第 17 卷 第 3 期
1991 年 5 月

自 动 化 学 报
ACTA AUTOMATICA SINICA

Vol. 17, No. 3
May, 1991

建立动态系统规则模型方法[1)]

王春燕　　刘少民
（北京科技大学自动化系）

摘　　要

本文采用标准模糊划分及可能性测度的概念，论述了对复杂系统建立模糊数学模型的一种有效方法．提出了根据系统的 I/O 数据自动生成系统规则模型的算法，并用两个例子证明了该算法的有效性．

关键词： 标准模糊划分，可能性测度，加权规则矩阵．

一、引　　言

到目前为止，模糊控制器的设计主要以总结操作者的控制经验为主．这种方法有许多不足，克服它的有效途径之一是建立系统的模糊数学模型．

Tong 在 1978 年提出了根据系统的 I/O 数据建立系统模糊数学模型的方法[1]，建立了一种以辨识为基础的系统的模糊关系模型．后又开展了许多这方面的研究[2-6]．本文在此基础上提出了一种新的构造系统规则模型方法，并将该方法应用于两个例子．结果表明，用这种方法建立的模糊数学模型具有较高的精度．

二、基 本 概 念

定义 1. 设有论域 $\boldsymbol{S}$，$F(\boldsymbol{S})$为论域 $\boldsymbol{S}$ 的全体模糊集．x 为论域 $\boldsymbol{S}$ 中的元素，一组凸模糊集 $\{A_i | i=1,2,\cdots,r \ \ A_i \in F(\boldsymbol{S})\}$，若满足下列条件：

1) $\forall i \in I$，$\mathrm{Poss}(A_i | A_i) = 1$；

2) $\forall i,j \in I$，$\max\limits_{\substack{i,j \\ i \neq j}} \mathrm{Poss}(A_i | A_j) < 1$；

3) $\forall x \in \boldsymbol{S}$，$\exists i \in I$，使 $A_i(x) > 0$，且 $\sum\limits_{i \in I} A_i(x) = 1$．

其中 $I = \{1,2,\cdots,r.\}$，则称 $\{A_i | i=1,2,\cdots,r.\}$为 $\boldsymbol{S}$ 的一个标准模糊划分．

定义 2. 设 $F(\boldsymbol{S}_1),F(\boldsymbol{S}_2),\cdots F(\boldsymbol{S}_N)$ 分别为论域 $\boldsymbol{S}_1$，$\boldsymbol{S}_2,\cdots$，$\boldsymbol{S}_N$ 上的全体模糊集．$\{A_{Ki} | i=1,2,\cdots,r_K\}$ 是论域 $\boldsymbol{S}_K$ 的标准模糊划分，x^K 为论域 $\boldsymbol{S}_K$ 中的任意元

本文于 1989 年 1 月 11 日收到．
1) 本课题受国家自然科学基金资助．

素，$K=1,2,\cdots,N$. 则论域 $\boldsymbol{S}_1\times\boldsymbol{S}_2\times\cdots\times\boldsymbol{S}_N$ 的标准模糊划分$\{A_{\boldsymbol{i}}|\boldsymbol{i}=\boldsymbol{1},\boldsymbol{2},\cdots,\boldsymbol{r}.\}$，$A_{\boldsymbol{i}}\in F(\boldsymbol{S}_1\times\boldsymbol{S}_2\times\cdots\times\boldsymbol{S}_N)$ 由下式计算：

$\forall_{\boldsymbol{i}}=(i_1,i_2,\cdots,i_N)\in I_1\times I_2\times\cdots\times I_N,\forall\boldsymbol{x}=(x^1,x^2,\cdots,x^N)\in\boldsymbol{S}_1\times\boldsymbol{S}_2\times\cdots\times\boldsymbol{S}_N$,

$$A_{\boldsymbol{i}}(\boldsymbol{x})=A_{1i_1}(x^1)*A_{2i_2}(x^2)*\cdots*A_{Ni_N}(x^N).\tag{1}$$

其中 $I_K=\{1,2,\cdots,r_K.\}$，$K=1,2,\cdots,N$. $*=\mathrm{prod}$ 或者 $*=\min$.

