

水发汗温度场控制¹⁾

杨学实

(北京 142 信箱 206 分箱, 100854)

摘 要

在文献[1,2]研究氦气发汗的基础上,本文探讨了水发汗剂。水在沸点会汽化,热层内存在热漏,对此采用“假想节点”思想,导出了差分公式,建立了三对角方程组,并进行了数字仿真。当给定控制参数 \dot{m}_L 的函数形式为级数时,闭合回路控制数字仿真结果表明,该级数能够有效地控制热层温度。

关键词: 发汗,传热,数字仿真。

一、前 言

利用发汗原理对温度场控制,无论在国防或民用技术上都有广泛的应用前景。例如,高超音速飞机驾驶舱周围的防热设计;解决电磁导轨炮的导轨烧蚀和炮弹烧蚀^{2) [4]};发动机喉道和燃气舵防热等技术处理,均采用了发汗冷却方法。又如,应用发汗原理,解决了混凝土浇注大坝会产生的裂纹问题。总之,发汗冷却方法可以广泛用于气体、液体和固体以及它们混合物的温度控制。因而发汗冷却日益受到人们的重视。近几年来,对其理论问题进行了探讨。文献[1]论证了发汗控制研究的理论根据和数学模型,文献[2]研究了该类问题的动态响应数值特性。这两项研究采用的发汗剂为氦气。而氦气价格昂贵,不经济。文献[3]指出,边界层热阻塞效果最好的是氢气,其次是氦气。但氢气实用中不安全,尤其在边界层加热条件下,不宜采用。除上述两种发汗剂外,水的阻塞效果最好,它是既安全又经济的材料,具有很好的应用前景。但水在汽化时要吸热,这样热层内需要一个热漏连接条件,使数学问题变得复杂。这是本文重点探讨的问题。

关于控制参数(发汗量) \dot{m}_L ,文献[1,2]集中研究了利用阶跃函数形式控制热层温度和烧蚀的特性。本文给出了另外一种函数形式,该函数为参数 \dot{m}_L 受到控制点温度的反馈控制,即受控点温度直接计入函数,因而它与时间是隐函数关系。仿真结果表明,该函数对热层温度的控制效果是很理想的。

从广泛意义上讲,此问题可望在以下几方面进行探讨:动边界分布参数控制理论研究;航空航天器热防护发汗冷却控制;民用工业中受热和温度场控制;着眼变域问题时,进

本文于1990年2月15日收到。

1) 国家自然科学基金资助项目。

2) 王稚,电磁炮发射技术及军事应用,电磁炮发射技术讨论会论文集,1987年,6月。

行耐热材料的烧蚀和剥蚀研究。因此,对该问题进行深入研究是很有意义的。

二、微分方程及计算方法

1. 微分方程和边界条件

由文献[1]可知,变域发汗控制微分方程为

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \beta \frac{\partial T}{\partial y} + \dot{S}(t) \frac{l-y}{l-S(t)} \frac{\partial T}{\partial y}. \quad (1)$$

式中 $\alpha = K/(\rho \cdot C_p)$; $\beta = \dot{m}_L C_{pL}/(\rho \cdot C_p)$; K 为导热系数; ρ 和 C_p 分别为材料密度和比热; \dot{m}_L 为控制参数(发汗量); C_{pL} 为发汗剂比热; l 为热层初始厚度; $S(t)$ 和 $\dot{S}(t)$ 分别为烧蚀厚度和烧蚀率。

如果问题为固定域,即表面不出现烧蚀,方程为

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \beta \frac{\partial T}{\partial y}. \quad (2)$$

此时,外表面边界条件为

$$-\left(K \frac{\partial T}{\partial y}\right)\Big|_{y=0} = Q(\dot{m}_L(t)). \quad (3)$$

式中 $Q(\dot{m}_L(t))$ ^[1,2] 为外表面加热受到阻塞后的热流。

在内表面处,由于发汗剂的流动,边界条件为

$$-\left(K \frac{\partial T}{\partial y}\right)\Big|_{y=l} = \dot{m}_L(\Delta h_N - \Delta h_C). \quad (4)$$

式中 Δh_N 为内壁界面处冷却剂热容, Δh_C 为贮箱冷却剂热容。

当研究水发汗剂时,存在以下现象:水在一定压力和温度条件下,生成水蒸汽,在生成过程中,将在热层内吸热。吸热过程在一个汽化区域内完成。为了简化计算,将此区域视为一个汽化面。于是热层内的传热间断面由以下条件约束:

$$-\left(K \frac{\partial T}{\partial y}\right)\Big|_{y_1^+} = -\left(K \frac{\partial T}{\partial y}\right)\Big|_{y_1^-} - \dot{m}_L \cdot \Delta h_L. \quad (5)$$

式中 y_1 为相变点; Δh_L 为汽化热。

方程(2)和条件(3),(4)及(5)式构成水发汗的数学问题。显而易见,它属于控制参数不仅出现在方程中,也出现在边界条件中,同时又出现在连接条件中的分布参数控制问题。在文献[1,2]的基础上,将探讨此类数学问题的数值求解方法。

2. 方程和边界条件差分化

关于方程和内外两个边界条件差分化问题,文[2]已有叙述。即对方程采用六点差分格式,空间一阶项采用四点中心差分,得到三对角形式方程组,其误差为 $O(h^2) + O(\tau^2)$,参见文[2]方程组(4)。

对连接条件(5),在导出差分公式之前,需作以下讨论:假定热层是由两种不同物理性质的材料组成,在它们结合点 (y_1) 两边分别差分时(向左与向右),步长一般不相等。因而从结合点 (N_1) 左边差分时(步长 h_1),假想右边有一个等步长 (h_1) 的点;反之,从

