

多变量间接自适应解耦控制算法¹⁾

柴天佑

(东北工学院自控系, 沈阳)

摘 要

本文提出了一种新的间接自适应控制方案。它具有如下优点: 1) 可以自适应解耦具有任意传输延时结构的一般随机多变量系统; 2) 减少辨识参数; 3) 可以控制开环不稳定或非最小相位系统。文中还证明了该方案具有全局收敛特性, 参数估计具有强相容性。

关键词: 多变量随机系统, 解耦控制, 间接自适应控制, 全局稳定性, 参数估计强相容性。

一、前 言

一些实际的多变量系统中, 常存在严重耦合及系统参数未知或变化的情况, 为了取得良好的系统性能必须采用多变量自适应解耦控制。文献[1]提出了通过选择加权阵来实现解耦控制的广义自校正控制器, 该控制器要求被控对象的交互矩阵是标量单位阵。文献[2—4]对具有对角交互矩阵的多输入多输出系统提出了自适应解耦控制算法。文献[5, 6]分别给出了采用前馈控制实现解耦的自校正控制器^[3]使用随机梯度和最小二乘辨识算法时的全局收敛性分析。间接自适应控制算法应用于大滞后系统可以减少辨识参数, 而且易于将自适应算法全局收敛所要求的严格正实条件与系统的参数联系起来。文献[7]将全局收敛的单变量间接自适应前馈控制算法用于多变量系统实现解耦控制。上述方案要求系统的交互矩阵和随机噪声的系数矩阵是对角的。

自适应解耦要求参数估计强相容。另外, 自适应算法中参数估计的强相容性提高算法的鲁棒性。一般的全局稳定自适应算法不能保证参数估计收敛于真值。文献[8, 9]提出了在辨识算法中引入衰减激励的方法成功地应用于某些自适应方案, 并保证该方案不仅具有全局稳定性而且参数估计具有强相容性。文献[10]提出了具有强相容性参数估计的多变量自校正前馈控制器。文献[11]针对确定性系统提出了参数估计强容的自适应解耦算法, 但假设输入信号满足持续激励条件。显然一般系统难于满足。

本文将广义最小方差控制策略与前馈控制结合起来提出了间接自适应解耦控制方案。并将衰减激励方法^[8, 9]应用于该方案。表明该方案具有全局收敛性, 参数估计强相容

本文于1988年10月5日收到。

1) 国家自然科学基金项目, 本文在中国自动化学会理论委员会1989年西安年会上宣读。

性,最后给出了仿真研究结果.

二、控制器结构

设多输入多输出线性离散系统用 ARMAX 模型

$$A(z^{-1})\mathbf{y}(t) = B(z^{-1})\mathbf{u}(t) + C(z^{-1})\boldsymbol{\xi}(t) \quad (2.1)$$

来描述. 其中 \mathbf{u} 和 \mathbf{y} 是 n 维输入输出向量; $\{\boldsymbol{\xi}(t)\}$ 是系统的驱动噪声,满足下列假设条件:

$$\begin{aligned} E(\boldsymbol{\xi}(t)/F_{t-1}) &= 0, \sup E(\|\boldsymbol{\xi}(t)\|^2/F_{t-1}) < \infty, \\ \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \|\boldsymbol{\xi}(t)\|^2 &< \infty, \text{ a.s.} \end{aligned} \quad (2.2)$$

式中 F_t 表示非降子 σ_- 代数族. A, B 和 C 是单位后移算子 z^{-1} 的矩阵多项式. A, B 为

$$A(z^{-1}) = \text{diag}(A_{ii}(z^{-1})), \quad A_{ii}(z^{-1}) = 1 + \sum_{l=1}^{n_{a_{ii}}} a_{iil}z^{-l},$$

$$B(z^{-1}) = [z^{-k_{ij}}B_{ij}(z^{-1})], \quad k_{ij} \geq 1, \quad B_{ij}(z^{-1}) = \sum_{l=0}^{n_{b_{ij}}} b_{ijl}z^{-l}, \quad b_{ij0} \neq 0.$$

其中 $\text{rank} B(z^{-1}) = n$, k_{ij} 已知. C 是稳定的矩阵多项式, $C(0) = I$. 由文献[10]知: $B(z^{-1})$ 可表示为

$$B(z^{-1}) = D(z^{-1})B_d(z^{-1})K(z).$$

式中

$$D(z^{-1}) = \text{diag}(z^{-k_i}), \quad k_i \geq 1, \quad K(z) = \text{diag}(z^{d_j}), \quad d_j \geq 0, \quad (2.3)$$

$$k = \max_{1 \leq i \leq n} k_i > \max_{1 \leq j \leq n} d_j,$$

$$B_d(z^{-1}) = (z^{-\bar{k}_{ij}}B_{ij}(z^{-1})), \quad \bar{k}_{ij} \geq 0, \quad \bar{k}_{ij} = k_{ij} - k_i + d_j.$$

其中 $B_d(0)$ 非奇异, k_i 和 d_j 可从 k_{ij} 中求得. 于是系统 (2.1) 可以写成

$$A(z^{-1})\mathbf{y}(t) = D(z^{-1})\bar{B}_d(z^{-1})\bar{\mathbf{u}}(t) + D(z^{-1})\bar{B}_d(z^{-1})\bar{\mathbf{u}}(t) + C(z^{-1})\boldsymbol{\xi}(t). \quad (2.4)$$

