第17卷 第4期
1991年7月

自 动 化 学 报
ACTA AUTOMATICA SINICA

Vol. 17, No. 4
July, 1991

考虑机器故障和有限缓冲器的级联生产线系统的建模和分析

伍乃骐 庄颂新 薛劲松
（中国科学院沈阳自动化研究所）

摘 要

本文在建立机器故障和系统阻塞的近似模型的基础上给出了系统的排队网络模型. 利用这一模型,可以对问题解析地求解,以分析系统的性能,而不需要复杂的计算. 仿真结果表明,其解的精度令人满意.

关键词: 柔性制造系统,排队网络,级联生产线.

一、引 言

排队网络模型(包括开环排队网络 (ONQ) 和闭环排队网络 (CNQ))在经典的假设下具有乘积式的解，因而容易解析地求解. 为此许多学者利用这一模型来模拟柔性制造系统[1,2],以分析系统的性能. 文[3]研究了该模型的鲁棒性 (Robustness), 并指出即使实际过程不满足指数分布,且差别较大,也仍可按指数分布进行分析，结果误差不大. 这进一步说明了该模型的可用性，但机器故障和系统中缓冲器的限制使得对系统的分析大大复杂化.

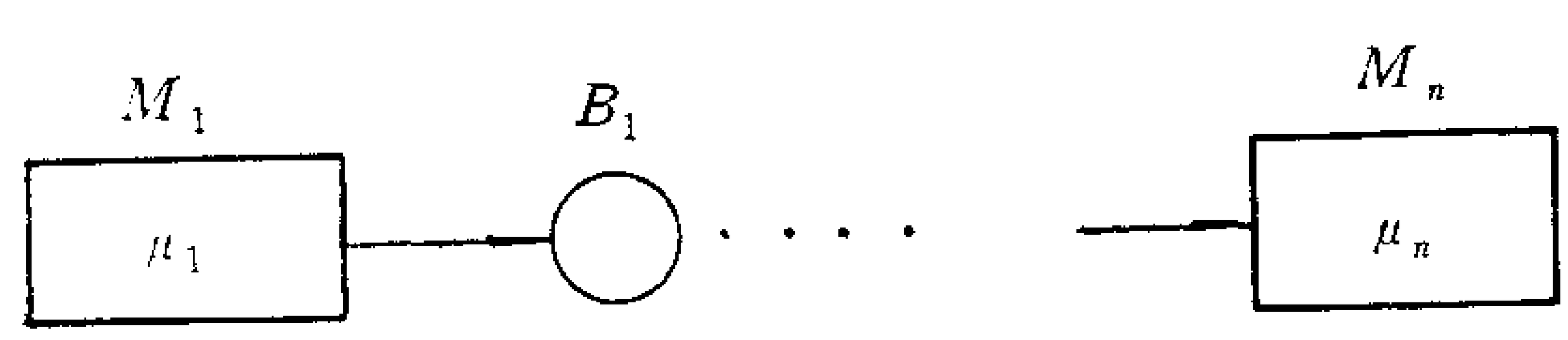

图1 级联生产系统示意图

FMS 中一类重要的系统是级联生产线系统，图 1 是其示意图. 其中 M_i 表示第 i 台机器，μ_i 表示其平均加工速率，B_{i-1} 表示机器 i 前的缓冲器,其容量为有限的. 在这种系统中,每一个工件都必须通过每一台机器. 由于机器故障和缓冲器的限制,加工过程中会出现阻塞 (Blocked) 和"饥饿" (Starved) 现象，用排队网络分析时乘积解不存在. 因而在这种条件下系统的分析非常复杂和困难.

由于问题的复杂性,只能对二级或三级的系统进行精确的讨论[4,5,6]. 因此，对一般的

本文于1988年11月16日收到.

级联系统来说,合理的近似是必须的,否则由于计算量太大而无法实现. 这样,寻求合理的近似方法成了这方面的研究方向. 目前主要的近似方法为 Cox 分布近似模拟[8]和分解求解方法[9]. 但在这些近似下仍要求很大的计算量. 本文提出一种新的近似方法,其计算量小,求解结果精度令人满意.