右边向左差分(步长 h_2), 假想左边也有一个等步长 (h_2) 的点。这就是假想节点思想^[4]。将这一思想应用于热漏条件(5), 需考虑汽化点与结合点重合与不重合的因素。当水发汗剂流经两种不同物理性质的多孔材料内部时, 汽化点与结合点也许重合, 也许不重合。从(5)式看出, 前者比后者的表达式复杂一些。因此, 兼顾两种情况, 下面将建立汽化点与结合点相重合的公式。如果不重合, 只需设定差分公式中的步长和物理系数在汽化点两边相同即可解决。假想节点记作“*”, 见图 1。

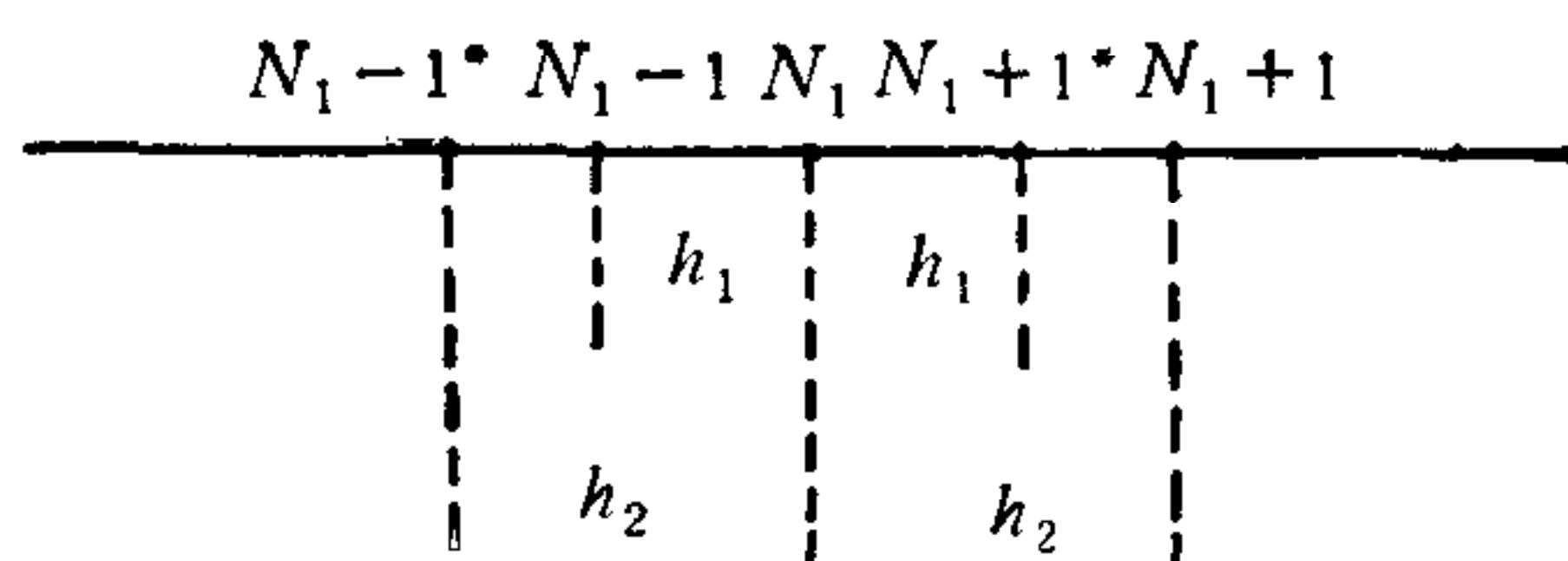


图 1 假想节点图

由(5)式, 得

$$-\frac{K_2}{h_2} (T_{N_{i+1}, i+1} - T_{N_{i-1}, i+1}^*) = -\frac{K_1}{h_1} (T_{N_{i+1}, i+1}^* - T_{N_{i-1}, i+1}) - \dot{m}_L \cdot \Delta h_L \quad (6)$$

根据差分方程公式

$$T_{N_{i+1}, i+1}^* = -\left(\frac{1-BT}{1+BT}\right) T_{N_{i-1}, i+1} + \frac{2 + \frac{1}{r_1}}{1+BT} T_{N_i, i+1} - T_{N_{i+1}, i}^* + \frac{2 - \frac{1}{r_1}}{1+BT} T_{N_i, i} - \frac{1-BT}{1+BT} T_{N_{i-1}, i}$$

$$T_{N_{i-1}, i+1}^* = -\left(\frac{1+BT}{1-BT}\right) T_{N_{i+1}, i+1} + \frac{2 + \frac{1}{r_2}}{1-BT} T_{N_i, i+1} - T_{N_{i-1}, i}^* + \frac{2 - \frac{1}{r_2}}{1-BT} T_{N_i, i} - \frac{1+BT}{1-BT} T_{N_{i+1}, i}$$

