

# 奇异最优控制和负载观测器在直流 随动系统中的应用

李育苗 瞿寿德

(北京科技大学自动化系)

## 摘 要

本文就电随动系统的奇异最优控制问题作了进一步的研究。考虑了负载力矩对于最优控制律的影响,采用观测器对分段常值型未知负载力矩进行估值,并据此在线修正最优开关曲线,从而使系统具有适应性。

**关键词:** 最优控制,观测器,电随动系统。

## 一、引 言

目前广泛采用的可控硅整流装置供电的双闭环(或三闭环)调速系统,是根据古典的线性调节理论设计的,只能在诸品质指标之间进行权衡折衷,选取适当的参数。而不能充分发挥可控硅整流装置高容许电流变化率的技术优势和直流电动机短时过载的设备潜力,以保证系统具有尽可能高的快速性和调节精度。文献[1]把奇异最优控制原理应用于高精度快速随动系统,其性能优于用传统方法设计的随动系统,但没有考虑负载力矩的影响。高龙等人提出把状态观测器应用到调速系统的线性二次型最优控制,考虑了负载扰动这一因素,但未曾考虑工程中对控制量和状态变量所加约束条件<sup>[2]</sup>,因而难以保证在频繁启动、制动及反转情况下系统动作的快速性。

本文提出的新型直流随动系统,全面考虑了实际存在的各种限制条件,依奇异最优控制理论<sup>[3]</sup>设计出一种以单一的控制策略而实现两重控制方式的系统:在大偏差下取极值控制,在小偏差下取线性反馈控制。为了充分发挥极值控制能迅速消除大偏差的长处,弥补其对于负载或系统参数过于敏感的缺点,有必要按照负载的变化自行校正最优控制律,从而使系统具有适应能力。然而,随动系统的负载力矩是难以直接准确测得的,根据观测器理论<sup>[4]</sup>构造一个负载扰动观测器,对库伦摩擦分段常值型未知负载力矩 $w$ 进行估值,用负载力矩的观测值 $\hat{w}$ 来计算在该负载力矩下的最优开关曲面。本文还就开关曲面的求取以及加权阵 $Q$ 的取值与过渡时间 $T$ 的关系作了一些讨论。

## 二、有负载扰动的随动系统的设计

具有负载扰动  $w$  的直流随动系统可表示为

$$\begin{cases} \dot{s} = kn, \\ \dot{n} = bi - b_0w, \end{cases}$$

式中  $s$  为位置偏差;  $n$  为速度偏差;  $i$  为控制电流;  $w$  为负载力矩;  $k$  为减速箱的减速比;  $b$  为  $R_\Sigma/T_M c_e$ ;  $b_0$  为  $b/c_m$ ;  $R_\Sigma$  为主回路总电阻;  $c_e$  为电机电势常数;  $c_M$  为电机转矩常数;  $T_M$  为  $GD^2 R_\Sigma / 375 c_e c_M$ ;  $GD^2$  为飞轮转矩。

初始条件:  $s(0) = s_0, n(0) = n_0$ ;

终端条件:  $s(t_f) = 0, n(t_f) = 0$ ;

性能指标:  $J = \frac{1}{2} \int_0^{t_f} (s^2 + qn^2) dt$ ;

控制量约束条件:  $-I_M \leq i \leq I_M$ ;

状态变量约束条件:  $N_1 \leq n \leq N_2$ 。

对于这种状态受限的最优控制问题, 可分别对在状态变量约束边界与在约束内域两种情况来讨论。在状态变量约束的内域 ( $N_1 \leq n \leq N_2$ ) 时, 有哈密顿函数:

