.
- [5] Morris, A. J., Nazer, Y., Wood, R. K., Multivariable Self-tuning Process Control, *Optimal Control Application and Methods*, 3(1982), 363—387.

MULTIVARIABLE COMBINED POLE-PLACEMENT SELF-TUNING CONTROLLERS

Zhou Quangen
(Tongji University)

ABSTRACT

This paper presents a multivariable combined pole-placement controller which is thought superior to other existing schemes. The controller can handle open-loop unstable, nonminimum phase systems with different loop-delays and singular B_0 -matrix. Its remarkable advantages lie in the very small amount of on-line computation and the great flexibility for use, and in turn the attractive practical potential.

Key words: Self-tuning control; multivariable systems; pole placement; optimal control.