式中

$$\begin{aligned} \bar{B}_d(z^{-1}) &= \text{diag}(z^{-\bar{k}_{ii}}B_{ii}(z^{-1})), \quad \bar{B}_d(z^{-1}) = [z^{-\bar{k}_{ij}}B_{ij}(z^{-1})], \\ B_{ij} &= 0, \quad i = j, \quad \bar{\mathbf{u}}(t) = K(z)\mathbf{u}(t). \end{aligned} \quad (2.5)$$

引入下列性能指标

$$\begin{aligned} J = E(\|\mathbf{e}(t+K)\|^2/F_t) &= E(\|P(z^{-1})D(z)\mathbf{y}(t) - R(z^{-1})\mathbf{w}(t) \\ &+ Q(z^{-1})\bar{\mathbf{u}}(t) + S(z^{-1})\bar{\mathbf{u}}(t)\|^2/F_t). \end{aligned} \quad (2.6)$$

式中 \mathbf{w} 是 n 维已知有界参考输入向量, P, R, Q 是 z^{-1} 的加权对角矩阵多项式, $P(0) = I$. 加权阵 S 为 $S(z^{-1}) = (S_{ij}(z^{-1}))$, $S_{ij} = 0, i = j, D(z) = D(z^{-1})^{-1} = \text{diag}(z^{k_i})$.

引理 1. $\boldsymbol{\phi}(t+K) = P(z^{-1})D(z)\mathbf{y}(t)$ 的最优预报为

$$\boldsymbol{\phi}^*(t+k/t) = G(z^{-1})\mathbf{y}(t) + H(z^{-1})\bar{\mathbf{u}}(t) + N(z^{-1})\bar{\mathbf{u}}(t) + M(z^{-1})\boldsymbol{\xi}(t). \quad (2.7)$$

式中 G, H, N, M 是 z^{-1} 矩阵多项式。

证明. 引入下列等式

$$P(z^{-1})D^*(z^{-1}) = E(z^{-1})A(z^{-1}) + z^{-k}G(z^{-1}), \quad (2.8)$$

$$E(z^{-1})C(z^{-1}) = F(z^{-1}) + z^{-k}M(z^{-1}). \quad (2.9)$$

式中 E, F 是 $k-1$ 矩阵多项式, G 和 N 是矩阵多项式. $n_g = \max[n_a - 1, n_p]$, $n_m = n_c - 1$, $D^*(z^{-1}) = z^{-k}D(z)$. 用 E 左乘 (2.4) 式两边且利用 (2.8) 和 (2.9) 式可得

$$\begin{aligned} \phi(t+k) &= G(z^{-1})\mathbf{y}(t) + H(z^{-1})\bar{\mathbf{u}}(t) + N(z^{-1})\bar{\mathbf{u}}(t) \\ &\quad + M(z^{-1})\xi(t) + F(z^{-1})\xi(t+k). \end{aligned} \quad (2.10)$$

式中 $H(z^{-1}) = z^k E(z^{-1})\bar{B}_d$, $N(z^{-1}) = z^k E(z^{-1})\bar{B}_d$.

采用类似文献[10]的方法可得 $H(z^{-1}), N(z^{-1})$ 是 z^{-1} 的矩阵多项式. 由于 $\phi^*(t+k/t) = \phi(t+k) - F(z^{-1})\xi(t+k)$ 是 F_t 可测, 由式 (2.2) 和式 (2.10) 知最优预报 $\phi^*(t+k/t)$ 为 (2.7) 式. 使性能指标 (2.6) 极小化的最优控制由下列定理给出.

定理 1. 使性能指标 (2.6) 取得极小值 γ^2 即

$$\begin{aligned} J &= E(\|\mathbf{e}(t+k)\|^2/F_t) = E(\|\mathbf{v}(t+k)\|^2/F_t) \\ &= E(\|F(z^{-1})\xi(t+k)\|^2/F_t) = \gamma^2 \end{aligned}$$

的最优控制律为

$$\phi^*(t+k/t) = R(z^{-1})\mathbf{w}(t) - Q(z^{-1})\bar{\mathbf{u}}(t) - S(z^{-1})\bar{\mathbf{u}}(t). \quad (2.11)$$

证明. 知

$$\phi(t+k) = \phi^*(t+k/t) + F(z^{-1})\xi(t+k). \quad (2.12)$$

将 (2.12) 式代入 (2.6) 式可知控制律 (2.11) 使 (2.6) 式取得极小值 γ^2 .

三、解 耦 设 计

由 (2.7) 式和 (2.11) 式可得控制规律的另一种表达形式, 然后代入系统 (2.4) 可得闭环系统的方程

$$\begin{aligned} (\bar{B}_d P + Q A) D(z) \mathbf{y}(t) &= \bar{B}_d R \mathbf{w}(t) + (\bar{B}_d S - Q \bar{B}_d) \bar{\mathbf{u}}(t) \\ &\quad + (z^k \bar{B}_d F + Q D(z) C) \xi(t). \end{aligned} \quad (3.1)$$

显然 $\bar{B}_d P + Q A$ 与 $\bar{B}_d R$ 是对角矩阵多项式, 选择 $S(z^{-1}) = \lambda S_1(z^{-1})$, $Q(z^{-1}) = \lambda Q_1(z^{-1})$ 并使

$$\bar{B}_d(z^{-1}) S_1(z^{-1}) - Q_1(z^{-1}) \bar{B}_d(z^{-1}) = 0. \quad (3.2)$$

这样耦合交叉项 $(\bar{B}_d S - Q \bar{B}_d)$ 从方程 (3.1) 中消失, 不管 $C(z^{-1})$ 是否是对角矩阵多项式, 都将实现对参考输入的解耦控制.