定义 3. 设 $\{A_i|i=1,2,\cdots,r.\}$ 为论域 $\boldsymbol{S}$ 的标准模糊划分，C 为论域 $\boldsymbol{S}$ 上的任意模糊集，x 为论域 $\boldsymbol{S}$ 中的任意元素，C 对于标准模糊划分 $\{A_i|i=1,2,\cdots,r.\}$的可能性测度为

$$p_i=\mathrm{Poss}(A_i|C)=\sup_{x\in\boldsymbol{S}}(C(x)*A_i(x)),\ i=1,2,\cdots,r.\tag{2}$$

做模糊集合 $\bigcup_{i=1}^{r}p_i\circledast A_i$，称此模糊集合为模糊集 C 的一个近似表示. 记作 $\bar{C}=\bigcup_{i=1}^{r}p_i\circledast A_i$. 其中

$$(p_i\circledast A_i)\in F(\boldsymbol{S}),(p_i\circledast A_i)(x)=p_i*A_i(x),\ \forall x\in\boldsymbol{S},\ i=1,2,\cdots,r.$$

$$\bar{C}(x)=\bigvee_{i=1}^{r}(p_i*A_i(x)),\ \forall x\in\boldsymbol{S};\ *=\min\text{ 或者 }*=\mathrm{prod}.$$

三、问题描述

考虑 SISO 系统，获得了一组 I/O 数据 $\{u(t),y(t)|t=1,2,\cdots,n\}$. 设输入变量论域为 $\boldsymbol{U}$，输出变量论域为 $\boldsymbol{V}$. 规则模型可用公式描述为

$$\begin{aligned}Y(t)=&[Y(t-l_0)oY(t-l_0-1)o\cdots oY(t-l_0-m_0)]o\\&[U(t-l_1)oU(t-l_1-1)o\cdots oU(t-l_1-m_1)]oW.\end{aligned}\tag{3}$$

其中 $U(\cdot)\in F(\boldsymbol{U})$，$Y(\cdot)\in F(\boldsymbol{V})$ 分别为输入模糊变量，输出模糊变量；W为基于标准模糊划分的加权规则矩阵；o 为基于标准模糊划分的合成算子；l_0,l_1,m_0，m_1 为系统的结构参数.

设 $\{A_{11},A_{12},\cdots A_{1r_1}\}$ 为 $Y(t-l_0)$ 对应论域 $\boldsymbol{S}_1$ 的标准模糊划分；$\{A_{21},A_{22},\cdots,A_{2r_2}\}$为 $Y(t-l_0-1)$对应论域 $\boldsymbol{S}_2$ 的标准模糊划分；…；$\{A_{m_0+1,1},A_{m_0+1,2},\cdots,A_{m_0+1,r_{m_0+1}}\}$ 为 $Y(t-l_0-m_0)$ 对应论域 $\boldsymbol{S}_{m_0+1}$ 的标准模糊划分；$\{A_{m_0+2,1},A_{m_0+2,2},\cdots,A_{m_0+2,r_{m_0+2}}\}$ 为 $U(t-l_1)$ 对应论域 $\boldsymbol{S}_{m_0+2}$ 的标准模糊划分；…；$\{A_{N1},A_{N2},\cdots,A_{Nr_N}\}$ 为 $U(t-l_1-m_1)$ 对应论域 $\boldsymbol{S}_N$ 的标准模糊划分. $\{B_1,B_2,\cdots,B_{r_0}\}$ 为 $Y(t)$ 对应论域 $\boldsymbol{V}$ 的标准模糊划分；则式(3)用加权规则描述为

如果 $Y(t-l_0)$ 是 $A_{1i_1},Y(t-l_0-1)$ 是 $A_{2i_2},\cdots$，$U(t-l_1-m_1)$是 A_{Ni_N}，则 $Y(t)$ 是

$$\bigcup_{j=1}^{r_0}W(i_1,i_2,\cdots,i_N,j)\circledast B_j.\tag{$*$}$$

这里 $W(i_1,i_2,\cdots,i_N,j)$ 是W的第 $(i_1,i_2,\cdots,i_N)$ 行，第 j 列元素，称之为权重，W 称为加权规则矩阵.

