

# 容错控制系统中状态完全可观 冗余度的研究<sup>1)</sup>

葛建华 孙优贤 周春晖

(浙江大学工业控制研究所)

## 摘 要

本文提出了状态完全可观冗余度的概念。以线性时不变系统为研究对象，采用数值秩计算理论，编制了计算机辅助计算状态完全可观冗余度的程序。在依靠数学模型实现的容错控制系统中，只要选取可保证状态完全可观冗余度为 1 的量测信号，就能在任一测量传感器失效的情况下，重组状态反馈控制律，以实现容错控制。

**关键词：** 可观性，传感器失效，数值秩。

## 一、引 言

故障系统重组态是实现容错控制的重要方法，在任一量测传感器失效的故障系统中，系统仍能保证状态完全可观的性质是实现故障系统重组态，进而实施容错控制的基础。本文定义了状态完全可观冗余度的概念，并引入数值秩计算理论，提出了计算机辅助计算状态完全可观冗余度的方法。

## 二、主要结果

对于线性时变系统

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}}(t) &= A(t)\mathbf{x}(t) + B(t)\mathbf{u}(t), \\ \mathbf{y}(t) &= C(t)\mathbf{x}(t).\end{aligned}\tag{1}$$

其中  $\mathbf{x}(t) \in R^n$ ;  $\mathbf{y}(t) \in R^m$ ;  $\mathbf{u}(t) \in R^l$ 。系统状态完全可观的充要条件是<sup>[1]</sup>，对于每个  $t_0$  和某些  $t_1 > t_0$ ，可观性格兰姆矩阵

$$W_0(t_0, t_1) = \int_{t_0}^{t_1} \Phi^T(t, t_0) C^T(t) C(t) \Phi(t, t_0) dt.\tag{2}$$

对于某一传感器  $i$  失效的系统，量测矩阵  $C(t)$  应写成

本文于 1988 年 11 月 22 日收到。

1) 国家自然科学基金资助项目。

$$C_i(t) = \begin{bmatrix} c_1(t) \\ \vdots \\ c_{i-1}(t) \\ c_{i+1}(t) \\ \vdots \\ c_m(t) \end{bmatrix}. \tag{3}$$

其中  $C_i(t) \in R^{(m-1) \times n}$ . 定义状态完全可观冗余度为

**定义 1.** 对于系统(1), 如果系统是完全可观的, 且矩阵

$$W_{0i}(t_0, t_1) = \int_{t_0}^{t_1} \Phi^T(t, t_0) C_i^T(t) C_i(t) \Phi(t, t_0) dt \tag{4}$$

对  $i = 1, 2, \dots, m$  都是非奇异的, 则称系统(1)的状态完全可观冗余度至少为 1.

对于线性时不变系统

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t), \\ y(t) &= Cx(t). \end{aligned} \tag{5}$$

其中  $x(t) \in R^n; y(t) \in R^m; u(t) \in R^l$ .

**定义 2.** 对于系统(5), 如果矩阵  $(C, A)$  满秩, 即系统可观, 且矩阵  $(C_i, A) (i = 1, \dots, m)$  都满秩, 则称系统(5)的状态完全可观冗余度至少为 1.

考虑到实际系统数学模型的不确定性, 引入具有很好数值稳定性的数值秩计算理论. 对于矩阵  $H \in R^{k \times n} (k > n)$ , 若有大于零的  $\delta, \varepsilon$  和  $r$  满足下列关系式:

$$\begin{aligned} r &= \inf\{\text{rank}(V) : \|H - V\| \leq \varepsilon\}, \\ \varepsilon &\leq \delta \leq \sup\{\eta : \|H - V\| \leq \eta \rightarrow \text{rank}(V) \geq r\}, \end{aligned} \tag{6}$$