二、机器故障的描述

设机器加工一个工件的时间 X、故障间隔时间 Y 和机器修复时间 Z 都服从指数分布,其分布密度如下:

$$\left.\begin{aligned} m(x) &= \mu\exp(-\mu x), & x > 0; \\ b(y) &= \xi\exp(-\xi y), & y > 0; \\ r(z) &= \omega\exp(-\omega z), & z > 0. \end{aligned}\right\}. \tag{1}$$

当一个工件在加工时,可能出现的情况是: 在该加工过程中机器不出现故障、出现一次故障、二次故障,…,等等. 由式(1)可知,至少出现一次故障(或说出现故障)的概率是

$$P_r\{X > Y\} = \xi\int_0^{\infty}\exp(-\mu t - \xi t)dt = \frac{\xi}{\xi+\mu}. \tag{2}$$

很显然,不出现故障的概率为

$$P_r\{x \leqslant y\} = 1 - P_r\{x > y\} = 1 - \frac{\xi}{\xi+\mu} = \frac{\mu}{\xi+\mu}. \tag{3}$$

设过程 x 和 y 互为独立,由指数分布的无记忆性,利用式(2)和式(3)则有

$$P_r\{\text{一个工件加工过程中出现 } k \text{ 次故障}\} = \left(\frac{\xi}{\xi+\mu}\right)^k\left(\frac{\mu}{\xi+\mu}\right). \tag{4}$$

再由全概率定理,可求得在考虑机器故障的情况下,加工完一个工件所需的时间的期望值为

$$E = \frac{\xi}{\xi+\mu}\left(\frac{1}{\mu} + \bar{T}\right) + \frac{\mu}{\xi+\mu}\cdot\frac{1}{\mu}. \tag{5}$$

令 $T = \frac{1}{\omega}$, 则(5)式中的 $\bar{T}$ 可由下式求得

$$\bar{T} = \sum_{k=1}^{\infty}\left(\frac{\xi}{\xi+\mu}\right)^{k-1}\left(\frac{\mu}{\xi+\mu}\right)\cdot kT. \tag{6}$$

于是得

$$E = \frac{1+\xi T}{\mu}. \tag{7}$$

那么机器的平均加工速率为

$$\mu' = \frac{1}{E} = \frac{\mu}{1+\xi T}. \tag{8}$$

注意到,如机器无故障,则 $\xi = 0$, $\mu' = \mu$, 与不考虑机器故障的情形相一致.

根据上面的推导，并考虑到排队网络分析的鲁棒性[3]，可用下面的指数分布加工时间来近似机器具有故障的加工过程

$$m(t) = \mu' \exp(-\mu' t),\quad t > 0. \tag{9}$$

并认为机器不会出现故障.

三、对阻塞的模拟

在级联生产线中，可能出现阻塞和饥饿两种情形，但对单个队来说，饥饿可归结到工件的到达率中考虑，因此只要考虑阻塞的情形．将阻塞定义为：当机器 M_i 加工完一个工件后，它要传送到机器 M_{i+1} 进行加工，但此时缓冲器 B_i 已充满，工件传送不出去，则称机器 M_i 被阻塞．也就是说，此时加工完后的工件不能从机器 M_i 上卸下来.

为了模拟阻塞，用下列的等价过程来描述：工件一经加工完毕，立即从机器上卸下来，准备往下一级送，当发现下一个缓冲器充满后，又重新返回来，再装到机器上(不考虑装卸时间)．显然这和工件未卸下来等价．此时可用图 2 来表示，机器 M_i 每加工完一个工件就往机器 M_{i+1} 送，但其中一部分由于阻塞而返回，其返回速率设为 r_i，其中 μ_i' 为(8)式所决定．此时，机器 M_i 的生产率由 μ_i' 变为 $\mu_i' - r_i$，因此可用图 3 所示的等价无阻塞的系统来描述这一过程，并令此时的生产速率为

$$\bar{\mu}_i = \mu_i' - r_i. \tag{10}$$

同样，当 $r_i = 0$ 时的情形和缓冲器为无限的情形一致.