从 (3.1) 式和下面第五部分的分析可以知道加权项 P, Q, S 的选择关系到自适应闭环系统的稳定性. 下面给出一种既能保证系统的稳定性又能实现解耦控制的选择加权阵的方法. 首先离线选择 Q_1 然后由 (3.2) 式采用最小二乘法解方程求 S_1 使 $(\bar{B}_d S_1 - Q \bar{B}_d)$ 尽可能为零^[2]. 选择 $P = I$, 离线选择 λQ_1 使其满足

$$\det\{B(z^{-1}) + \lambda A(z^{-1})[Q_1(z^{-1}) + S_1(z^{-1})]\} \neq 0, \quad |z| \geq 1, \quad \lambda \geq 0. \quad (3.3)$$

为了实现静态解耦和消除稳态跟踪误差可以引入积分作用即选择 $Q_1(1) = S_1(1) = 0$,

$R = P$. 另一种方法是

$$S_1(1) = \bar{B}_d(1)^{-1}Q(1)\bar{B}_d(1), \quad (3.4)$$

$$R = I + Q\bar{B}_d^{-1}A|_{z=1}. \quad (3.5)$$

四、间接自适应解耦控制算法

间接自适应方案首先辨识系统的参数, 然后计算 $\phi(t+k)$ 的最优预报 $\phi^*(t+k/t)$, 在线校正加权阵 S 和 R , 最后由 (2.12) 式求出控制输入. 为了保证参数估计强相容和性能指标收敛到最优值, 在辨识算法中引入衰减激励信号^[8,9].

1. 辨识算法

系统 (2.1) 可以写成

$$\mathbf{y}(t) = \Theta^T \mathbf{x}(t) + \xi(t), \quad (4.1)$$

式中 $\Theta^T = [-A_1, \dots, -A_{n_a}; B_0, \dots, B_{n_b}; C_1, \dots, C_{n_c}]$,

$$\mathbf{x}(t)^T = [\mathbf{y}(t-1)^T, \dots, \mathbf{y}(t-n_a)^T; \mathbf{u}(t-1)^T, \dots, \mathbf{u}(t-n_b)^T; \xi(t-1)^T, \dots, \xi(t-n_c)^T].$$

于是

$$\hat{\Theta}(t) = \hat{\Theta}(t-1) + \frac{\hat{\mathbf{x}}(t-1)}{\hat{r}(t-1)} \left[\mathbf{y}(t)^T - \hat{\mathbf{x}}(t-1)^T \hat{\Theta}(t-1) \right], \quad (4.2)$$

$$\hat{r}(t) = 1 + \sum_{i=1}^t \hat{\mathbf{x}}(i)^T \mathbf{x}(i), \quad \hat{r}(0) = 1. \quad (4.3)$$

式中

$$\hat{\xi}(t) = \mathbf{y}(t) - \hat{\Theta}(t-1)^T \hat{\mathbf{x}}(t-1), \quad (4.4)$$

$$\hat{\mathbf{x}}(t)^T = [\mathbf{y}(t-1)^T, \dots, \mathbf{y}(t-n_a)^T; \mathbf{u}(t-1)^T, \dots, \mathbf{u}(t-n_b)^T; \hat{\xi}(t-1)^T, \dots, \hat{\xi}(t-n_c)^T].$$

$\hat{\Theta}(t)$ 是对 Θ t 时的估计.

2. 自适应控制计算

设 A, B, C 的 t 时刻的估计为 $A_t(z^{-1}), B_t(z^{-1}), C_t(z^{-1})$. 于是由引理 1 知 $\phi^*(t+k/t)$ 的估计值为

$$\hat{\phi}^*(t+k/t) = G_t(z^{-1})\mathbf{y}(t) + H_t(z^{-1})\bar{\mathbf{u}}(t) + N_t(z^{-1})\bar{\mathbf{u}}(t) + M_t(z^{-1})\xi(t). \quad (4.5)$$

式中

$$P(z^{-1})D^*(z^{-1}) = E_t(z^{-1})A_t(z^{-1}) + z^{-k}G_t(z^{-1}), \quad (4.6)$$

$$E_t(z^{-1})C_t(z^{-1}) = F_t(z^{-1}) + z^{-k}M_t(z^{-1}), \quad (4.7)$$

$$H_t(z^{-1}) = z^k E_t(z^{-1})\bar{B}_{dt}(z^{-1}), \quad N_t(z^{-1}) = z^k E_t(z^{-1})\bar{B}_{dt}(z^{-1}). \quad (4.8)$$

由定理 1 知控制输入为

$$\hat{\phi}^*(t+k/t) = R_t \mathbf{w}(t) - Q(z^{-1})\bar{\mathbf{u}}(t) - S_t(z^{-1})\bar{\mathbf{u}}(t). \quad (4.9)$$