假设语言规则(*)对系统的输入、输出间的关系提供了一种可以接受的描述，则说所

谓自生成规则模型即是根据系统的 I/O 数据，自动寻找最合适的加权规则矩阵 W；系统的结构参数 l_0,l_1,m_0,m_1；合成算子 o。本文选系统输出实测值 $y(t)$ 与预测值 $\bar{y}(t)$的均方差做性能指标 Q，因此，自生成规则模型问题归结为

$$\min_{\substack{W\\ o\\ l_0,l_1,m_0,m_1}} Q=\frac{1}{n-\max(l_0,l_1)}\sum_{t=\max(l_0,l_1)+1}^{n}(y(t)-\bar{y}(t))^2. \tag{4}$$

四、算法描述

该算法包括下面几个步骤[1)]：

1）获取系统的一组 I/O 数据．定义输入变量论域 $\boldsymbol{U}$，输出变量论域 $\boldsymbol{V}$。确定各论域的标准模糊划分并离散化．显然，$\boldsymbol{S}_1=\boldsymbol{S}_2=\cdots=\boldsymbol{S}_{m_0+1}=\boldsymbol{V}$。$\boldsymbol{S}_{m_0+2}=\cdots=\boldsymbol{S}_N=\boldsymbol{U}$；

2）选择一组系统结构参数，选择合成算子；

3）计算加权规则矩阵．

为方便起见，令 $x_t^1=y(t-l_0)$，$x_t^2=y(t-l_0-1)$，$\cdots$，$x_t^N=u(t-l_1-m_1)$，$y_t=y(t)$，构造矩阵 A,B 如下：

$$A=\begin{pmatrix}A_1(\boldsymbol{x}_1) & A_1(\boldsymbol{x}_2)\cdots & A_1(\boldsymbol{x}_n)\\ A_2(\boldsymbol{x}_1) & A_2(\boldsymbol{x}_2)\cdots & A_2(\boldsymbol{x}_n)\\ \vdots & \vdots \quad \vdots & \vdots\\ A_r(\boldsymbol{x}_1) & A_r(\boldsymbol{x}_2)\cdots & A_r(\boldsymbol{x}_n)\end{pmatrix},\quad B=\begin{pmatrix}B_1(y_1) & B_2(y_1)\cdots & B_{r_0}(y_1)\\ B_1(y_2) & B_2(y_2)\cdots & B_{r_0}(y_2)\\ \vdots & \vdots \quad \vdots & \vdots\\ B_1(y_n) & B_2(y_n)\cdots & B_{r_0}(y_n)\end{pmatrix}.$$

则

$$W=AoB=(w_{ij}),\ w_{ij}=W(i_1,i_2,\cdots,i_N,j)=\bigvee_{t=1}^{n}[A_i(\boldsymbol{x}_t)*B_j(y_t)].$$

其中

$$A_{\boldsymbol{i}}(\boldsymbol{x}_t)=A_{1i_1}(x_t^1)*A_{2i_2}(x_t^2)*\cdots*A_{Ni_N}(x_t^N),\ \boldsymbol{i}\in I_1\times I_2\times\cdots\times I_N,$$
$$j\in I_0=\{1,2,\cdots,r_0\}$$
$$\boldsymbol{x}_t=(x_t^1,x_t^2,\cdots,x_t^N)\in\boldsymbol{S}_1\times\boldsymbol{S}_2\times\cdots\times\boldsymbol{S}_N,\ y_t\in\boldsymbol{V}.$$
$$I_K=\{1,2,\cdots,r_K\},\ K=1,2,\cdots,N.;$$

4）根据 $y(t-l_0),y(t-l_0-1),\cdots,u(t-l_1-m_1)$，计算输出模糊集 $\bar{Y}(t)$。首先，把 $y(t-l_0),y(t-l_0-1),\cdots,u(t-l_1-m_1)$ 模糊化为退化模糊集 $Y(t-l_0)$，$Y(t-l_0-1),\cdots,u(t-l_1-m_1)$．由公式(2)计算其对于相应论域标准模糊划分的可能性测度：$p_{11}^t,p_{12}^t,\cdots,p_{1r_1}^t$；$p_{21}^t,p_{22}^t,\cdots,p_{2r_2}^t$；$\cdots$；$p_{N1}^t,p_{N2}^t,\cdots,p_{Nr_N}^t$。令 $\lambda_1=\{j_1|p_{1j_1}^t>0,\ j_1\in I_1\}$；$\lambda_2=\{j_2|p_{2j_2}^t>0,\ j_2\in I_2\}$；$\cdots$；$\lambda_N=\{j_N|p_{Nj_N}^t>0,\ j_N\in I_N\}$。则