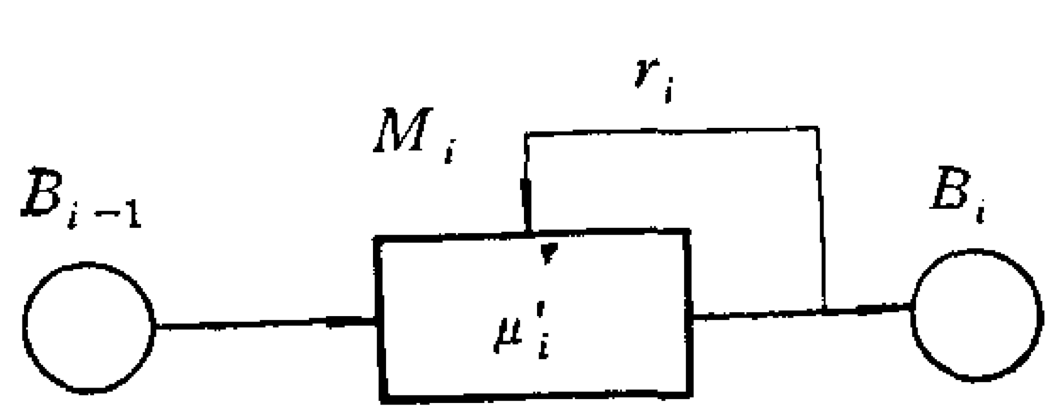

图 2　阻塞过程描述示意图

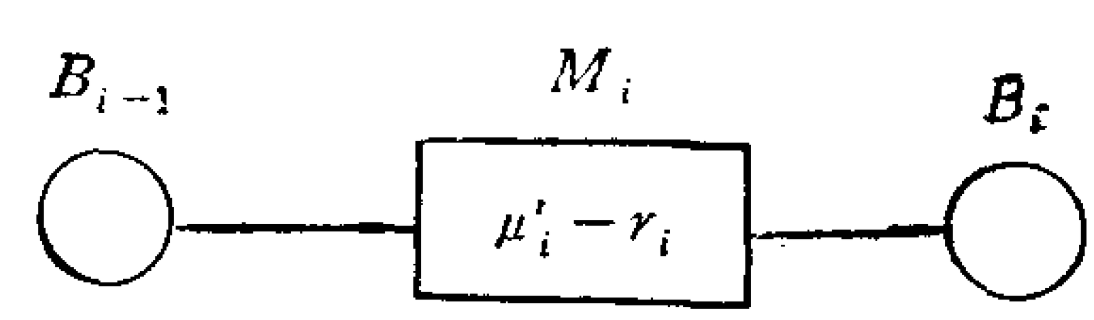

图 3　等价无阻塞系统

根据上面的论述，再次考虑到排队网络分析的鲁棒性[3]，视系统为无阻塞、并用速率为 $\bar{\mu}_i$ 的指数分布服务时间来模拟阻塞过程是一个较好的和合理的近似，其分布函数为

$$m(t) = \bar{\mu}_i \exp(-\bar{\mu}_i t),\quad t > 0. \tag{11}$$

四、级联生产线系统的排队网络模型

对级联生产线，假设机器 M_1 总有工件可加工，以及机器 M_n 永远不会被阻塞．根据前面两节的论述，系统中的每一级都可用图 2 所示的模型描述，只是对机器 M_n 来说 $r_n = 0$．由此，每一节都可转化为图 3 所示的模型．因此，系统可用图 4 所示的排队网络模型近似描述．图中 $\bar{\mu}_i = \mu_i' - r_i\ (i = 1, \cdots, n-1)$，$\bar{\mu}_n = \mu_i'$．由于系统中，每一个工件要经过所有的级加工，根据图 4 的描述，可得下列结论：

