第17卷 第3期　　自 动 化 学 报　　Vol. 17, No. 3
1991年5月　　ACTA AUTOMATICA SINICA　　May, 1991

分散控制系统结构的综合及其工业应用

戴连奎　吕勇哉
（浙江大学化工系，杭州）

摘　要

本文论述了连续工业过程中分散控制结构的综合问题．首先讨论了一般分散控制结构的可行性问题，并给出了存在相应的分散控制器使闭环系统具有渐近稳定性、终值无偏性及鲁棒性的结构要求．其次研究了最经济结构的综合问题，提出了获得最少测量、最少控制与最简单反馈结构的相应算法以及该综合算法的工业应用实例．

关键词： 分散鲁棒控制，结构可行性，结构综合，催化裂化装置．

一、引　言

在设计具体的控制系统以前，首先要解决控制结构的选择问题或称结构综合问题．文献［1，2］分别基于能控性、能观性的概念提出了控制与测量结构的最经济综合问题．文献［3，4］则基于分散固定模的概念[5]，讨论了输出反馈结构的综合问题．然而，在连续工业过程的控制问题中，为保证平稳操作并实现控制目标，总希望被控变量即使存在持续的干扰，也能维持理想的设定值．文献［6］考虑了这一特点，并基于结构能控性的概念[7,8]提出了控制变量的定性综合方法．本文则论述了连续工业过程中的控制结构综合问题，研究了控制结构可行的基本要求，并且详细地讨论了测量、控制与输出反馈结构的最经济综合问题和相应的最经济综合算法，并将该综合算法应用于某炼油厂催化裂化装置反应再生部分分散控制系统的结构选择．

二、问题的提出

首先讨论控制结构的描述问题．考虑线性时不变多变量系统

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu, \\ y_m &= C_m x. \end{aligned} \tag{1}$$

其中 $u \in R^m$ 为控制，$x \in R^n$ 为状态，$y_m \in R^{r_m}$ 为测量．

假设其控制结构为 K^*．K^* 为 $m \times r_m$ 维结构矩阵，且

本文于1988年6月20日收到．

$$K^* \triangleq \begin{pmatrix} K_1^* \\ K_2^* \\ \vdots \\ K_m^* \end{pmatrix}, \tag{2}$$

其中 K_i^* 为 $1 \times r_m$ 维的结构子阵,其元素为

$$k_{ij}^* \triangleq \begin{cases} *, & u_i \text{ 与 } y_j^m \text{ 允许存在反馈信息联系}, \\ 0, & \text{否则}. \end{cases}$$

$$(j = 1, 2, \cdots, r_m;\ i = 1, 2, \cdots, m.)$$

这里称 K^* 中的非零元素“$*$”为结构元素.

对系统 (1)，结构 K^* 的固定模集合[4]定义如下:

$$F_m(C_m, A, B; K^*) \triangleq \bigcap_{K \in K^*} \sigma(A + BKC_m). \tag{3}$$

其中 $K \in K^*$ 为 K^* 的任一实现，$\sigma(X)$ 为矩阵 X 的特征值集合.

现在考虑以下多变量系统

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu + E\omega, \\ y &= Cx, \\ y_m &= C_m x. \end{aligned} \tag{4}$$

其中 $\omega \in R^q$ 为外部扰动，$y \in R^r$ 为系统输出. 假设输出 y 的跟踪目标为 y^s，则控制误差为

$$e(t) = y(t) - y^s(t),$$

并假设输出 y 可测量,且包括在 y_m 中,而 y_m 与 u 之间的输出反馈结构阵为 K^*.

本文将研究以下两个问题

1. 考虑给定的系统 (4) 与反馈结构 K^*，在该结构约束下是否存在某一输出反馈线性时不变控制器满足

1) 闭环系统为渐近稳定;

2) 终值无偏性,即 $\forall \omega \in R^q$, $\forall y^s \in R^r$,均有 $\lim\limits_{t \to \infty} e(t) = 0$.