$$H = \frac{1}{2} (s^2 + qn^2) + \lambda_1 kn + \lambda_2 (bi - b_0w).$$

根据极小值原理, 得出最优控制规律为

$$i^* = -I_M \text{sign}(\lambda_2 b),$$

这就是人们熟知的邦-邦控制。控制量在其约束边界上取值, 当控制量从正的最大值跳到负的最大值时,  $\lambda_2(t)$  瞬间过零点。若  $\lambda_2(t)$  在某一时间间隔上恒等于零时, 将出现奇异情况, 控制量在其约束域内取值, 用极小值原理不能解出最优控制规律, 但此时的最优控制确实存在, 可用最优性条件及奇异控制的特点求出, 即

$$i^* = \frac{k}{qb} s + \frac{b_0}{b} w.$$

其奇异弧表达式为

$$V_s = \left\{ (s, n) \mid s + \sqrt{q}n = 0 - \frac{qb}{k} I_M - \frac{qb_0}{k} w \leq s \leq \frac{qb}{k} I_M - \frac{qb_0}{k} w \right\}.$$

为了得到全状态反馈的最优控制规律, 使系统能够稳定地工作, 可通过加上某些在奇异弧上恒为零的项来修正奇异最优控制规律, 即

$$i^* = \frac{k}{qb} s + \frac{b_0}{b} w + \eta(s + \sqrt{q}n).$$

$$\text{令 } \eta = -\frac{2k}{bq}, \text{ 得 } i^* = -\frac{k}{bq} s - \frac{2k}{b\sqrt{q}} n + \frac{b_0}{b} w.$$

当状态触及约束边界时, 根据状态受限时的极小值原理, 可求出在约束边界上的最优控制规律为  $i^* = \frac{b_0}{b} w$ 。

最优开关曲线是由几段子弧组成。在求解过程中,邦-邦控制只换接一次就进入奇异控制。第一段邦-邦开关曲线的求取可以通过求邦-邦子弧的相轨迹方程和第一次邦-邦开关时刻表达式获得。

对应于  $i^*(-I_M, I_M)$  的开关曲线用  $C_1$  表示为

$$C_1 = \left\{ (s, n) \mid s = \frac{2}{9} \frac{k}{b(I_M - \frac{b_0}{b}w)} n^2 + \sqrt{q} n - \frac{2}{9\sqrt{k}b(I_M - \frac{b_0}{b}w)} \right. \\ \left. \times \left( kn - 3b(I_M - \frac{b_0}{b}w)\sqrt{q} \right) \cdot \sqrt{n(kn - 3b(I_M - \frac{b_0}{b}w)\sqrt{q})} \right\}.$$

对应于  $i^*(I_M, -I_M)$  的开关曲线用  $C_2$  表示为

$$C_2 = \left\{ (s, n) \mid s = -\frac{2}{9} \frac{k}{b(I_M + \frac{b_0}{b}w)} n^2 + \sqrt{q} n - \frac{2}{9\sqrt{k}b(I_M + \frac{b_0}{b}w)} \right. \\ \left. \times \left( kn + 3b(I_M + \frac{b_0}{b}w)\sqrt{q} \right) \cdot \sqrt{n(kn + 3b(I_M + \frac{b_0}{b}w)\sqrt{q})} \right\}.$$

如把分段常值型负载  $w$  视为变量,遍取  $w$  的允许值,则在以  $i, n$  和  $w$  组成的三维状态空间中,对应所有  $w$  的可取值的开关曲线族构成了开关曲面。这个开关曲面分别由邦-邦开关曲线族  $C_{1i}, C_{2i}$ 、奇异弧线族  $V_{si}$  和约束边界上控制子弧  $N_{1i}, N_{2i}$  所构成的空间平面组成。把可取状态空间分为  $D^+$  和  $D^-$  两个子空间。如图 1 所示。