$$\bar{Y}(t)=\bigcup_{j_1\in\lambda_1}\bigcup_{j_2\in\lambda_2}\cdots\bigcup_{j_N\in\lambda_N}\bigcup_{j\in I_0}W(j_1,j_2,\cdots,j_N,j)\circledast B_j.$$

即 $\forall y\in\boldsymbol{V}$，

1）王春燕，自生成规则模型方法及应用研究，硕士研究生论文，北京科技大学，1988．

$$\overline{Y}(t)(y)=\bigvee_{i_1\in\lambda_1}\bigvee_{i_2\in\lambda_2}\cdots\bigvee_{i_N\in\lambda_N}\bigvee_{j\in I_0}[W(i_1,i_2,\cdots,i_N,j)*B_j(y)].\quad *=\text{prod 或 }*=\min;$$

5）把输出模糊集非模糊化，计算性能指标；

6）判断是否需要再选择系统的结构参数和合成算子，如需要则返回步骤 2）。否则，选择 Q 值最小时所对应的 W；l_0,l_1,m_0,m_1；o；形成系统的规则模型。

五、两 个 例 子

1. Box 和 Jenkins 煤气炉数据[7]

Box 的煤气炉数据被许多文献采用，常用做检验辨识算法的标准实验数据。 这里用该数据对自生成规则模型算法进行研究。 所建模型为 $Y(t)=Y(t-1)oU(t-4)oW$，$o=\max-\text{prod}$。表 1 列出用该算法与其它文献所述方法对煤气炉建模结果比较，图 1

表 1　煤气炉建模结果比较

文　献	性能指标 Q	附　注
[1]	0.469	模糊数学模型，修正后
[2]	0.478	模糊数学模型
[5]	0.456	模糊数学模型
[6]	0.440	模糊数学模型，修正后
[7]	0.710	精确数学模型
本文算法	0.380	模糊数学模型