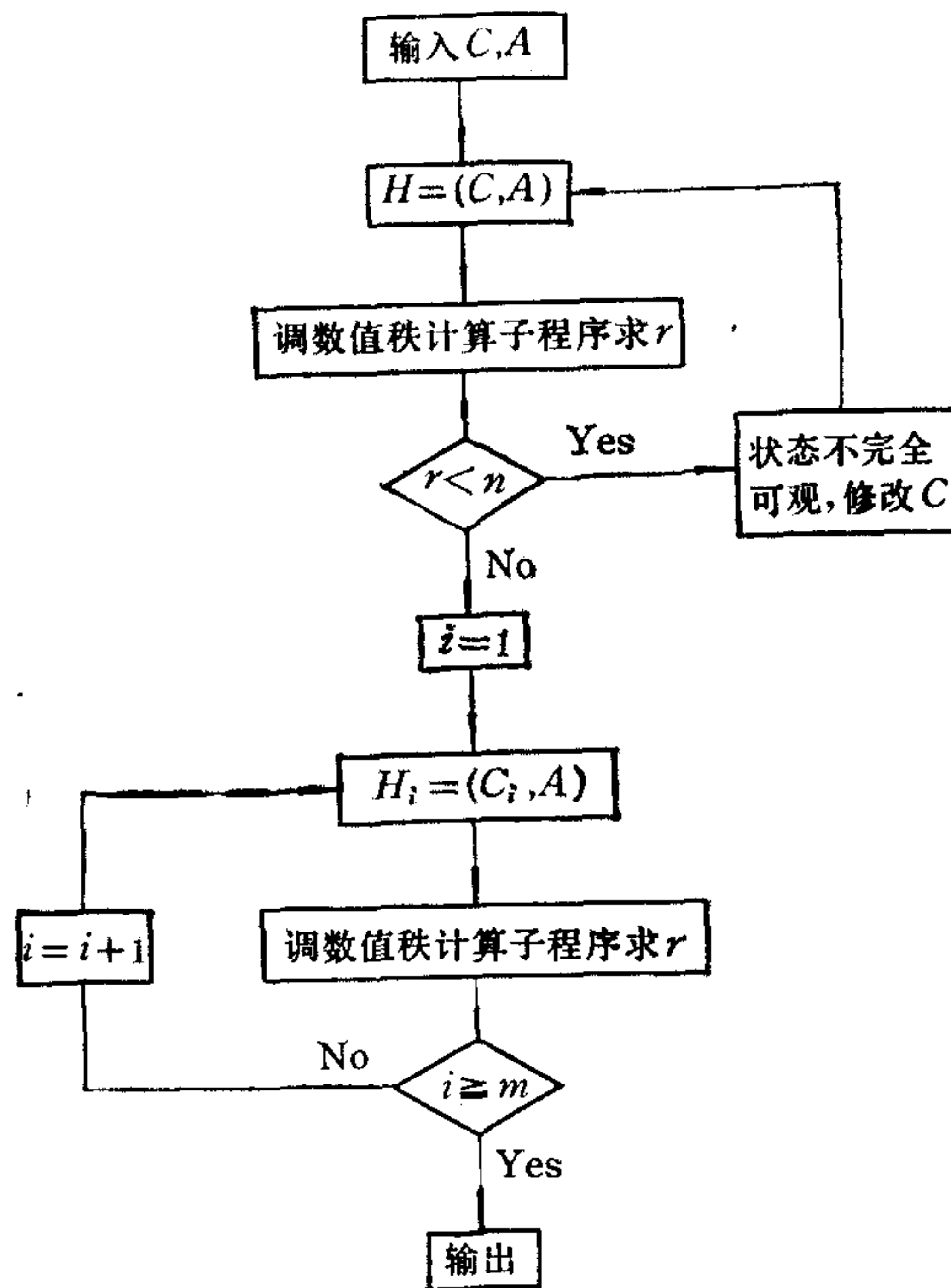


图 1 计算状态完全可观冗余度的程序流程图

则称矩阵 $H$ 具有数值秩 $(\delta, \varepsilon, \gamma)$ ，或称矩阵 $H$ 在零阈 $\varepsilon$ 和容差 $\delta$ 下，其秩为 $\gamma$ <sup>[2]</sup>。显然，通过求数值秩能判断控制系统的可观冗余度，且能了解矩阵中各元素值的扰动是否会破坏可观冗余度。图1为计算状态完全可观冗余度的程序流程图。

该程序具有人机对话功能。设计者可依据对控制对象的深刻了解来修改量测矩阵 $C$ ，以期实现状态完全可观冗余度等于1，即满足容错控制条件下的最小维量测矩阵 $C$ 的求取。

### 三、结 束 语

本文通过定义状态完全可观冗余度的概念和提出可观冗余度的计算方法，讨论了基于数学模型实现容错控制所必须满足的条件，根据对偶原理，本文的结果可推广到执行机构失效的情况，相应的概念为可控冗余度。

### 参 考 文 献

- [1] Wonham, W.M., *Linear Multivariable Control: A Geometric Approach*, Springer-Verlag(1974).  
[2] 毛剑琴等, 控制系统的计算机辅助设计, 北京航空学院出版社(1988).

## A STUDY OF THE DEGREE OF OBSERVABLE REDUNDANCY IN FAULT-TOLERANT CONTROL SYSTEM

GE JIANHUA    SUN YOUXIAN    ZHOU CHUNHUI  
(*Institute of Industrial Control, Zhejiang University*)

### ABSTRACT

In this paper, a concept of the degree of observable redundancy is proposed. The degree of the observable redundancy for the linear time-invariant systems is determined by computing the rank of the matrices. It is shown that for the model based fault-tolerant control systems, if the measured signals possess the degree of observable redundancy of 1, the state feed-back control law can be reconstructed in the case of any single sensor fails and fault-tolerant control can be reserved.

**Key words:** Observability; sensor failure; numerical rank.