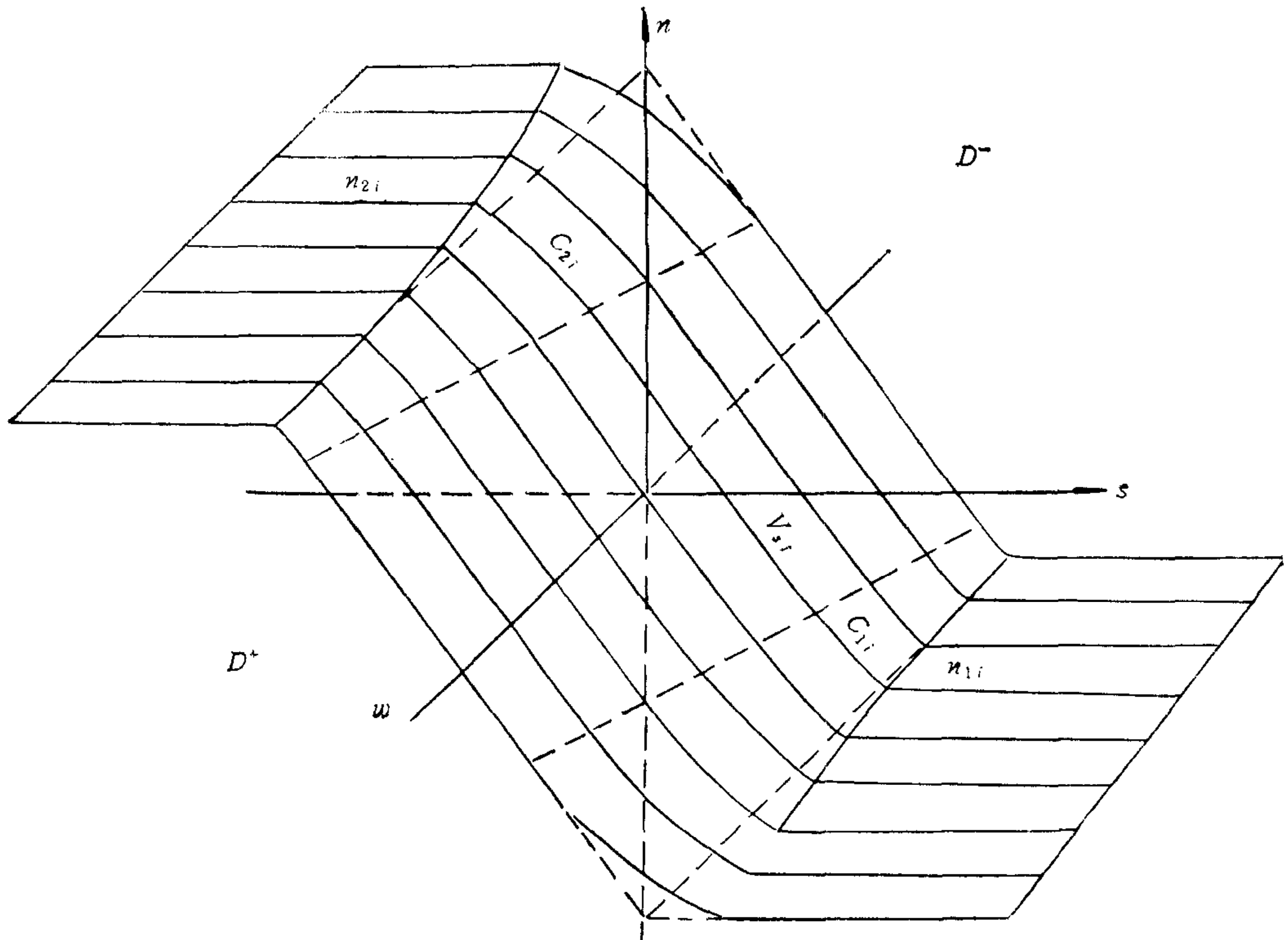


图 1 最优开关曲面



综上所述,最优控制规律可归纳为表 1.

表 1 最优控制规律

域 $D^+$	域 $D^-$	约束边界	奇异弧
$i^* = I_M$	$i^* = -I_M$	$i^* = \frac{b_0}{b} \omega$	$i^* = -\frac{k}{bq} s - \frac{2k}{b\sqrt{q}} n + \frac{b_0}{b} \omega$

以上的讨论是在假设负载扰动  $\omega$  是已知的情况下进行的。而实际上,外加扰动一般是不能直接测得的,可以根据能观测变量  $s, n$  来构造一个状态观测器,用负载力矩的估计值  $\hat{\omega}$  代替上面讨论的  $\omega$ ,从而得出近似的最优控制规律:  $i^* = f(I_M, -I_M, s, n, \hat{\omega})$ .