这里 ω，y^s 均为阶跃变化. 若满足以上要求,则称 K^* 为可行结构.

2. 给定系统 (4) 式,要求综合控制结构 K^*，使得问题 1 的解存在. 同时,使得

3) 与该控制器有关的测量与控制具有最小维数;

4) 输出反馈中结构元素的数目极小化. 若 K^* 满足 1)—4) 式，则称 K^* 为该分散伺服系统的最经济结构.

三、解的存在性

结合文献 [10] 的定理 3 与文献 [4] 的定理 1 可证得定理 1.1.

定理 1.1. 考虑多变量系统 (4) 与控制结构 K^*，存在该结构下的线性时不变输出反馈鲁棒控制器，使得闭环系统是渐近稳定而且终值无偏的充分必要条件是以下两项要求均成立:

1) 系统 (C_m, A, B) 对于结构 K^* 的固定模集合中不存在除零以外的其他非稳定模式,即

$$F_m(C_m, A, B; K^*) \subset C^- U\{0\}. \tag{5}$$

其中 C^- 表示为整个特征值复平面中左半平面(虚轴除外);

2) 增广系统 $\left\{\begin{pmatrix} C_m & 0 \\ 0 & I \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} A & 0 \\ C & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} B \\ 0 \end{pmatrix}\right\}$ 在该结构下的固定模中不包含零,即

$$0 \notin F_m\left\{\begin{pmatrix} C_m & 0 \\ 0 & I \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} A & 0 \\ C & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} B \\ 0 \end{pmatrix}; (K^*, K_0^*)\right\}. \tag{6}$$

其中 K_0^* 为输出 $y(t)$ 与控制 $u(t)$ 之间的结构阵.

定理 1.1 中"鲁棒控制器"的意义见文献 [9, 10]. 简言之,对于某一固定的控制器,当被控对象参数发生小范围的摄动时,该闭环系统仍保持渐近稳定与终值无偏,则称该控制器为"鲁棒控制器".

由定理 1.1 可以证得以下推论.

推论 1.1. 对于被控系统 (4),控制结构 K^* 为可行结构的必要条件是

$$\operatorname{Rank}\begin{pmatrix} A & B \\ C & 0 \end{pmatrix} = n + r, \tag{7}$$

$$\text{g. r. } (K_0^*) = r. \tag{8}$$

其中 $\text{g. r. } (K_0^*) \triangleq \max\limits_{K_0 \in K_0^*} \{\operatorname{Rank}(K_0)\}$ 称为结构矩阵 K_0^* 的一般秩. 因 $y(t)$ 可测且包含于 y_m 中,故 K_0^* 实质为 K^* 的某一特定子阵.

推论 1.2. 对于开环稳定的被控系统 (4),则 K^* 为可行结构的充分条件是

$$\exists K_0 \in K_0^*,\ \text{使}\ \operatorname{Rank}(TK_0) = r. \tag{9}$$

其中 $T = -CA^{-1}B$ 为控制对输出的静态增益阵.

以上推论表明,任一反馈控制结构中至少要有 r 个控制手段与 r 个结构元素才可能使闭环系统具有渐近稳定性与终值无偏性. 而当被控对象为渐近稳定时,结构可行与否仅与输入输出静态增益阵有关.

由定理 1.1 可以得到以下结论,它为控制结构综合提供了前提条件.

定理 1.2. 给定被控过程 (4),存在可行结构的充分必要条件是

1) (C_m, A) 可检测; 2) (A, B) 可镇定; 3) $\operatorname{Rank}\begin{pmatrix} A & B \\ C & 0 \end{pmatrix} = n + r$.

四、分散控制结构的最经济综合

假设系统输出(或称被控变量)已选定,而且均可测量. 引入最少维数的辅助测量以满足定理 1.2 的条件 1),使得被控对象中所有不稳定的模式均可观测. 为简便起见,将这些辅助测量扩充为输出的一部分,即假设测量与输出相同,且 (C, A) 可检测.