其中 $BT = TPC \cdot \frac{h}{l}$; $r = K \cdot \tau / (2 \cdot C \cdot GA \cdot h^2)$; TPC 为无量纲发汗参数; h 为差分步长; τ 为时间步长; K, C 和 GA 分别为材料导热系数、比热和比重; 下标 N 和 i 分别为差分步长节点和时间节点。将上两式代入(6)式, 简化后得到两种材料结合面与汽化面重合的连接条件公式为

$$T_{N_{i-1}} - \left(\frac{2 + \frac{1}{r_1}}{2} + \frac{2 + \frac{1}{r_2}}{2} \frac{1+BT}{1-BT} \frac{K_2 h_1}{K_1 h_2} \right) T_{N_i}$$

$$b_{i_1} = -\frac{2 + \frac{1}{r_1}}{1 - BT}, \quad i_1 = 1, 2, 3, \dots, N_1 - 1,$$

$$b_N = -\left(\frac{2 + \frac{1}{r_1}}{2} + \frac{2 + \frac{1}{r_2}}{2} \frac{1 + BT}{1 - BT} \frac{K_2 h_1}{K_1 h_2} \right),$$

$$b_{i_2} = -\frac{2 + \frac{1}{r_2}}{1 - BT}, \quad i_2 = N_1 + 1, N_1 + 2, \dots, N - 1,$$

$$b_N = 1,$$

$$c_0 = 0,$$

$$c_{i_1} = \frac{1 + BT}{1 - BT}, \quad i_1 = 1, 2, 3, \dots, N_1 - 1,$$

$$c_{N_1} = \frac{1 + BT}{1 - BT} \frac{K_2 h_1}{K_1 h_2},$$

$$c_{i_2} = \frac{1 + BT}{1 - BT}, \quad i_2 = N_1 + 1, N_1 + 2, \dots, N - 1,$$

$$c_N = -\left[1 + \frac{1}{(1 - BT) \cdot r_2} \right],$$

$$f_0 = -b_0 \left[T_1 + \frac{\frac{1}{r_1} - 1 - BT}{1 + BT} T_0 + 2 \frac{1 - BT}{1 + BT} \frac{h_1}{K_1} Q(\dot{m}_L) \right],$$

$$f_{i_1} = -\left[T_{i_1-1} + \frac{\frac{1}{r_1} - 2}{1 - BT} T_{i_1} + \frac{1 + BT}{1 - BT} T_{i_1+1} \right], \quad i_1 = 1, 2, \dots, N_1 - 1,$$

$$f_{N_1} = -\frac{1 + BT}{2} \left[\frac{K_2 h_1}{K_1 h_2} TKC_1 + TKC_3 + \frac{1 - BT}{1 + BT} \frac{K_2 h_1}{K_1 h_2} T_{N_1-1} \right.$$

$$\left. - \left(\frac{2 - \frac{1}{r_1}}{1 + BT} \frac{K_2 h_1}{K_1 h_2} + \frac{2 - \frac{1}{r_2}}{1 - BT} \right) T_{N_1} + \frac{1 + BT}{1 - BT} T_{N_1+1} \right.$$

$$\left. - \frac{h_1}{K_1} \cdot \dot{m}_L \cdot \Delta h_L \right],$$

$$f_{i_2} = -\left[T_{i_2-1} + \frac{\frac{1}{r_2} - 2}{1 - BT} T_{i_2} + \frac{1 + BT}{1 - BT} T_{i_2+1} \right],$$

$$i_2 = N_1 + 1, N_1 + 2, \dots, N - 1,$$

$$f_N = -\left[T_{N-1} + \left(\frac{1}{(1 - BT) \cdot r_2} - 1 \right) T_N \right]$$

$$- 2 \frac{1 + BT}{1 - BT} \frac{h_2}{K_2} \dot{m}_L (\Delta h_N - \Delta h_c) \Big].$$