令  $y = b_0 \hat{\omega}$ , 有增广系统

$$\begin{bmatrix} \dot{y} \\ \dot{s} \\ \dot{n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y \\ s \\ n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ b \end{bmatrix} i,$$

状态观测器的方程为<sup>[4]</sup>

$$\begin{cases} \dot{z} = -kz + ki + k^2n, \\ \hat{y} = z - kn, \end{cases}$$

有  $\hat{\omega} = \hat{y}/b_0$ .

另外,对于所研究的随动系统,根据相轨迹运动方程和开关曲线方程,可求出加权阵  $g$  的取值与过渡过程  $T$  的关系。图 2 表示了在不考虑负载力矩影响的情况下,系统从初始偏差 1.0 毫米减少到 0.01 毫米所需的时间与  $Q$  值的关系。

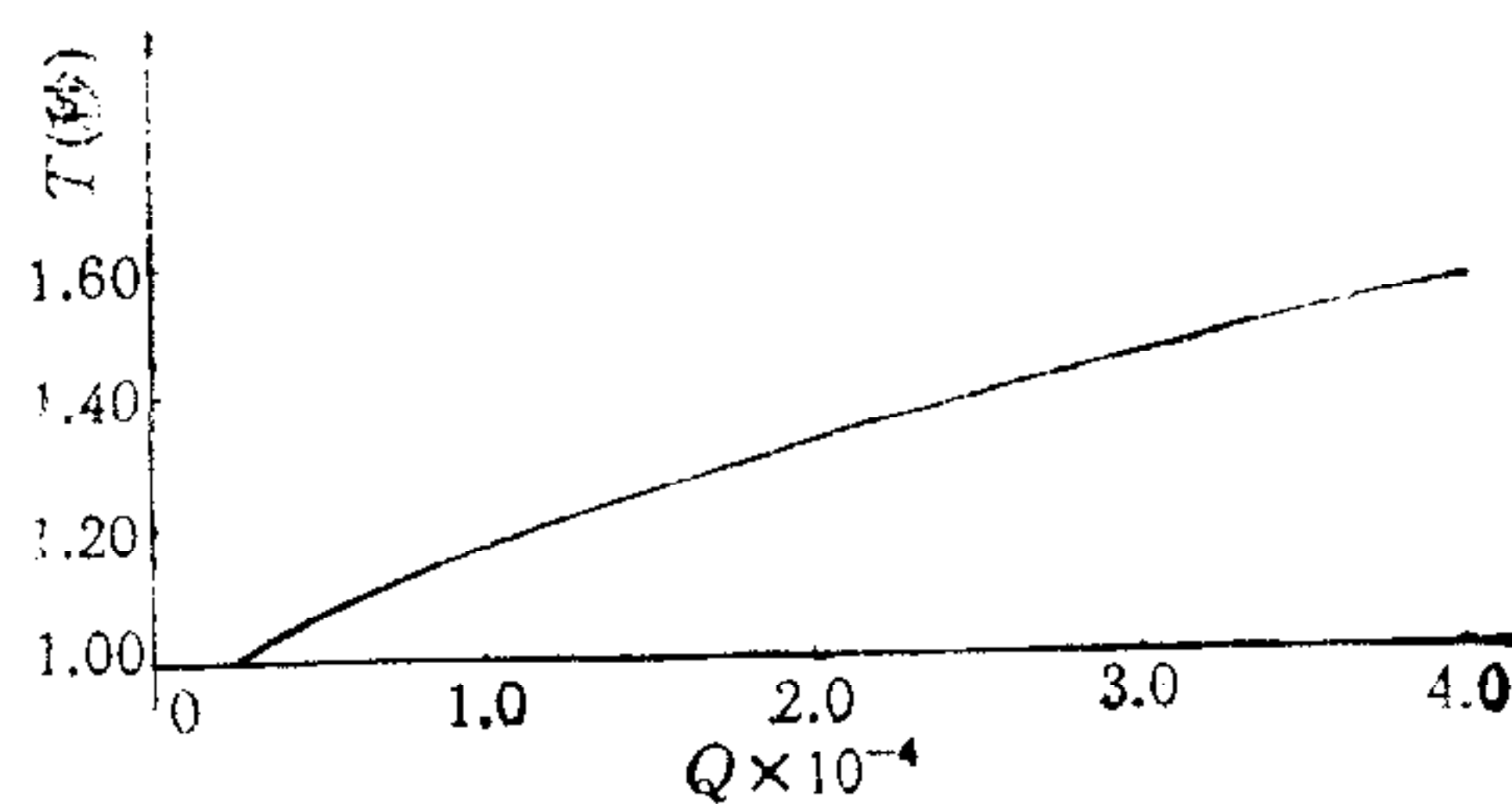


图 2  $Q$  值与过渡时间  $T$  的关系

由图 2 可以看出:  $Q$  值越大,过渡时间越长,但  $Q$  值过小,可能会出现超调<sup>[4]</sup>。考虑到高精度随动系统的要求,对于本文的仿真对象,选择  $Q$  为  $9.5 \times 10^{-4}$ 。

### 三、仿真研究

带有状态观测器的奇异最优控制系统如图 3 所示。

主要技术参数为:额定电流  $I_N = 564$  安培;额定转速  $n_N = 1000$  转/分;过载能力是额定电流的 2.5 倍;主回路总电阻  $R_\Sigma = 0.058$  欧姆;电势常数  $C_e = 25.5$  伏/转/分;转