显然,对于开环稳定的对象,最少维数的测量就为系统输出本身. 因假设 (C, A) 可检测,故有

$$\mathrm{Rank}\begin{pmatrix} A \\ C \end{pmatrix} = n. \tag{10}$$

另外，假设定理 1.2 的其它条件均成立，以保证综合问题的解存在.

1. 最经济控制变量的选择

"最经济控制"这里指的是满足定理 1.2 并具有最少维数的控制变量. 由定理 1.2 可证得以下结论.

定理 2.1. 若被控对象除零以外无其它不稳定的模式存在，且条件 (7) 式、(10)式成立. 则存在维数为 r 的最经济控制 $\hat{u}$，当且仅当下式成立：

$$\mathrm{Rank}\begin{pmatrix} A & \hat{B} \\ C & 0 \end{pmatrix} = n + r. \tag{11}$$

式中 $\begin{pmatrix} \hat{B} \\ 0 \end{pmatrix}$ 为 $\hat{u}$ 所对应的控制系数阵.

由定理 2.1 可得到以下推论.

推论 2.1. 若被控对象为渐近稳定，且 $\mathrm{Rank}(T) = r$. 则存在维数为 r 维的最经济控制 $\hat{u}$，当且仅当下式成立：

$$\mathrm{Rank}(\hat{T}) = r. \tag{12}$$

其中 $\hat{T} = -CA^{-1}\hat{B}$ 为控制 $\hat{u}$ 与输出 y 之间的静态增益阵.

由定理 2.1 与推论 2.1 可知，对于开环稳定或者除积分环节外无其它不稳定环节的绝大多数工业过程，就控制结构的可行性而言，总是存在各种最经济控制，其维数与输出维数相同.

如果存在除积分环节以外的其它不稳定环节，则可用以下综合算法获得各种最经济控制.

控制变量最经济综合算法：

1) 计算矩阵 A 中除零以外的所有不稳定特征值 $\lambda_1, \lambda_2, \cdots, \lambda_\mu$；令 $k = 0$.

2) 从所有可供选择的控制变量中，选择 $(r + k)$ 个控制分量组成 $\hat{u}$. 显然将有 $\begin{pmatrix} r+k \\ m \end{pmatrix}$ 种不同的组合.

3) 判断条件 $\mathrm{Rank}\begin{pmatrix} A & \hat{B} \\ C & 0 \end{pmatrix} = n + r$ 是否成立. 若成立，继续下一步；否则，转 2) 选择不同的控制.

4) 判断 $(A, \hat{B})$ 是否可镇定，即检查

$$\mathrm{Rank}(A - \lambda_i I, \hat{B}) = n, \quad i = 1, 2, \cdots, \mu$$

是否均成立. 若均成立，则转下一步；否则，转 2) 选择其它 $(r + k)$ 维的控制 $\hat{u}$.

5) 若对于任一 $(r + k)$ 维的控制 $\hat{u}$，定理 1.2 的条件 2)，3) 均不能同时成立；则令 $k \Leftarrow k + 1$，转 2) 重新选择控制 $\hat{u}$. 否则，选择其它的 $(r + k)$ 维的控制 $\hat{u}$，转 2)；直至各种选择结束，综合过程也相应完成，从而获得各种最经济控制.

2. 分散控制输出反馈结构的最经济综合

由定理 1.1 可以证明以下定理.

定理 2.2. 若被控对象除零以外无其它不稳定的特征值，且 (7) 式成立，$m=r$；则最经济分散控制信息结构为 $K=K_0^*$.

$$K_0^*=\begin{pmatrix} * & & & 0 \\ & * & & \\ & & \ddots & \\ 0 & & & * \end{pmatrix}_{r\times r} P_I. \tag{13}$$

其中 P_I 为由 0, 1 组成的 $r\times r$ 满秩方阵，而元素 1 的个数为 r. 显然，(13) 式包括了 $r!$ 种不同的选择.

由定理 2.2 可得到以下推论.