数字仿真在 Concept 32/9780 计算机上进行。仿真结果见图 3—7。闭合回路控制数字仿真框图见图 2。

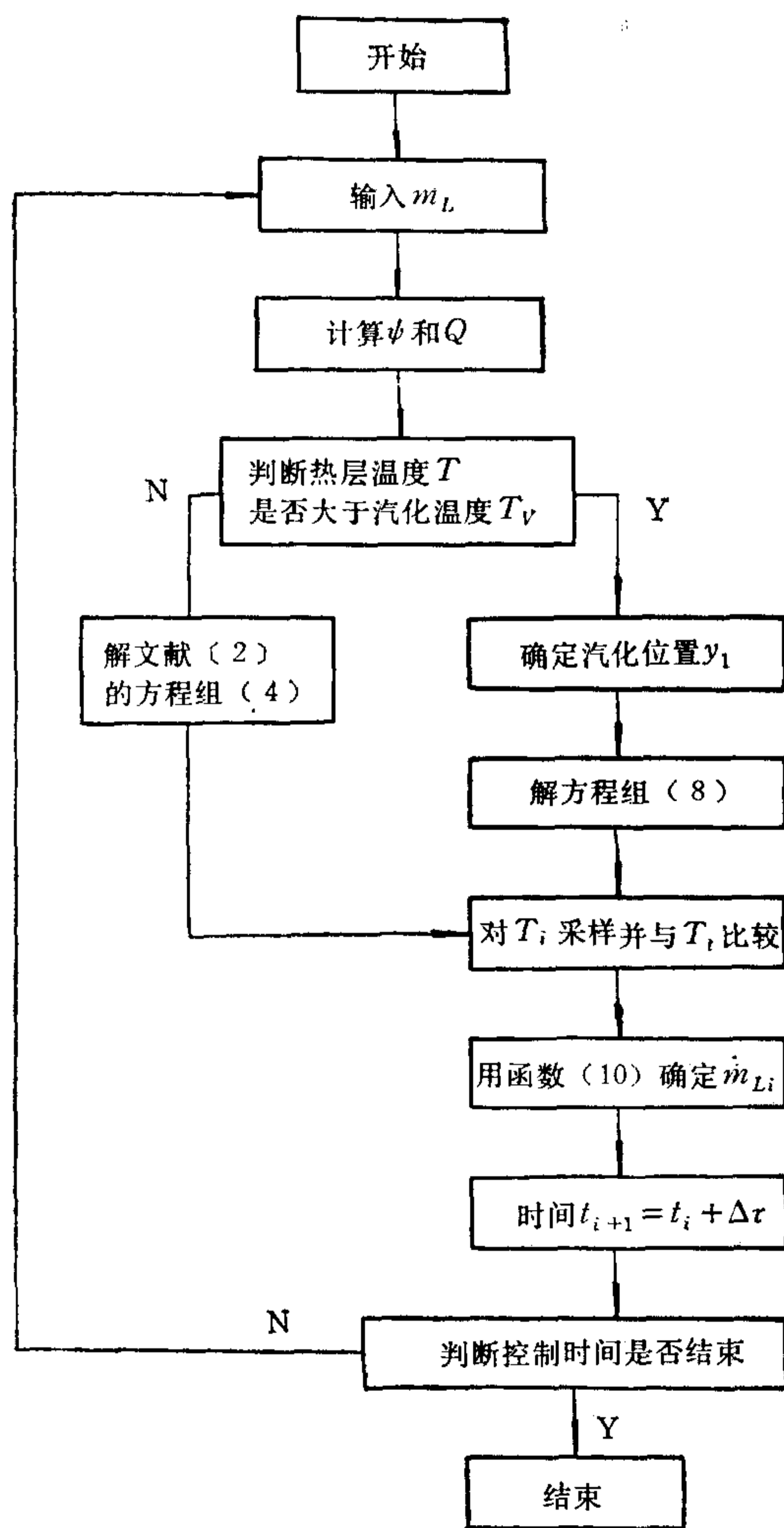


图 2 数字仿真框图(图中 m_L 为 \dot{m}_L)

三、阻塞系数

不同发汗剂对边界层热阻塞效果不同。它们排列顺序依次为氢、氦、水、空气、二氧化碳。根据文献[3],构造水的阻塞系数为

$$\Psi = 1 - 1.04 \dot{m}_L \Delta h_i / q_0. \quad (9)$$

式中 Δh_i 为自由流与表面之间焓差; q_0 为冷壁热流。从(9)式看到,当 $\dot{m}_L = 0$ 时,阻塞系数 $\Psi = 1$, 即边界层热流未被阻塞,全部进入热层内部; 当 $1.04 \dot{m}_L \Delta h_i / q_0 = 1$ 时,

$\Psi = 0$, 热流全部阻塞; 当 $1.04\dot{m}_L\Delta h_i/q_0 > 1$ 时, $\Psi < 0$, 即热流受到负阻塞, 不符合物理含义, 因此限定

$$\text{当 } 1.04\dot{m}_L\Delta h_i/q_0 \geq 1 \text{ 时, } \Psi \equiv 0.$$

即发汗量 \dot{m}_L 大到一定值, 使 $\Psi = 0$ 时, 已全部阻塞, 再加大 \dot{m}_L , 就没有意义了。

四、发汗量函数

在文献[1, 2]中, 研究了发汗剂流量 \dot{m}_L 为阶跃函数时, 求解方程的一些特点和结论。图 3 是仍采用上述方法得到的一组曲线。通过大量数字仿真发现, 对本文给出的 \dot{m}_L 的级数形式, 即

$$\dot{m}_L = \dot{m}_{L0} + \dot{m}_{Lu} \sum_{i=1}^{\infty} \frac{T_i - T_t}{T_i} \quad (10)$$

式中 \dot{m}_{L0} 为初始流量; \dot{m}_{Lu} 为单位流量; T_i 为采样温度; T_t 为目标温度; 它能有效地控制测量方程(文献[1]的(10)式)中的任一目标温度。为闭合回路控制提供了方便条件。同时由上式看出, \dot{m}_L 与时间 t 的函数关系通过反馈温度反映为隐函关系。

五、数字仿真结果讨论

为了简化计算, 在建立热漏条件时, 曾提出对水发汗剂材料将热层内的汽化区视作汽化面的假定。并应用文献[4]的“假想节点”思想, 对热层内存在热漏的条件进行差分化, 得到方程(7), 它的误差不超过 $O(h^4)$ 。数字仿真结果证实, 正像预料的那样, 汽化节点存在温度阶梯。尤其在表面附近最为明显。在所选定的条件下, 阶梯约 10 度左右, 显然是前述假定所引起。事实上, 水在热层内流动时, 到达汽化温度处, 由于吸热, 只会部分汽化; 到达下一个汽化温度处, 再出现部分汽化, 直到全部汽化为止。从开始汽化到全部汽化, 形成一个汽化区。在此区域内温度连续变化。上述汽化面的处理方法是一种简化模型。仿真结果表明, 汽化节点一旦进入热层内部, 这种阶梯就不明显了。至于汽化区的处