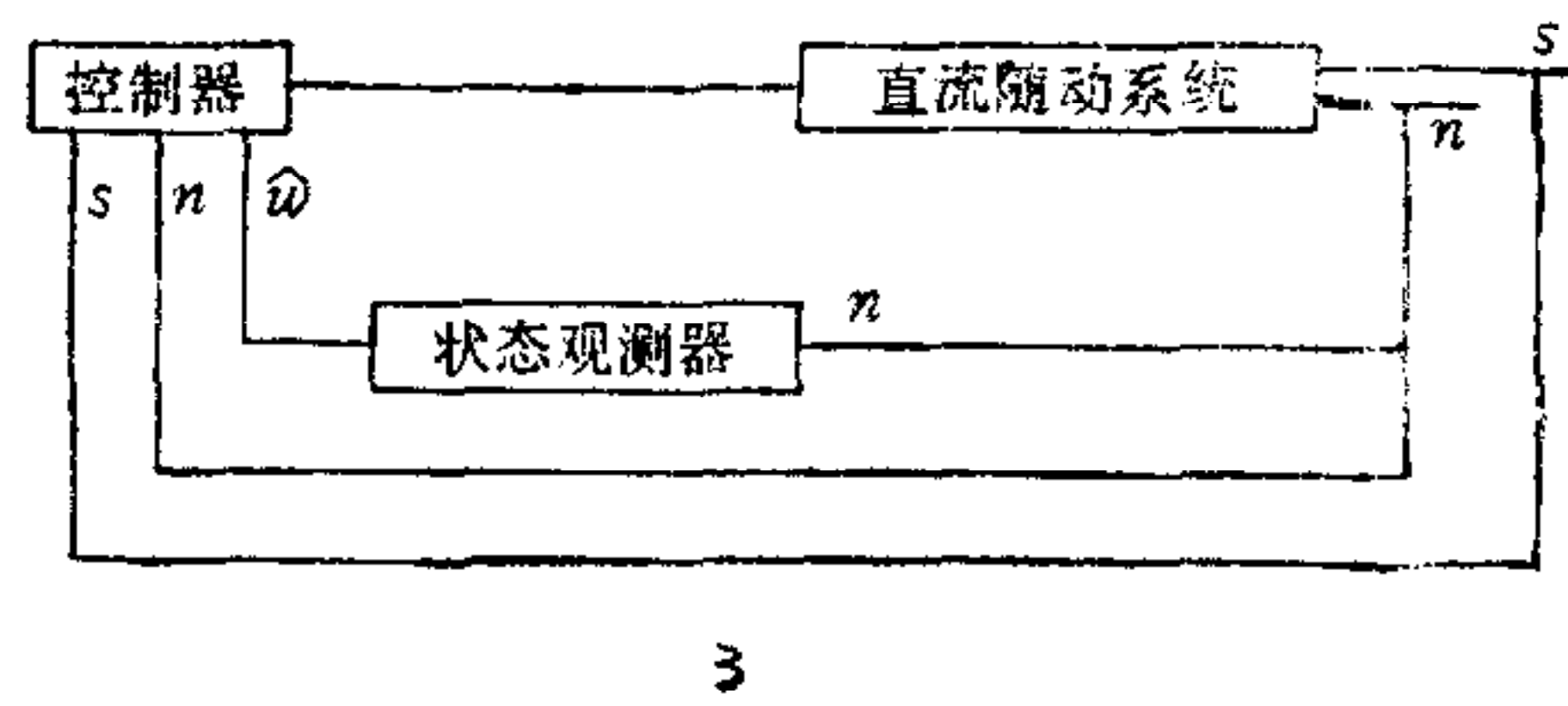