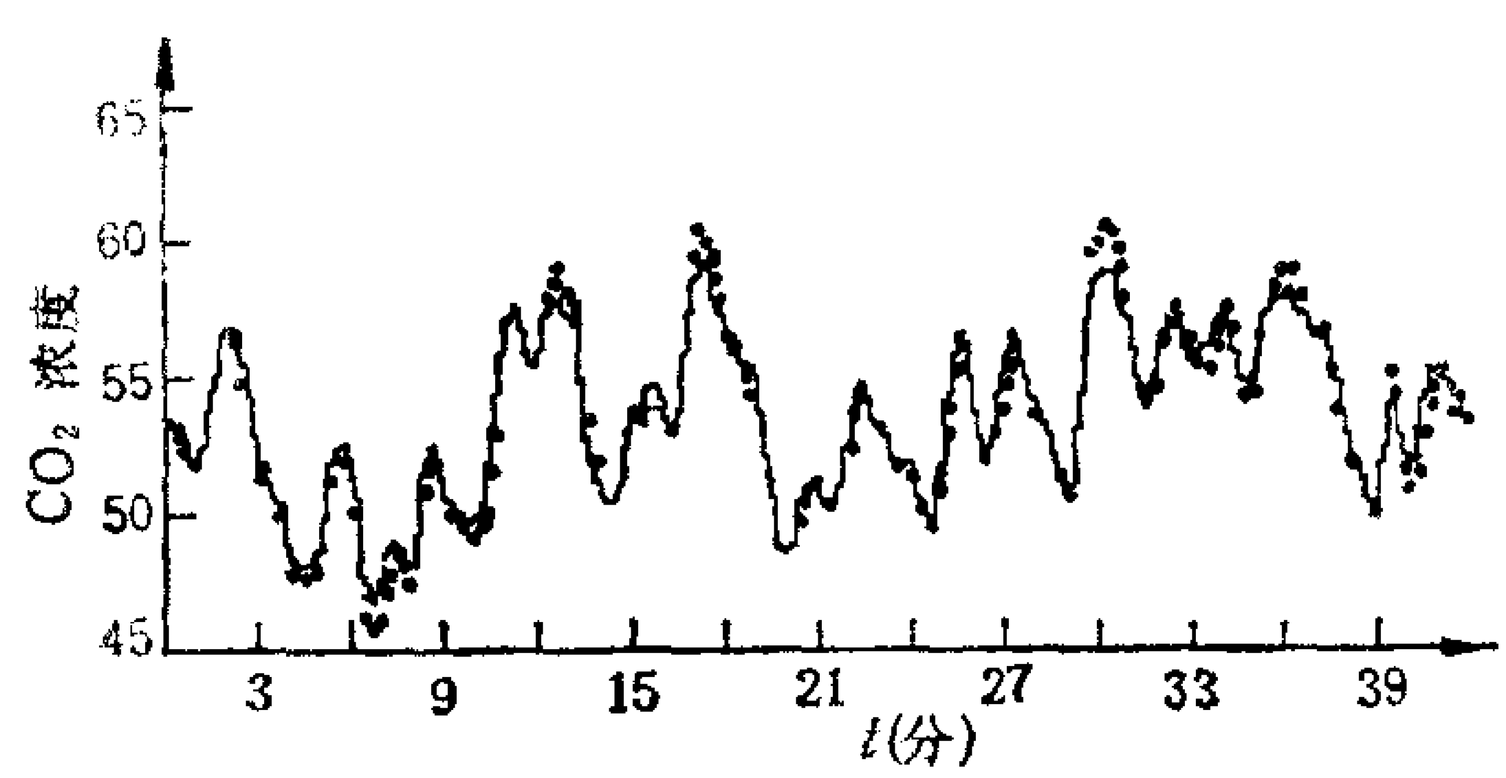

图 1　煤气炉输出曲线(·实测值；—预测值.)