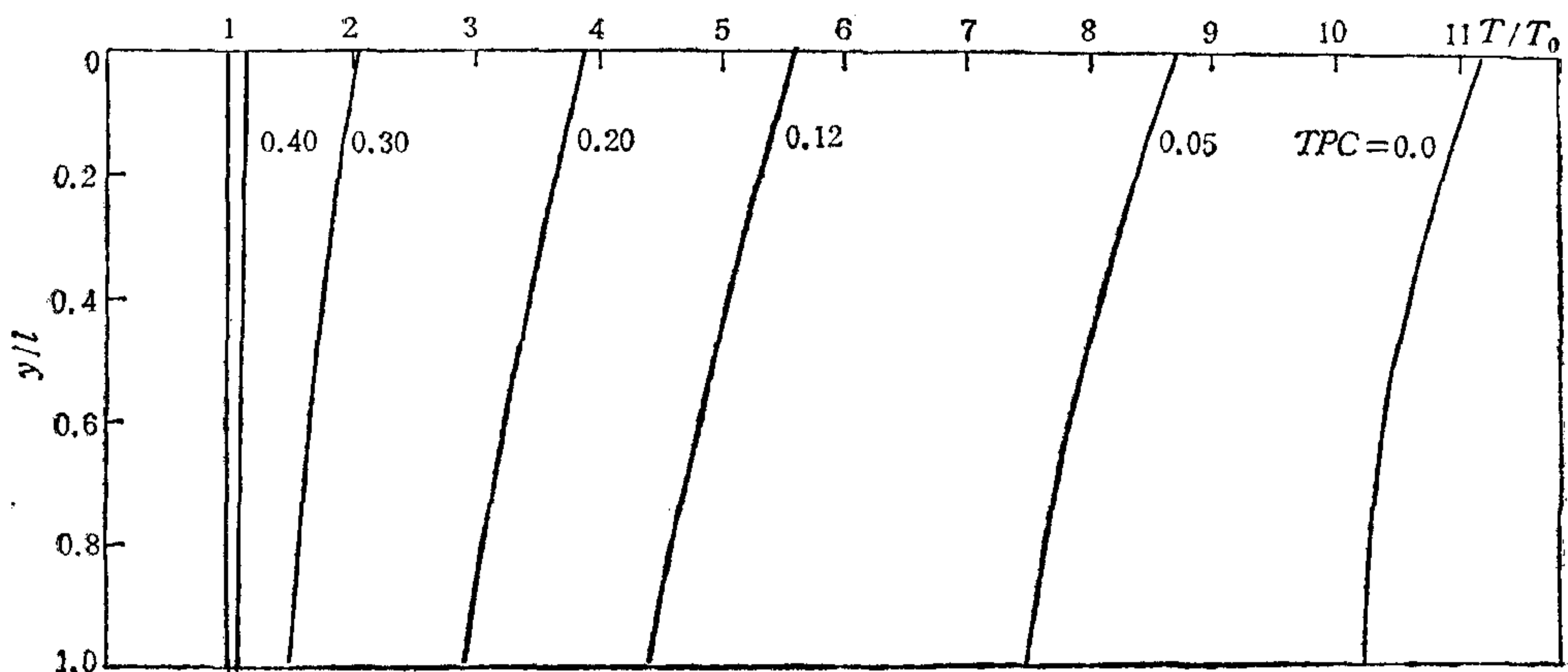


图3 温度随无量纲发汗系数瞬时剖面变化图

理方法,将另文讨论.

在某瞬时 ($t = 17\text{sec}$) 观察热层温度随发汗量的变化时,得到了图 3 的一组曲线.当发汗量 $\dot{m}_L = 0$ 时 ($TPC = 0$), 在 $3000\text{kcal}/\text{m}^2 \cdot \text{sec}$ 条件下,热层最高温度达到初始温度 (T_0) 的 11 倍多;发汗量 \dot{m}_L 增加 (TPC 增加),温度迅速下降.当 $\dot{m}_L = 0.353\text{g}/\text{cm}^2 \cdot \text{sec}$ 时,整个热层温度几乎不升高.这与文献[1,2]的结论是一致的.