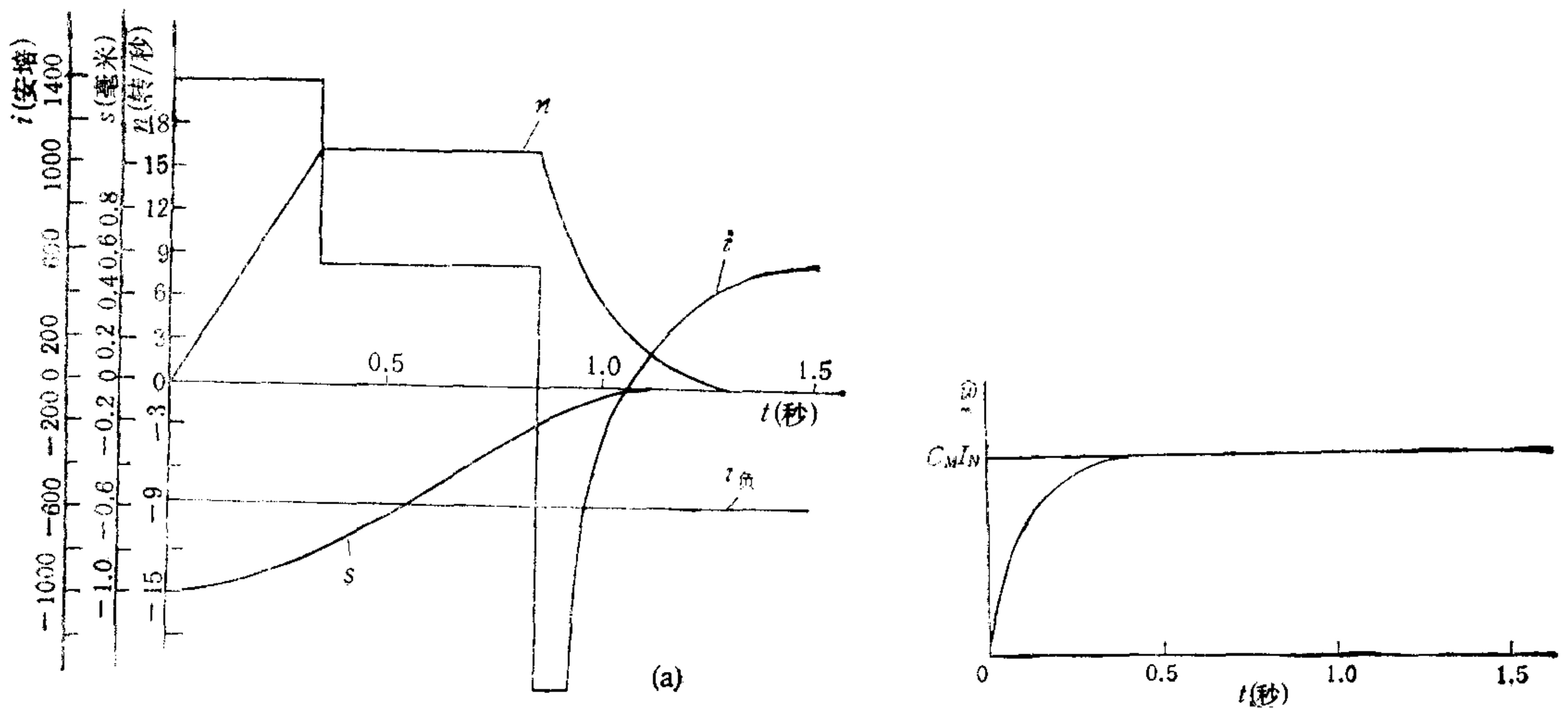