式中 S_t 和 R_t 由下列各式在线计算:

$$\bar{B}_{dt}(z^{-1})S_{1t}(z^{-1}) - Q_1(z^{-1})\bar{B}_{dt}(z^{-1}) = 0, \quad (4.10)$$

$$S_{1t}(1) = Q_1(1) = 0 \text{ 或 } S_{1t}(1) = \bar{B}_{dt}(1)^{-1}Q_1(1)\bar{B}_{dt}(1), \quad (4.11)$$

$$R_t = P = I \text{ 或 } R_t = I + Q\bar{B}_{d_t}^{-1}A_t|_{z=1}. \quad (4.12)$$

在辨识算法 (4.2)–(4.4) 式中的控制输入信号为

$$\mathbf{u}^*(t) = \mathbf{u}(t) + \mathbf{v}(t). \quad (4.13)$$

$\mathbf{v}(t)$ 是衰减信号, 定义如下:

$$\mathbf{v}(t) = \frac{\mathbf{a}(t)}{\log \varepsilon_t^2} \quad \forall t \geq 2, \quad \varepsilon \in \left(0, \frac{1}{4(nn_a + s + 2)}\right),$$

$$s = \max\{n_a, n_b, n_c\}. \quad (4.14)$$

其中 $\mathbf{a}(t)$ 是任意独立于 $\{\xi(t)\}$ 且

$$E\mathbf{a}(t) = 0, \quad E\mathbf{a}(t)\mathbf{a}(t)^T = \mu I, \quad \mu > 0, \quad E\|\mathbf{a}(t)\|^3 < \infty, \quad a \cdot s. \quad (4.15)$$

由于 $K(z)$ 已知, 由 (4.9) 式很容易求得 $\mathbf{u}(t)$. 另外, 当 t 趋于无穷, $\mathbf{v}(t)$ 趋于零而且方差大小取决于 ε 时, 可根据实际系统所容许的外加激励大小来确定 ε . 显然这样的激励信号可以用于实际控制.

五、全局收敛性和参数估计强相容性分析

引理 2. 假设 $\left[C(z^{-1}) - \frac{1}{2}I\right]$ 严格正实, 那么辨识算法 (4.2)–(4.4) 以概率 1 具

有下列性质:

$$1) \sup_t \|\hat{\Theta}(t)\|^2 < \infty; \quad (5.1)$$

$$2) \sum_{t=0}^{\infty} \frac{\|\mathbf{z}(t)\|^2}{f(t)} < \infty; \quad (5.2)$$

$$3) \sum_{t=1}^{\infty} \|\hat{\Theta}(t) - \hat{\Theta}(t-1)\|^2 < \infty; \quad (5.3)$$

$$4) C(z^{-1})\mathbf{z}(t-1) = -\tilde{\Theta}(t-1)^T \hat{\mathbf{x}}(t-1), \quad \tilde{\Theta}(t) = \hat{\Theta}(t) - \Theta. \quad (5.4)$$

式中

$$\mathbf{z}(t-1) = \hat{\xi}(t) - \xi(t). \quad (5.5)$$

证明. 引理 2 性质 (1)–(3) 的证明见文献 [8]. 性质 (4) 的证明如下:

$$\begin{aligned} \mathbf{z}(t-1) &= \hat{\xi}(t) - \xi(t) \\ &= \mathbf{y}(t) - \hat{\Theta}(t-1)^T \hat{\mathbf{x}}(t-1) - (\mathbf{y}(t) - \Theta^T \mathbf{x}(t-1)) \\ &= \Theta^T [\mathbf{x}(t-1) - \hat{\mathbf{x}}(t-1)] - \tilde{\Theta}(t-1)^T \hat{\mathbf{x}}(t-1) \\ &= -(C(z^{-1}) - I)\mathbf{z}(t-1) - \tilde{\Theta}(t-1)^T \hat{\mathbf{x}}(t-1). \end{aligned}$$

由上式易于得 (5.4) 式.

引理 3. 间接自适应算法 (4.2)–(4.15) 应用于系统 (2.1) 时, 输入输出的动态特性方程为

$$\begin{aligned} &[\tilde{B}PD(z) + \tilde{Q}A]\mathbf{y}(t) - \tilde{B}(\hat{E}\hat{A} - \hat{E} \cdot \bar{A})\mathbf{y}(t+k) - \tilde{B}(\hat{E} \cdot \bar{B} - \hat{E}\hat{B})\mathbf{u}^*(t+k) \\ &= \tilde{B}R\mathbf{w}(t) + QC\xi(t) + \tilde{B}[(\hat{E} \cdot \bar{C} - \hat{E}\hat{C}) + \hat{F}]\mathbf{z}(t+k) \\ &\quad + \tilde{B}[(\hat{E} \cdot \bar{C} - \hat{E}\hat{C}) + \hat{F}]\xi(t+k) + (\tilde{Q}B + z^k \tilde{B}\hat{E}\hat{B})\mathbf{v}(t), \end{aligned} \quad (5.6)$$

$$\begin{aligned}
& (PB_d + A\bar{Q})\bar{\mathbf{u}}(t) - A(\hat{E}\hat{A} - \hat{E} \cdot \bar{A})\mathbf{y}(t+k) - A(\hat{E} \cdot \bar{B} - \hat{E}\hat{B})\mathbf{u}^*(t+k) \\
& = AR\mathbf{w}(t) - PD(z)C\xi(t) + A[(\hat{E} \cdot \bar{C} - \hat{E}\hat{C}) + \hat{F}]\mathbf{z}(t+k-1) \\
& \quad + A[(\hat{E} \cdot \bar{C} - \hat{E}\hat{C}) + \hat{F}]\xi(t+k) + [A\hat{E}\hat{B} \\
& \quad - z^{-k}PB_dK(z)]\mathbf{v}(t+k).
\end{aligned} \tag{5.7}$$

式中

$$\hat{A} = A_t(z^{-1}), \bar{A} = A_{t+k-1}(z^{-1}), \tag{5.8}$$

$$\begin{aligned} \tilde{B}(z^{-1})\bar{Q}(z^{-1}) &= \tilde{Q}(z^{-1})D(z^{-1})B_d(z^{-1}), \bar{Q} = (Q + S), \\ \det\tilde{B} &= \det DB_d. \end{aligned} \tag{5.9}$$