结论．由图 4 所示的模型来描述级联生产线系统时，系统的生产率 (throughput) 为

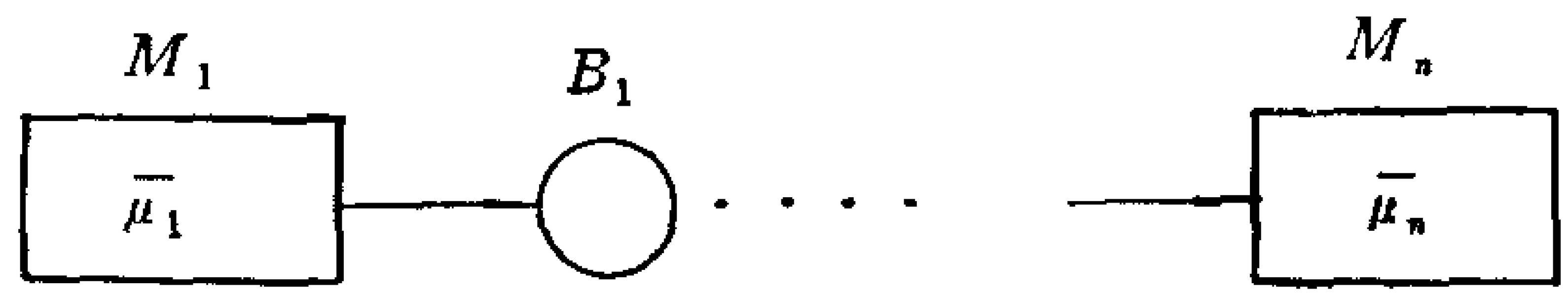

图 4　系统的近似排队网络模型

$$TH = \bar{\mu}_1 = \mu_1' - r_i. \tag{12}$$

因此,只要知道 r_1 就可求得 TH. 但模型中 $r_1, \cdots, r_{n-1}$ 未知,这样,问题的求解归结为求各级的返回速率 $r_1, \cdots, r_{n-1}$.

设 $b_1, \cdots, b_{n-1}$ 分别为机器 $M_1, \cdots, M_{n-1}$ 的阻塞概率，那么 $r_i(i = 1, 2, \cdots, n-1)$ 由下式决定:

$$r_i = (\mu_1' - r_1)b_i. \tag{13}$$

要求得 $r_i(i = 1, 2, \cdots, n-1)$,就要求得各级的阻塞概率 $b_1, b_2, \cdots, b_{n-1}$, 这可由下列的迭代步骤求得:

1) 给定初始值 $b_1', b_2', \cdots b_{n-1}'$,并令 $k = 1$;

2) 由(13)式求 $r_i^k = (\mu_1' - r_1^k)b_i^k (i = 1, \cdots, n-1)$,进而求 $\bar{\mu}_1^k, \bar{\mu}_2^k, \cdots, \bar{\mu}_{n-1}^k$;

3) 对各级分别解到达率为 $\bar{\mu}_i^k$ 和加工速率为 $\bar{\mu}_{i+1}^k(i = 1, \cdots, n-1)$, 的单个排队系统,求得阻塞概率 $p_i^k (i = 1, 2, \cdots, n-1)$;

4) 检验 $\max\{|p_1^k - b_1^k|, \cdots, |p_{n-1}^k - b_{n-1}^k|\} < \varepsilon$ ($\varepsilon > 0$ 预先指定)是否满足,如满足,则求解完成,并停止,否则继续下一步;

5) 用下式修改 b_i^k:

$$b_i^{k+1} = b_i^k + \rho(p_i^k - b_i^k), \ (0 < \rho < 1), \ i = 1, 2, \cdots, n-1. \tag{14}$$

$k \leftarrow k + 1$, 然后再转 2).

由于在任何排队系统中,到达率必须小于服务速率,因此如果 $\mu_1' < \mu_i' (i=2, \cdots, n)$, 则可选 $b_i' = 0(i = 1, \cdots, n-1)$,否则要选择 b_1' 使得 $\bar{\mu}_1 < \mu_i' (i = 2, \cdots, n)$, 再令 $b_i' = 0(i = 2, \cdots, n-1)$. 如果缓冲器 B_i 的容量为 $N_i p_i^k$ 由下式决定:

$$p_i^k = \Pr\{L_i > N_i + 1\}. \tag{15}$$

其中 L_i 表示工件个数(包括缓冲器中的和在机器上的工件. 容易看出，用这一模型求解,计算量很小.