推论 2.2. 若被控系统是渐近稳定的，且 $m=r$，$\mathrm{Rank}(T)=r$；则分散控制系统最经济的反馈结构为 (13) 式.

如果被控对象存在除零以外的其它非稳定特征值，则类似于控制变量综合算法，可采用试验的方法，获得各种满足定理 1.1 要求的最经济反馈控制结构.

根据以上讨论，对于开环稳定过程或者除积分环节外其余部分为稳定的绝大多数连续工业过程，可以直接得到各种最经济结构，其反馈通道数为 r，且均为单回路结构. 由此可见，实际工业过程中广泛应用的多回路控制系统，其结构是最简单的.

五、工业应用实例分析
——反应再生系统控制结构的最经济综合

对某炼油厂催化裂化装置反应再生系统[11]，应用前面所讨论的最经济结构综合方法，同时结合该过程的特点综合了该过程的控制结构. 在此基础上，设计了相应的控制系统，并用于实际生产过程中.

实际运行表明，该分散鲁棒控制系统具有良好的伺服性能与抗扰动能力，而且能适应负荷与原料油性质等的变化，具有较强的鲁棒性. 该系统的引入提高了操作的平稳性，并使整个装置的操作处于较佳的水准上，具有明显的经济效益. 经考核每年可增加产值 838 万元，利税 144 万元，提高轻质油收率 1.3%. 另外，由于控制结构简单，该系统深受操作人员的欢迎.

附 录

定理 1.1 的证明.

考虑系统 (4) 式与控制结构 K^*. 为使闭环系统具有终值无偏性，须引入伺服补偿器

$$\dot{z}(t)=e(t), \tag{a1}$$

得到增广系统

$$\begin{cases} \begin{pmatrix}\dot{x}\\ \dot{z}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}A & 0\\ C & 0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x\\ z\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}B\\ 0\end{pmatrix}u+\begin{pmatrix}E\omega\\ -y^s\end{pmatrix}, \\ \begin{pmatrix}y_m\\ z\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}C_m & 0\\ 0 & I\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x\\ z\end{pmatrix}. \end{cases} \tag{a2}$$

类似于文献 [10] 中的定理 3，可证明 K^* 为可行结构的充要条件是增广系统 (a2) 在 K^* 下可镇定，即[4]

$$F_m\left\{\begin{pmatrix} C_m & 0 \\ 0 & I \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} A & 0 \\ C & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} B \\ 0 \end{pmatrix}; (K^*, K_0^*)\right\} \subset C^-. \tag{a3}$$

必要性. 假设定理 1.1 的条件 1) 不满足，由文献 [4] 中定理 1 可知，不存在任一反馈控制器使闭环系统稳定，即条件 (a3) 式无法满足。因而 K^* 为不可行，由此可见定理 1.1 的条件 1) 是必要的。而条件 2) 作为 (a3) 式的特例，自然必须成立.

充分性. 设矩阵 A 存在非零不稳定模式 $\lambda(A)$，其中 $\lambda(A) \notin C^- \cup \{0\}$. 假设定理 1.1 的条件 1) 成立，即，$\exists K \in K^*$，使

$$\det(A + BKC_m - \lambda I) \neq 0.$$

则 $\exists K_0 \in K_0^*$（取 $K_0 = 0$），使

$$\det\begin{pmatrix} A + BKC_m - \lambda I & BK_0 \\ C & -\lambda I \end{pmatrix} \neq 0.$$

即

$$\lambda(A) \notin F_m\left\{\begin{pmatrix} C_m & 0 \\ 0 & I \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} A & 0 \\ C & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} B \\ 0 \end{pmatrix}; (K^*, K_0^*)\right\}.$$

或者说

$$F_m\left\{\begin{pmatrix} C_m & 0 \\ 0 & I \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} A & 0 \\ C & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} B \\ 0 \end{pmatrix}; (K^*, K_0^*)\right\} \subset C^- \cup \{0\}.$$

再者，由定理 1.1 条件 2) 的假设，可知 (a3) 式成立.

证毕.