证明. 由 (4.4) 式, (5.5) 式和 (5.8) 式得

$$\bar{C}\mathbf{z}(t+k-1) = \bar{A}\mathbf{y}(t+k) - \bar{B}\mathbf{u}^*(t+k) - \bar{C}\xi(t+k). \tag{5.10}$$

用 \hat{E} 左乘 (5.10) 式的两边且使用 (4.5)–(4.9) 式得

$$\begin{aligned}
PD(z)\mathbf{y}(t) - R\mathbf{w}(t) + (Q + S)\bar{\mathbf{u}}(t) &= [\hat{F} + (\hat{E} \cdot \bar{C} - \hat{E}\hat{C})]\mathbf{z}(t+k-1) \\
&+ [(\hat{E}\bar{C} - \hat{E}\hat{C}) + \hat{F}]\xi(t+k) + z^k\hat{E}\hat{B}\mathbf{v}(t) + (\hat{E}\hat{A} - \hat{E}\bar{A})\mathbf{y}(t+k) \\
&+ (\hat{E}\bar{B} - \hat{E}\hat{B})\mathbf{u}^*(t+k).
\end{aligned} \tag{5.11}$$

用 A 和 \tilde{B} 分别左乘 (5.11) 式两边然后使用 (2.1), (2.3), (5.9) 式可得 (5.6) 和 (5.7) 两式.

引理 4. 假设系统 (2.1) 的 A, B, C 没有左公因子且阶次的上界 n_a, n_b, n_c 已知, $(C(z^{-1}) - \frac{1}{2}I)$ 严正实. 输入信号为 $\mathbf{u}^*(t) = \mathbf{u}(t) + \mathbf{v}(t)$ 且

$$\limsup_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N (\|\mathbf{u}(t)\|^2 + \|\mathbf{y}(t)\|^2) < \infty. \tag{5.12}$$

其中 $\mathbf{v}(t)$ 由 (4.14) 式和 (4.15) 式给出. $\mathbf{u}(t)$ 是任何由 δ -代数序列 $\{\xi(i), i \leq t, \mathbf{v}(i), i \leq t\}$ 产生的 F_{t-1} 可测随机变量, 那么由算法 (4.2)–(4.4) 给出的 Θ 的估计 $\hat{\Theta}(t)$ 是强相容的. 即

$$\hat{\Theta}(t) \xrightarrow[t \rightarrow \infty]{} \Theta. \tag{5.13}$$

证明见文献 [9].

定理 2. 除系统 (2.1) 中假设和引理 4 中关于系统 (2.1) 的假设外, 假定离线选择 P 和 λQ_1 满足

$$\det(P(z^{-1})B_d(z^{-1}) + \lambda A(z^{-1})(Q_1(z^{-1}) + S_1(z^{-1}))) \neq 0, |z| \geq 1. \tag{5.14}$$

那么当间接自适应算法 (4.2)–(4.15) 应用于系统 (2.1) 时, 则有

$$1) \text{ 稳定性. } \limsup_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \|\mathbf{y}(t)\|^2 < \infty \text{ a.s., } \limsup_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \|\mathbf{u}(t)\|^2 < \infty, \text{ a.s.} \tag{5.15}$$

$$2) \text{ 收敛性. } \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N E(\|\mathbf{e}(t+k)\|^2 / F_t) = r^2 \text{ a.s.} \tag{5.16}$$

$$3) \text{ 强相容性. } \hat{\Theta}(t) \xrightarrow[t \rightarrow \infty]{} \Theta \text{ a.s.} \tag{5.17}$$

证明. 由式 (5.9) 可得

$$\det(\tilde{B}PD(z) + \tilde{Q}A) = \det(PB_d + A\bar{Q}) = \det[PB_d + \lambda A(Q_1 + S_1)].$$

由引理 2 中的 1) 知 A_i, B_i, C_i 以概率 1 有界. 由于方程 (4.6), (4.7) 有唯一解而且相关的 Sylvester 矩阵的逆有界所以 E_i, G_i, F_i 和 M_i 以概率 1 有界. 由引理 2 中的 3) 和方程 (4.6), (4.7) 的连续性知当 $t \rightarrow \infty$ 式 (5.6) 和式 (5.7) 中的圆括号中的各项趋于零. 这样当 t 充分大时, 闭环系统以概率 1 任意接近特征多项式矩阵为 $(PB_d + \lambda A(Q_1 + S_1))$ 的稳定系统. 由文献 [9] 知

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \|\mathbf{v}(t)\|^2 = 0. \quad (5.18)$$

由引理 2 的 2), Kronecker 引理采用类似文献 [7] 的方法得

$$\begin{aligned} \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \|\mathbf{z}(t)\|^2 &= 0 \text{ a. s.}, \\ \limsup_{N \rightarrow \infty} \frac{\hat{r}(N)}{N} &\leq \infty \text{ a. s.} \end{aligned} \quad (5.19)$$

式 (5.19) 意味着式 (5.15) 是正确的.