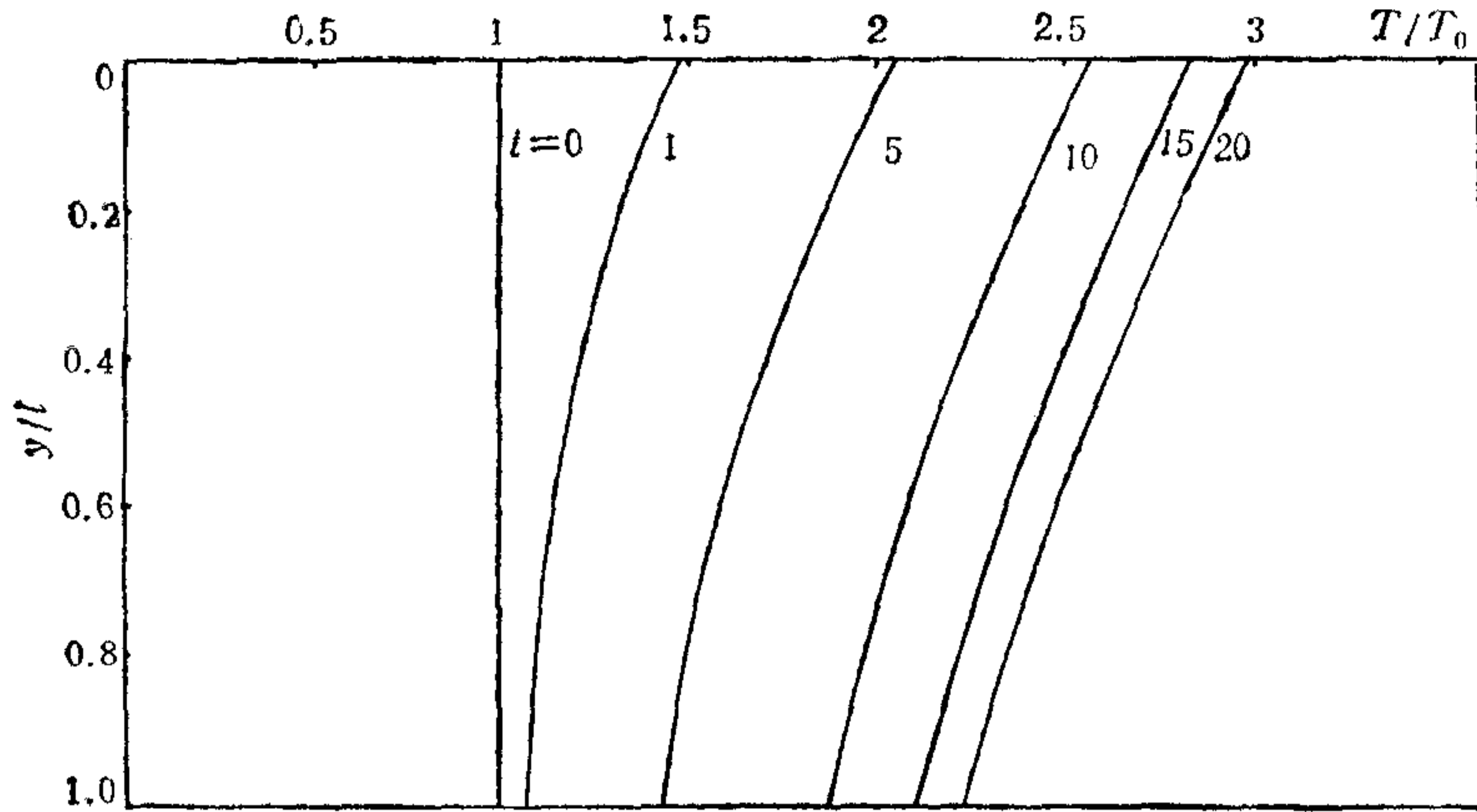


图 4 $TPC = 0.25$ 时剖面温度随时间变化曲线

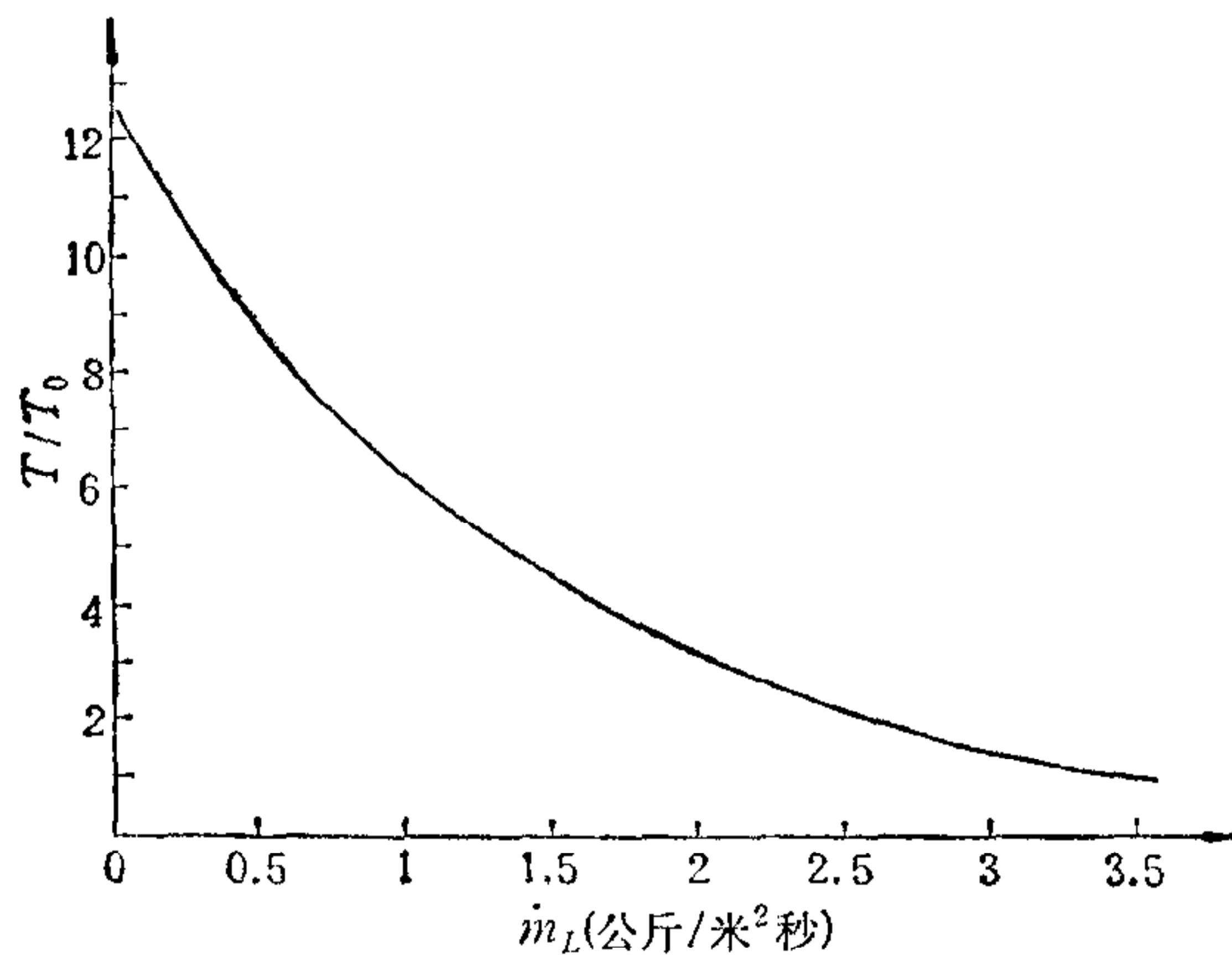


图 5 温度随发汗量变化关系曲线

当选取发汗量是某定值时 ($TPC = 0.25$), 在热层内选定一个剖面, 观察温度剖面随时间的变化过程. 结果表示在图 4 中. 起初温度上升很快, 之后速度明显减慢. 这是符合物理过程的, 即存在极限温度.