图 3 带有观测器的奇异最优控制系统



(a) 位置输出  $s$ 、转速输出  $n$ 、控制电流  $i^*$  和负载电流  $I_{负}$  的变化曲线

(b) 观测器输出  $\hat{\omega}$  的变化曲线

图 4

矩常数  $C_M = 0.412$  公斤米/安; 减速比  $k = 0.075$  毫米/转/秒; 观测器的极点选为  $-10$ 。

当给定位置信号为  $1.0$  毫米, 经过计算机数字仿真, 可得到如图 4 (a), (b) 所示的仿真结果。

图 5 描绘了在观测器的时间常数为  $0.1$  秒、负载力矩变化为  $-C_M I_N$  时由负载力矩观测值  $\hat{\omega}$  决定的开关曲线趋近真实开关曲线的动态过程和系统在初始偏差为  $-0.2$  毫米时的动态过程之间的关系。

从仿真结果可以得出以下结论:

- 1) 奇异最优控制系统综合了邦-邦控制与线性反馈控制的优点, 能尽快地消除偏差, 带负载进入稳态;
- 2) 控制规律及开关曲线可以随时按负载力矩的变化量进行在线修正, 且在观测器的增益较大的情况下, 其动态响应对控制决策的影响是很小的;
- 3) 本文中的观测器是按常值型负载扰动设计的, 对于存在随机的、变化方式复杂的负载力矩随动系统, 则应考虑用鲁棒观测器来减少观测误差, 增强系统的鲁棒性。