由 (4.13)–(4.15) 式以及 (5.15) 式和引理 4 知

$$\hat{\Theta}(t) \xrightarrow[t \rightarrow \infty]{} \Theta, \text{ a. s.},$$

(5.11) 式可以写成

$$\begin{aligned} PD(z)\mathbf{y}(t) - R\mathbf{w}(t) + Q\bar{\mathbf{u}}(t) &= [(\hat{E}\bar{C} - \hat{E}\hat{C}) + \hat{F}]\mathbf{z}(t+k-1) \\ &+ \hat{E}[\hat{\Theta}(t+k-1)^T \mathbf{x}(t+k-1) - \hat{\Theta}(t)^T \mathbf{x}(t+k-1)] \\ &+ (\hat{F} - F)\boldsymbol{\xi}(t+k) + \hat{E}\hat{B}\mathbf{v}(t+k) + F\boldsymbol{\xi}(t+k). \end{aligned} \quad (5.20)$$

由式 (5.1) 和式 (5.19) 得

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \|[(\hat{E} \cdot \bar{C} - \hat{E}\hat{C}) + \hat{F}]\mathbf{z}(t+k-1)\|^2 = 0, \text{ a. s.} \quad (5.21)$$

由 (5.1) 式和 (5.18) 式知

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \|\hat{E}\hat{B}\mathbf{v}(t+k)\| = 0, \text{ a. s.} \quad (5.22)$$

定义

$$\hat{r}(t) = \mathbf{y}(t-1) + \mathbf{x}(t)^T \mathbf{x}(t), \quad \hat{r}(0) = 1.$$

这样

$$\begin{aligned} &\sum_{i=1}^N \frac{\|[\hat{\Theta}(t+k-1) - \hat{\Theta}(t)]^T \mathbf{x}(t+k-1)\|^2}{\hat{r}(t+k-1)} \\ &\leq \sum_{i=1}^N \frac{\|[\hat{\Theta}(t+k-1) - \hat{\Theta}(t)]^T\|^2 \mathbf{x}(t+k-1)^T \mathbf{x}(t+k-1)}{\hat{r}(t+k-1)} < \infty. \end{aligned}$$

由于 $\limsup_{N \rightarrow \infty} \frac{\hat{r}(N)}{N} < \infty$, 由引理 2 中的 3) 和 Kronecker 引理可得

$$\begin{aligned} \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \|\hat{E}[\hat{\Theta}(t+k-1)^T \mathbf{x}(t+k-1) \\ - \hat{\Theta}(t)^T \mathbf{x}(t+k-1)]\|^2 = 0, \text{ a. s.} \end{aligned} \quad (5.23)$$

定义 $\Theta_F = [F_0, \dots, F_{k-1}]^T$, $x_\xi(t)^T = [\xi(t)^T, \dots, \xi(t-k+1)^T]$. 由于 $\hat{\Theta}_F(t) \xrightarrow{t \rightarrow \infty} \Theta_F$. $\forall \varepsilon > 0$, $\exists t_0$ 对于 $t > t_0$, $\|\hat{\Theta}_F(t) - \Theta_F\| < \varepsilon$. 由 (2.2) 式知

$$\begin{aligned} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \|(\hat{F} - F)\xi(t+k)\|^2 &\leq \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{t_0} \|\hat{\Theta}_F(t) - \Theta_F\|^2 \|x_\xi(t+k)\|^2 \\ &+ \frac{1}{N} \sum_{i=t_0}^N \|\hat{\Theta}_F(t) - \Theta_F\|^2 \|x_\xi(t+k)\|^2 = \xi W \underset{\varepsilon \rightarrow 0}{=} 0, \text{ a.s.}, W < \infty. \end{aligned} \quad (5.24)$$

由 Schwarz 不等式和 (5.20)—(5.24) 式可得 (5.16) 式。

本文提出的间接自适应算法的参数估计的强相容保证 A_i, B_i 收敛到真值。从而保证按 (4.10)—(4.12) 式选择的 S_{1i} 和 R_i 能收敛到由系统真参数按 (3.2)—(3.5) 方程校正的 S_1 和 R 。这样真正实现了自适应解耦控制, 参数估计的强相容保证了 (5.24) 式的成立, 从而保证了该算法具有 (5.16) 式给出的最优性能。

六、仿真实验

仿真模型

$$\begin{bmatrix} 1 - 1.1z^{-1} & 0 \\ 0 & 1 - 0.2z^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1(t) \\ y_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.2z^{-2} + z^{-3} & z^{-1} \\ 0.25z^{-2} & 0.2z^{-1} + z^{-2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \xi_1(t) \\ \xi_2(t) \end{bmatrix}. \quad (6.1)$$

式中 $\xi(t)$ 是均值为零, 方差为 0.1 I 的白噪声向量。该系统是一个开环不稳定的非最小相位系统。系统的延时结构为 $\begin{bmatrix} z^{-2} & z^{-1} \\ z^{-2} & z^{-1} \end{bmatrix}$, 显然文献 [2,3] 提出的方案不能控制这个系统。用本文提出的方案选择 $D(z^{-1}) = \text{diag}(z^{-2}, z^{-2})$, $K(z) = \text{diag}(1, z)$, 加权阵选择为 $P = I$, $Q_1 = I$, $\lambda = 2$ 。 S_1 和 R 由 (4.10)—(4.12) 式在线校正。 S_1 的阶次选为 $n_5 = 3$ 。图 1 表示采用一般自校正控制器时系统的输出。显然由于耦合作用, 系统的输