五、计算例子

例 1. 系统由两级组成， 参数分别为: $\frac{1}{\mu_1} = 1.5$, $\xi_1 = 0$ (不考虑机器故障); $\frac{1}{\mu_2} = 2.0$, $\frac{1}{\xi_2} = 5.6$, $T_2 = 2.3$, $B_1 = 7$.

求得 $\frac{1}{\mu_1'} = 1.5$, $\frac{1}{\mu_2'} = 1.411$, 用原始参数仿真得生产率 $TH_1 = 0.2583$, 用本文方法解析求解得 $TH_2 = 0.2790$.

例 2.[7] 系统由 4 级组成，缓冲器容量为 $B_1 = B_2 = B_3 = 1$. 在几组参数下，分别进行了仿真和用本文的方法解析求解. 将其结果以及由其他近似方法所得结果列表（见表 1)以供比较:

表 1

模型参数				生产率 TH			
μ_1	μ_2	μ_3	μ_4	仿真结果	本文的方法	文[7]的方法	TMH 近似
1.0	1.1	1.2	1.3	0.709	0.697	0.734	0.645
1.0	1.2	1.4	1.6	0.762	0.746	0.794	0.706
1.0	1.3	1.6	1.9	0.798	0.782	0.825	0.755
1.0	1.4	1.8	2.2	0.848	0.812	0.871	0.793
1.0	1.5	2.0	2.5	0.855	0.836	0.883	0.824

从上面的例子可以看出,用本文给出的近似模型求解具有较高的精度.

六、结　论

由于机器故障和有限缓冲器的影响,使得对生产线的分析极为复杂,精确求解几乎是不可能的. 本文给出的近似模型,其求解相当简单，且具有较高精度(它不低于目前有的其他近似法的精度),是一种切实可行的分析方法. 本文的方法容易推广到非级联的生产线的分析中,还可用于讨论与此相关的一些问题.

参　考　文　献

[1] Solberg, J. J., A Mathematical Model of Computerized Manufacturing Systems, Proceedings of the 4th Internatinal Conference on Production Research, 1977.

[2] Buzacott, J. A. and Shanthikumar, J. G., Models for Understanding Flexible Manufacturing Systems, *AIIE Trans*, Vol. **12**(1980), 339.

[3] Suri, R., Robustness of Queueing Network Formulae, *Journal of the Association for Computing Machinery*, Vol. **30**(1983), 564.

[4] Gershwin, S. B. and Berman, O., Analysis of transfer Lines Consisting of two Unreliable Machines with Random Processing times and finite storage buffers, *AIIE Trans*. **13**(1981), 2—11.

[5] Gershwin, S. B. and Schick, I. C., Modeling and Analysis of Two and Three-storage Transfer Lines with Unreliable Machines and finite buffers, *Operations Research* **31**(1983), 354—380.

[6] Ho, Y. C. Eyler, M. A. and Chien, T. T., A Gradient Technique for General Buffer Storage Design in a Production line, *International Journal of Production Research* **17**(1979), 557—580.

[7] Altiok, T., Approximate Analysis of Expotential Tandem Queues with Blocking in Production Lines, *European Journal of Operational Research* **11**(1982), 390—398.

[8] Altiok, A. and Stidham, S. Jr., The Allocation of Interstage Buffer Capacities in Production Lines, *IIE Transactions*, Vol. **15**(1983), 292—299.

[9] Gershwin, S. B., An Efficient Decomposition Method for Approximate Evaluation of Production Lines with Finite Storage Space-summary, Proceedings of IEEE 23rd CDC, 843—846, 1984.

MODELING AND ANALYSIS OF PRODUCTION LINE SYSTEMS WITH UNRELIABLE MACHINES AND FINITE BUFFERS

Wu Naiqi Zhuang Songxin Xue Jinsong

(Shenyang Institute of Automation, Chinese Academy of Sciences)

Abstract

Based on the modeling and analysis of tandem production line systems subject to machine breakdown and system blocking, a queueing network model has been built. With this model, we can solve the problem and evaluate the performance of the systems without involving complex computation. Simulation results show that the accuracy obtained by the model is satisfactory.

Key words: Flexible manufacturing systems; queueing networks; tandem production line.