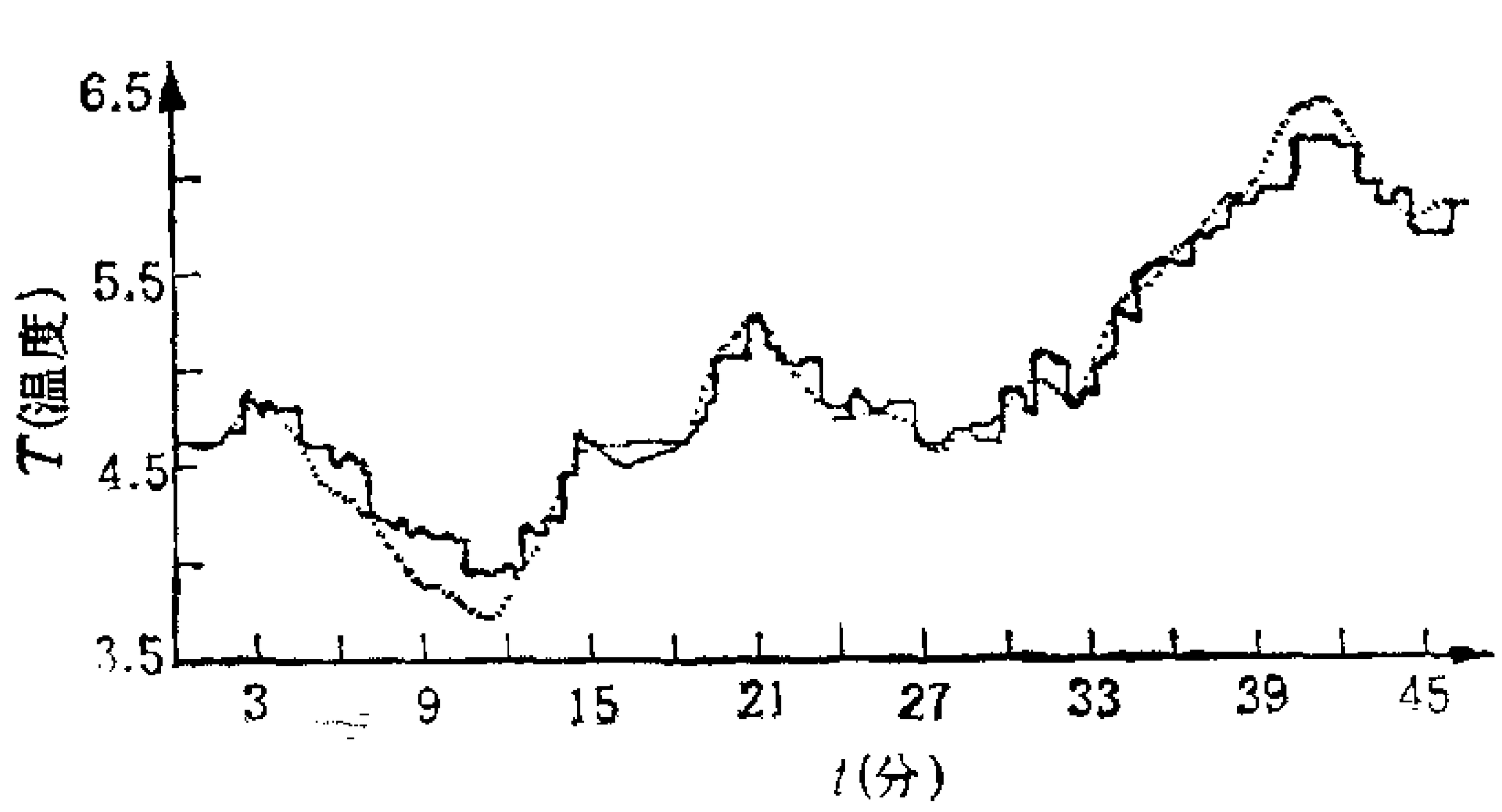

图 2　电阻炉炉温曲线(·实测值；—预测值.)

为煤气炉输出曲线,从中可知,用该算法建立的煤气炉规则模型，较好地描述了系统的输出,具有较高的精度.

2. 电阻炉控温系统

把算法用于一个实际系统——电阻炉控温系统中，进一步研究该算法在实际应用中的性能. 图 2 为电阻炉炉温曲线,可见该算法是一种有效、实用的算法.

六、结　论

本文所描述的方法与传统的定量分析方法不同，表现于 1) 用语言变量代替数字变量;2)用加权规则描述变量之间的关系;3)用规则模型描述系统的行为.

该方法的优点表现于1)建模方法相对简单;2)规则模型本身具有简单的结构,能对系统做出较精确的描述;3)使用标准模糊划分及可能性测度的概念,减少了对计算机内存的占用量,节省了运算时间;4)该方法还很容易推广到 MISO 系统中去.

参 考 文 献

[1] Tong, R.M., Synthesis of Fuzzy Model for Industrial Process Some Results, *Int. J. General System*, **3**(1978), 143—162.
[2] Pedrycz, W., An Identification Algorithm in Fuzzy Relational System, *Fuzzy Set and Systems*, **13**(1984), 153—167.
[3] Pedrycz, W., Applications of Fuzzy Relational Equations for Method of Reasoning On Preseace of Fuzzy Data, *Fuzzy Sets and Systems*, **16**(1985), 163—175.
[4] Pedrycz, W., Identification in Fuzzy System, *IEEE. Trans.* Syst. Man. Cybe. **SMC-14** (1987), 2, 361—366.
[5] Xu Chenwei, Lu, Yongzai, Fuzzy Model Identifications and Self-learning for Dynamic Systems *IEEE. Trans. Syst. Man Cybe.* **SMC-17**(1987), 4,683—689.
[6] 李宝绥、刘志俊,用模糊集理论测辨系统的模型,信息与控制,**3**(1980),33—38.
[7] Box, E.P., Jenkins, G.M., Time Series Analysis, Foresting and Control, Holden Day, San Francisco (1970).

A METHOD FOR BUILDING THE RULE MODEL OF DYNAMIC SYSTEM

Wang Chunyan　Liu Shaoming
(Beijing University of Science and Technology)

Abstract

The paper presents an effective method for building the fuzzy mathematical model in complex systems. The concepts of the standard fuzzy partition and possibility measure are used. An algorithm of automatically generating the rule model of systems is proposed on the basis of I/O data· The usefulness of the method is demonstrated by two examples.

Key words: Standard fuzzy partition; possibility measure; weight rule matrix.