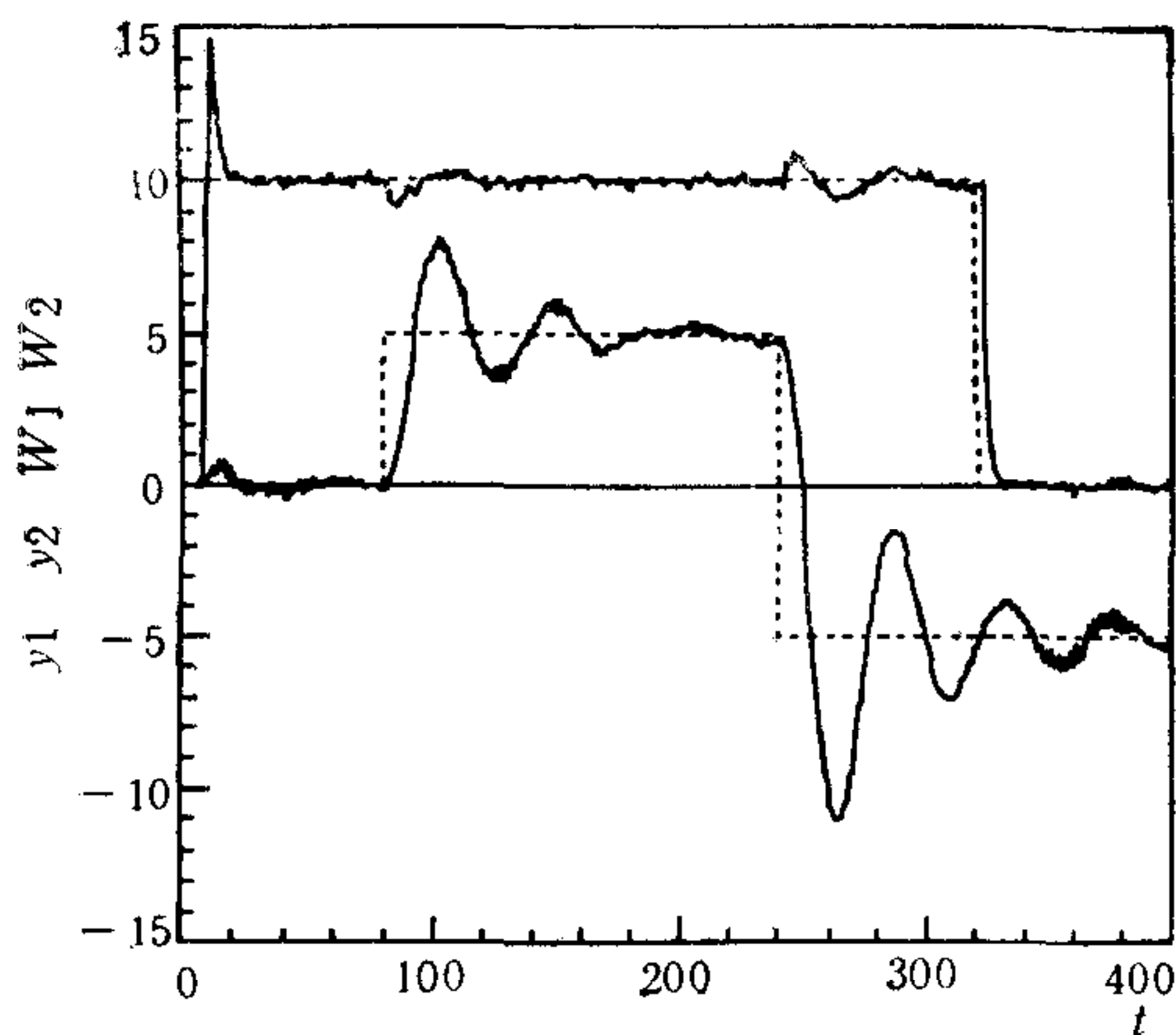


图 1 采用自校正控制器时, 系统的参考输入 w_1, w_2 , 输出 y_1, y_2 曲线

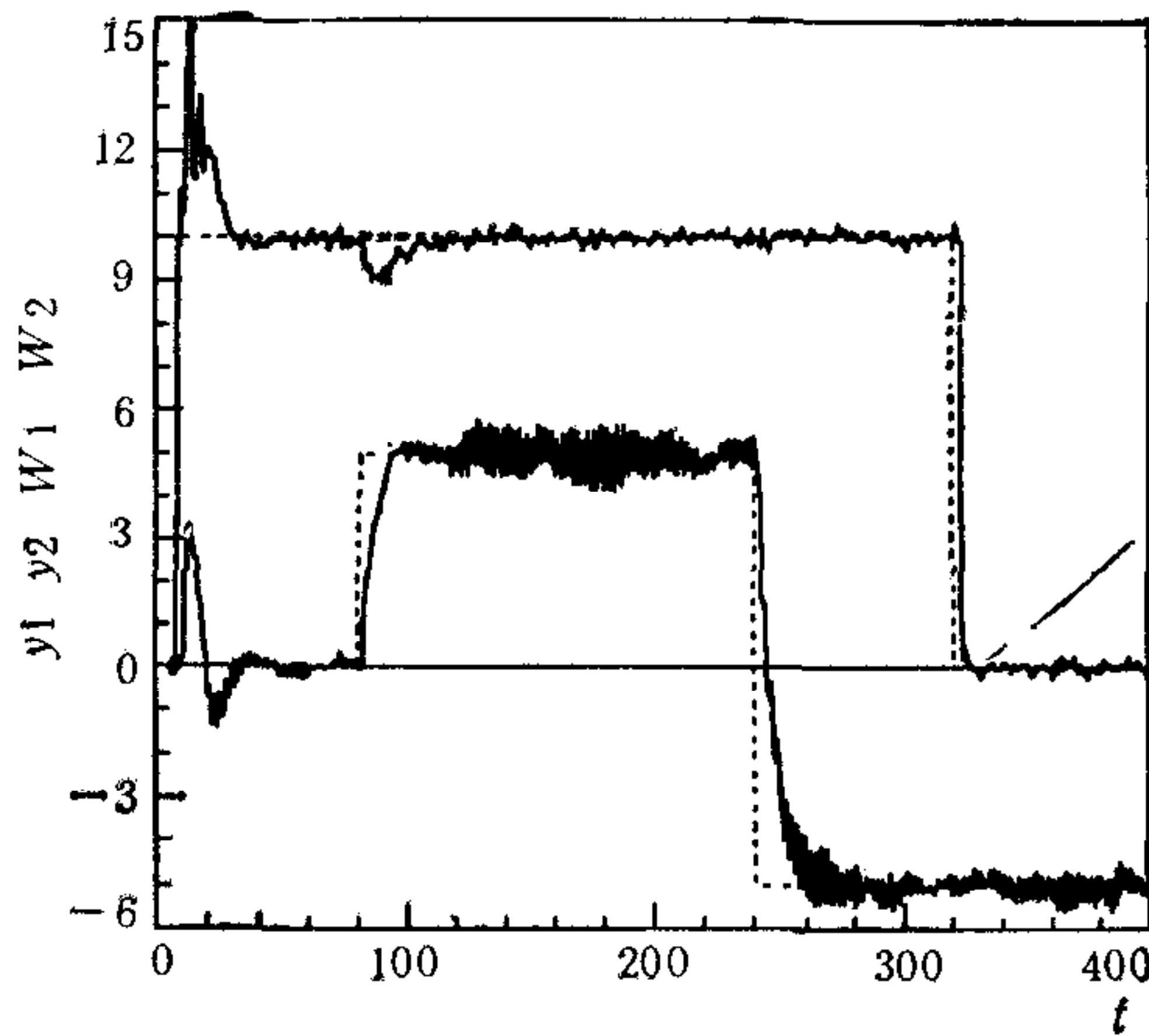


图 2 采用本文提出的解耦自适应算法时, 系统的参考输入 w_1, w_2 , 输出 y_1, y_2 曲线

出相互影响。图 2 表示采用本文提出的解耦自适应算法时, 系统的输出曲线。显然系统输出的相互影响减少。仿真表明, 加权项 S_1 的阶次选得越高, 解耦效果越好。

致谢。 感谢澳大利亚国家大学教授 B. D. O. Anderson 和 J. B. Moore 以及博士 L. Guo 对本课题提出的富有成效的见解。本文的仿真实验是在该大学 MicrovaxII 计算机上用 Matrixx 软件完成。

参 考 文 献

- [1] 郎世俊、顾兴源、柴天佑, A Multivariable Generalized Self-tuning Controller with Decoupling Design, *Automt. Control*, **AC-31**(1986), 5, 474—477.
- [2] Mcdermott, P. E. and Mellichamp, D. A., A Decoupling Pole Placement Self-tuning Controller for a Class of Multivariable Systems, *Optimal Control Applications & Methods*, **7**(1986), 3, 55—79.
- [3] 柴天佑, 郎世俊、顾兴源, 多变量自校正前馈控制器及其应用, *自动化学报*, **12**(1986), 3, 229—236.
- [4] 柴天佑, A New Multivariable Decoupling Controller Pole-zero Placement Self-tuning Controller. Proc. of the 25th IEEE Conference on Decision and Control, 109—113, Athens, Greece, 1986.
- [5] 柴天佑, 多变量自校正解耦控制器的全局收敛性分析, *自动化学报*, **15**(1989), 5, 432—436.
- [6] 柴天佑, A Self-tuning Decoupling Controller for a Class of Multivariable Multivariable Systems and Global Convergence Analysis *IEEE Trans. Aut. Control*, **AC-33**(1988), 8, 767—771.
- [7] 柴天佑, 一种新的间接自适应前馈控制算法及其应用, *自动化学报*, **16**(1990), 3, 262—267.