推论 1.1 的证明.

由定理 1.1 可知，K^* 为可行结构的必要条件是 (6) 式成立，即 $\exists K \in K^*$，$\exists K_0 \in K_0^*$，使

$$\mathrm{Rank}\begin{pmatrix} A + BKC_m & BK_0 \\ C & 0 \end{pmatrix} = n + r. \tag{a4}$$

因 $\begin{pmatrix} A + BKC_m & BK_0 \\ C & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & B \\ C & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} I_n & 0 \\ KC_m & K_0 \end{pmatrix}$.

故 (a4) 成立的必要条件是，

$$\begin{cases} \mathrm{Rank}\begin{pmatrix} A & B \\ C & 0 \end{pmatrix} = n + r, \\ \mathrm{Rank}\,(K_0) = r. \end{cases}$$

即证得推论 1.1 成立.

推论 1.2 的证明.

对于稳定对象，由定理 1 可知 K^* 为可行结构的充分条件是 (6) 式成立，即 (a4) 式要求成立. 令 $K = 0$，则 (a4) 式为

$$\mathrm{Rank}\begin{pmatrix} A & BK_0 \\ C & 0 \end{pmatrix} = n + r，或$$

$$\mathrm{Rank}(-CA^{-1}BK_0) = r,$$

即

$$\mathrm{Rank}(TK_0) = r.$$

由此证得，当 $K = 0$ 时，(9) 式与 (a4) 式等价. 可见推论 1.2 成立.

定理 1.2 的证明.

由定理 1.1 可知，对于给定的被控过程 (4) 式，存在可行结构的充要条件是

$$F_m(C_m, A, B; R^{m \times r_m}) \subset C^- \cup \{0\} \tag{a5}$$

及
$$0\notin F_m\left\{\begin{pmatrix}C_m & 0\\ 0 & I\end{pmatrix},\begin{pmatrix}A & 0\\ C & 0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}B\\ 0\end{pmatrix};\ R^{m\times(r_m+r)}\right\}. \tag{a6}$$

根据 Davison (1978) 所提出的等价关系[12],可知 ($a6$) 式等价于以下两个条件:

$$\begin{cases}\operatorname{Rank}\left(\begin{array}{cc|c}A & 0 & B\\ C & 0 & 0\end{array}\right)=n+r,\\ \operatorname{Rank}\begin{pmatrix}C_m & 0\\ 0 & I\\ A & 0\\ C & 0\end{pmatrix}=n+r.\end{cases}$$

即

$$\begin{cases}\operatorname{Rank}\begin{pmatrix}A & B\\ C & 0\end{pmatrix}=n+r,\\ \operatorname{Rank}\begin{pmatrix}C_m\\ A\end{pmatrix}=n.\end{cases} \tag{a7}$$

而 ($a5$) 式等价于

$\forall\lambda(A)\notin C^-\cup\{0\}$, 均有

$$\begin{cases}\operatorname{Rank}(A-\lambda I,B)=n,\\ \operatorname{Rank}\begin{pmatrix}C_m\\ A-\lambda I\end{pmatrix}=n.\end{cases} \tag{a8}$$

因 $\begin{pmatrix}A & B\\ C & 0\end{pmatrix}$ 为 $(n+r)\times(n+m)$ 维矩阵,(7) 式包括以下条件

$$\operatorname{Rank}(A,B)=n. \tag{a9}$$

结合 ($a7$) 式—($a9$) 式即可得定理 1.2.

定理 2.1 的证明.

类似于定理 1.2 的证明,由于被控对象不存在除零以外的其它不稳定模式,且(10)式、(7)式成立,因此存在维数为 r 的控制 $\hat{u}$, 使(11)式成立;由定理 1.2 的结论,也使定理 1.2 条件 1)—3)成立,因而 $\hat{u}$ 为满足(7)式的最经济控制.

反之,若(11)式不成立,则不满足定理 1.2 的条件 3). 因此对于控制 $\hat{u}$ 而言(11)式是必要的.