图 5 是热层中一个确定的点, 在某瞬时 ($t = 20$ 秒), 温度依赖于发汗量 \dot{m}_L 的变化规律. 它给出受控的目标温度和发汗量之间的关系, 比如目标温度 T_i 为初始温度的 2 倍时, 发汗量 \dot{m}_L 的值在 2.5—2.6 之间, 这对选取发汗函数初值是有好处的.

为了了解 \dot{m}_L 级数表达式的特性, 在较大的范围内选取初值 \dot{m}_{L0} 的值, 即 $0-4.2\text{kg}/\text{m}^2 \cdot \text{sec}$, 以考验它的应用价值. 从图 6 发现, 控制参数 \dot{m}_L 通过一组二进制面积的孔板与电磁阀组合的开启与关闭, 用 3 秒钟即可使 \dot{m}_L 达到稳定值. 整个控制过程中受控温

度的变化同时表示在图 7 中。它只需 2 秒钟即可达到平衡。就是说，在分布较广的初值控制参数 m_{L0} 的条件下，级数形式的 m_L 能使受控温度曲线在较短的时间内接近目标温度，迅速达到平衡。而且稳定。证实了(10)式的收敛性和实用性。

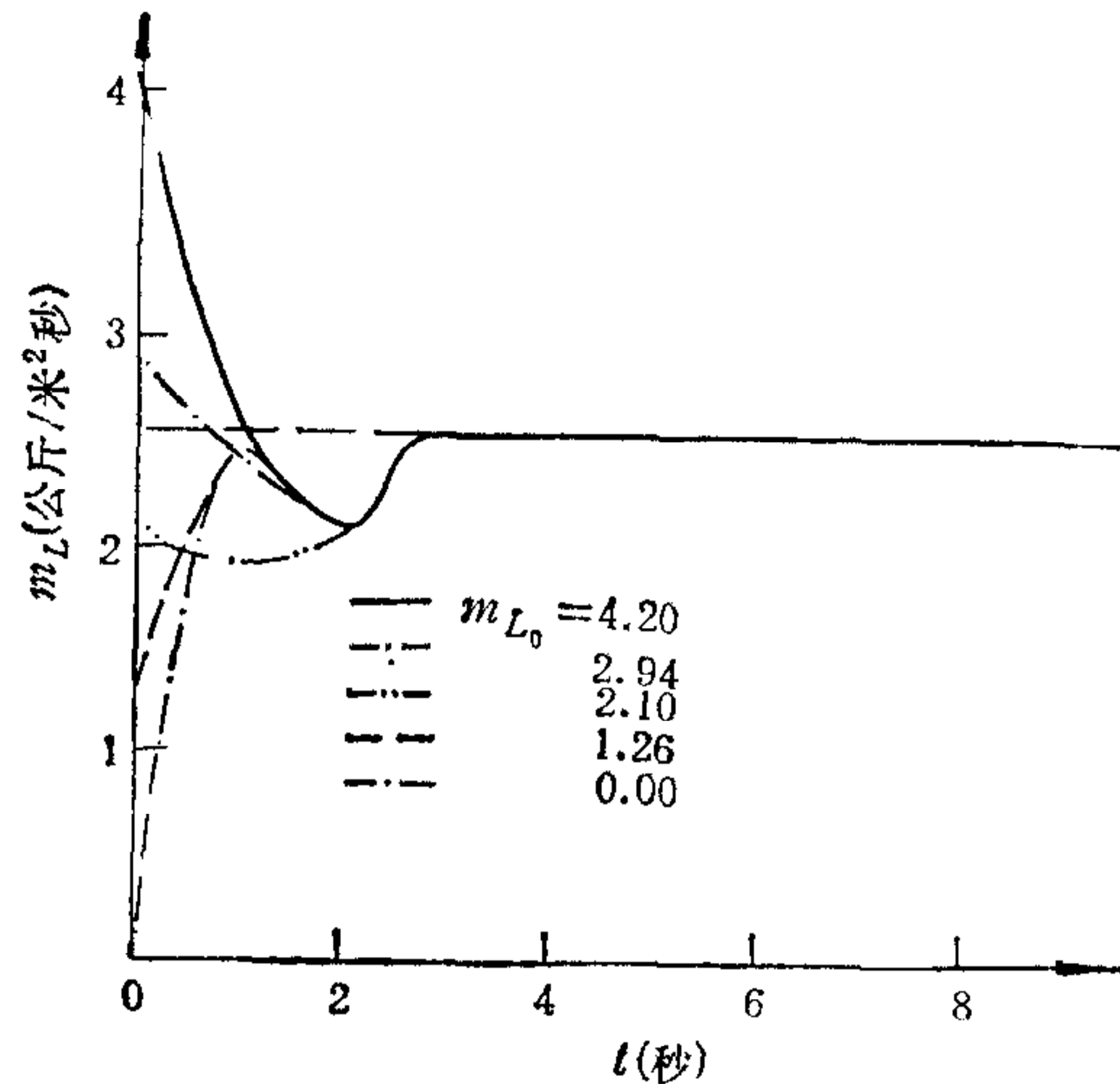


图 6 控制过程不同初值时 m_L 函数的时间变化曲线(图中 m_L 为 \dot{m}_L)