- [8] Chen, H. F. and Guo, L., Adaptive Control with Recursive Identification for Stochastic Linear Systems, *Advances in Control and Dynamic Systems*. (C. T. Leondes, ed., 26(2), Academic Press, New York, 1987).
- [9] Chen, H. F. and Guo, L., Optimal Adaptive Control and Consistent Parameter Estimates for ARMAX Model with Quadratic Cost, *SIAM J. Control*, **25**(1987), 4, 845—867.
- [10] 柴天佑, 具有强相容参数估计的多变量自校正前馈控制器, *自动化学报*, **17**(1991), 3
- [11] Wittenmark, B., Middleton, and Goodwin, G. C., Adaptive Decoupling of Multivariable Systems, *Int. J. Control*, **46**(1987), 6, 1993—2009.

A MULTIVARIABLE INDIRECT ADAPTIVE DECOUPLING CONTROL ALGORITHM

CHAI TIANYOU

(Northeast University of Technology)

ABSTRACT

In this paper, a new indirect adaptive control scheme is presented. It has the following advantages: 1) It can realize adaptive decoupling control for general stochastic multivariable systems with arbitrary time delay. 2) The parameters to be estimated are reduced. 3) It can control unstable and/or nonminimum phase systems. The global convergence and consistency of parameter estimates for the scheme are also proved.

Key words: Multivariable stochastic systems; decoupling control; indirect adaptive control; global convergence; consistency of parameter estimates.