证毕.

推论 2.1 显然.

定理 2.2 的证明.

根据被控对象不存在除零以外的其它不稳定模式的假设,由定理 1.1 可知,K^* 为可行结构的充要条件是(6)式成立,即

$$\exists\, K\in K^*,\ \exists\, K_0\in K_0^*,\ \text{使}\ (a4)\ \text{式成立}.$$

又因(7)式成立,且 $m=r$, 故 ($a4$) 式成立的充要条件是,$\exists\, K_0\in K_0^*$, 使 $\operatorname{Rank}(K_0)=r$; 即(8)式成立.

显然,使(8)式成立的最经济结构即为(13)式,其中,P_I 为任一由 0, 1 组成的含有 r 个非零元素的 $r\times r$ 满秩矩阵.

证毕.

推论 2.2 显然.

参　考　文　献

[1] 涂序彦，控制系统的最经济结构综合问题，自动化学报，8(1982)，103—111.
[2] 王庆国、孙优贤、周春晖，Most Economical Structure Synthesis of Control Systems, Proceedings of Industrial Process Modelling and Control, Hangzhou, China, 423—428, 1985.
[3] Wang, S. H. and Davison, E. J., Minimization of Transmission Cost in Decentralized Control Systems, *Int. J. Control,* 28(1978), 889—896.
[4] 胡仰曾、蒋慰孙，The Economical Output Feedback Stabilization Problem of Linear Multivariable Systems, Proc. 9th IFAC World Congress, Budapest, Hungary, 239—244, 1984.
[5] Wang, S. H. and Davison, E. J., On the Stabilization of Decentralized Control Systems, *IEEE Trans. Auto. Contr.,* AC-18(1973), 473—478.
[6] Morari, M. and Stephanopoulos, G., Studies in the Synthesis of Control Structures for Chemical Processes, Part 2: Structural Aspects and the Synthesis of Alternative Feasible Control Schemes, *AICh E J.,* 26 (1980), 232—246.
[7] Lin, C. T., Structural Controllability, *IEEE Trans. Auto. Contr.,* AC-19(1974), 201—208.
[8] Shields, R. W. and Pearson, J. B., Structural Controllability of Multiinput Linear Systems, *IEEE Trans. Auto. Contr.,* AC-21(1976), 203—212.
[9] Davison, E. J. and Goldenberg, A., The Robust Control of a General Servomechanism Problem: the Servo-compensator. *Automatica,* 11(1975), 461—471.
[10] Davison, E. J., The Robust Decentralized Control of a General Servomechanism Problem, *IEEE Trans. Auto. Contr.,* AC-21(1976), 14—24.
[11] 戴连奎、吕勇哉，催化裂化装置反应再生系统的分散鲁棒控制，信息与控制，17(1988)，1，5—11.
[12] Davison, E. J., An Algorithm for Obtain the Minimal Realization of a Linear-invariant System and Determining if a System is Stabilizable-detectable, *IEEE Trans. Auto. Contr.,* AC-23(1978), 1048—1054.

THE SYNTHESIS OF DECENTRALIZED CONTROL SYSTEM AND ITS APPLICATION

Dai Liankui　　Lu Yongzai

(Zhejiang University, Hang Zhou)

Abstract

The problem of synthesis of the decentralized control structure in continuous industrial processes is addressed in this paper. Firstly, the feasibility of general decentralized control structure (GDCS) is discussed. The necessary and sufficient conditions will be given. It is shown that under these conditions, there exists a corresponding decentralized robust controller that ensures the asymptotic stability of the resulting closed-loop system.

Secondly, the problem of finding the simplest feasible GDCS is also studied. A relevant synthesizing algorithm in order to find minimal measurement variables, minimal control variables, and the simplest feedback structure is given. The synthesis algorithm has been successfully applied to the control system design and synthesis for a reactor-regenerator system in a fluidized catalytic cracking unit.

Key words: Decentralized robust control; structure feasibility; control structure synthesis; fluidized catalytic cracking unit.