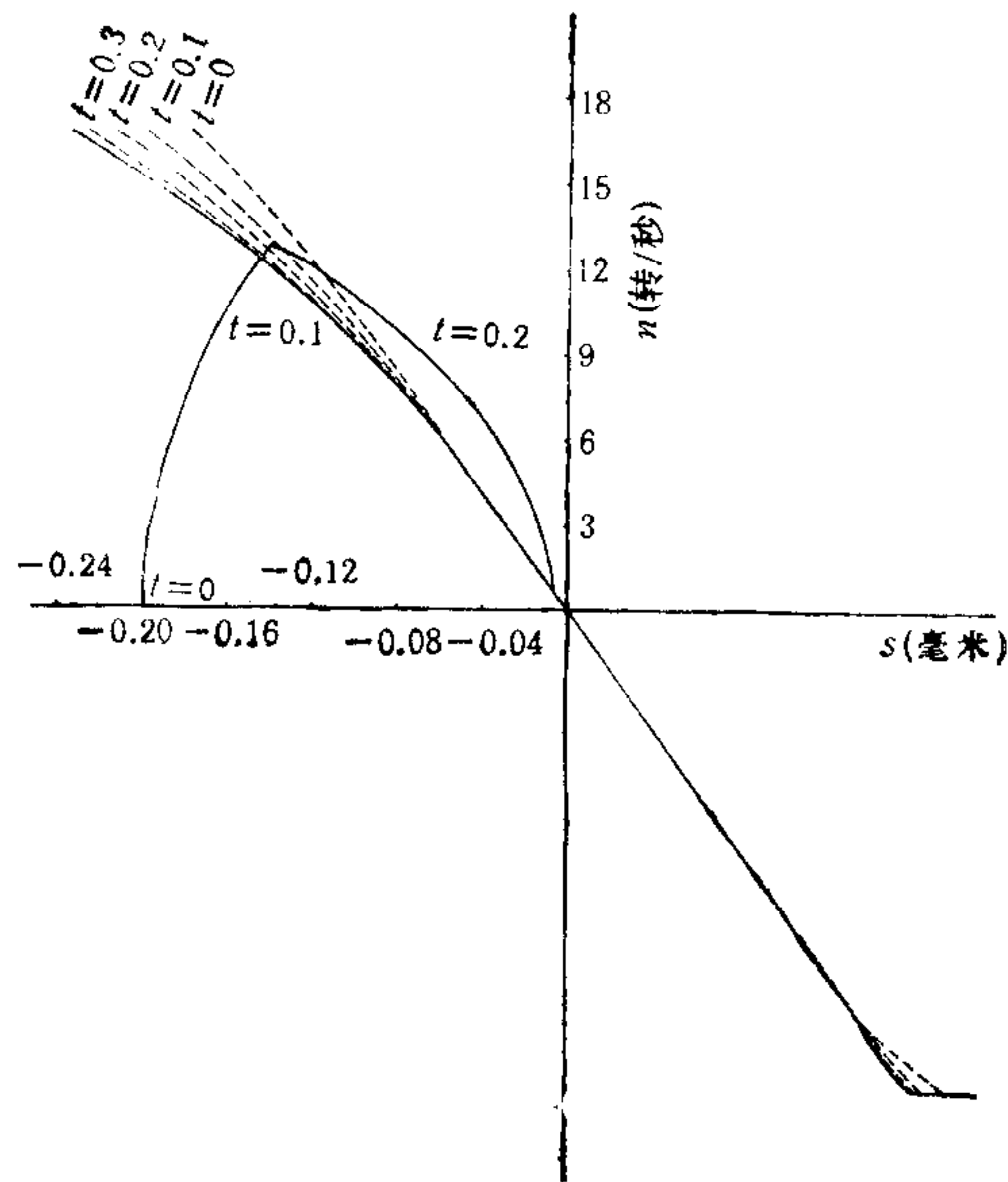


图5 由观测器输出所决定的开关曲线与相轨迹之间的关系

### 参 考 文 献

- [1] 瞿寿德、穆志纯, 随动系统的奇异最优控制, 自动化学报, 12(1986), 1, 76—81.
- [2] 高龙、熊光楞, 状态观测器在调速系统中的应用, 清华大学学报, 20(1980), 4, 33—46.
- [3] Johnson, C. D. and Gibson, J.E., Singular Solution in Problems of Optimal Control, *IEEE Trans. Automatic Control*, AC-8(1963), 4—15.
- [4] Fortman, T.E. and Hitz, K.L., An Introduction to Linear Control Systems, Dekker, 1977.

## THE APPLICATION OF SINGULAR OPTIMAL CONTROL AND LOAD OBSERVER TO AD C SERVOSYSTEM

Li Yumiao Qu Shoude

(Dept. of Automation, University of Science and Technology of Beijing)

### ABSTRACT

In this paper, the singular optimal control for DC. servosystems is concerned, the effect of load torque on the optimal control law is studied. A reduced-order observer is used to estimate the unknown piecewise-constant load torque and based on this an optimal switching surface is modified on-line so that the system is adaptable.

**Key words:** Optimal control; observers; electric servomechanisms.