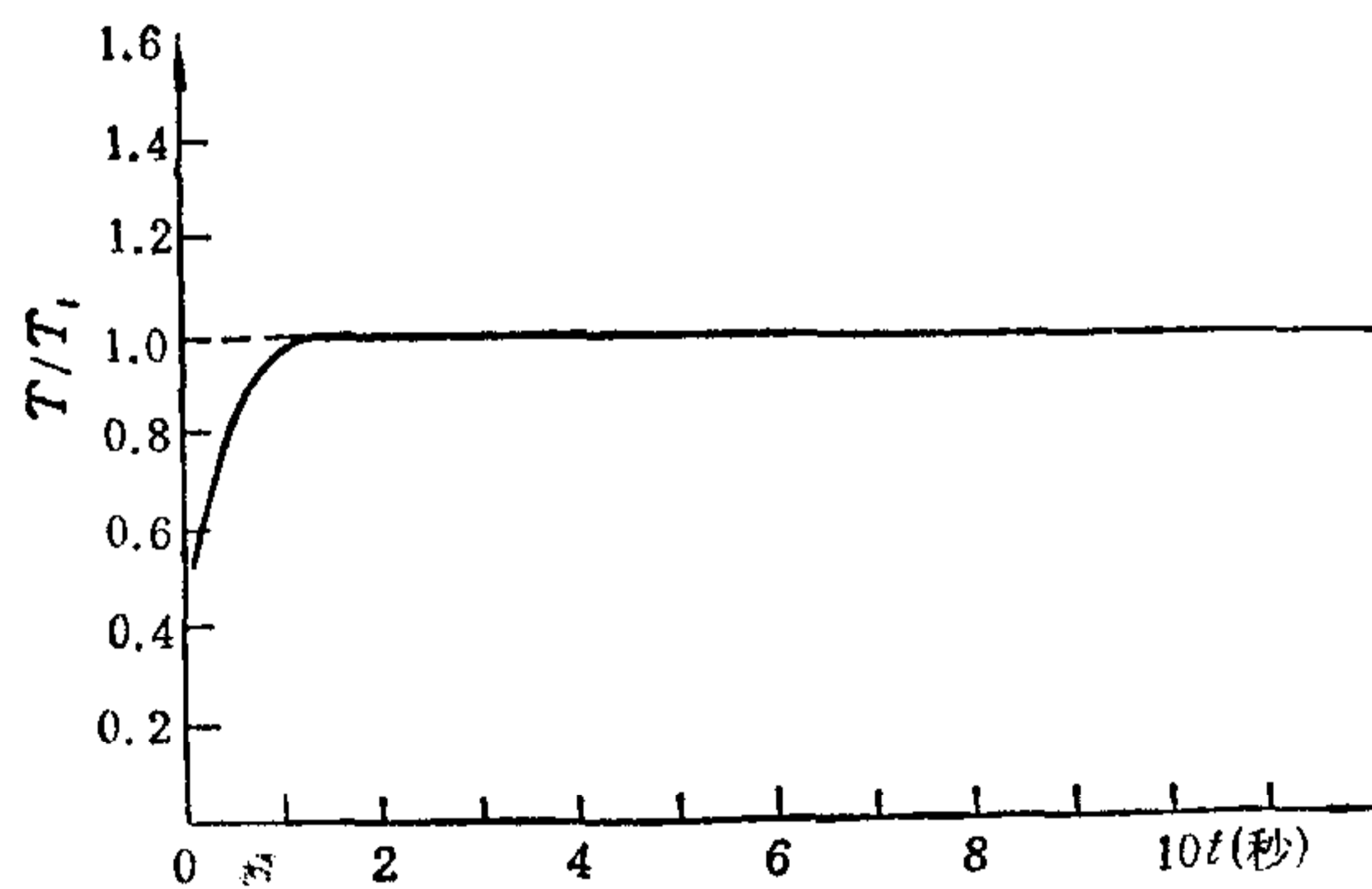


图 7 控制点温度变化过程曲线

六、结 论

1) 将汽化区假定为汽化面的近似处理方法，避开了复杂的数学问题。对小发汗量温度场控制是合理的。工程上具有足够的精度。

2) 采用假想节点方法建立了汽化点与结合点重合的公式(7)，给出了热层内存在热漏的完整的差分计算公式(8)。(7)式既可用于一种材料热层，也可用于两种材料热层。根据方程和边界条件差分化一节的讨论，还可推广用于多种材料热层。

3) 仿真结果证实，发汗控制参数 m_L 的级数(10)式，在较广泛的初值条件下，不仅收敛快，而且能使热层内的受控温度迅速地稳定地到达目标温度，有实用价值。

感谢王侠超同志对本文所给予的帮助。

参 考 文 献

- [1] 杨学实,热防护发汗冷却控制,自动化学报,11(1985),345页.
- [2] 杨学实,王侠超,发汗控制动态响应数值分析.自动化学报,14(1988),184页.
- [3] Evans, R.W., Crossland, F.J., Baginski, W.A., Development of Practical Water/Steam Transpiration Cooled Systems, *AIAA*, 65—290.
- [4] Саульев В.К., 袁兆鼎译,抛物型方程的网格积分法,科学出版社,1963,83页.
- [5] Fair, H.D., Electromagnetic Earth-to-space Launch., *IEEE Transactions on Magnetics*,25(1989), 9—16.

TRANSPIRATION CONTROL WITH WATER FOR TEMPERATURE FIELD

YANG XUESHI

(P. O. Box 3924, Beijing)

ABSTRACT

On the basis of references [1,2], in which helium was used as the coolant, this paper investigates the problem of transpiration control using water as the coolant. At its boiling point, water will be vaporized and absorb heat, so there exists heat sink in protection layer. By means of the method of imaginary node, the difference equations with inner discontinuity are derived and the tridiagonal system of equations are obtained. When the control parameter \dot{m}_L is given as the series type of temperature, the result of the closed-loop control simulations show that it can control the temperature of the heat protection layer very effectively.

Key words: Transpiration; heat transfer; digital simulation.