第17卷 第4期
1991年7月

自动化学报
ACTA AUTOMATICA SINICA

Vol. 17, No. 4
July, 1991

具有未知时滞的线性连续系统的辨识

陶永林　倪祖彭　章文斌
（上海第二工业大学电子电气工程系）

摘　　要

本文给出了一种频域方法，它能用来辨识具有未知时滞的连续过程.

关键词： 线性连续系统辨识，未知时滞，频域方法.

一、引　　言

文献[1]对连续系统的辨识方法作了综述. 它认为，未知时滞存在时的辨识是一个困难的问题. 本文的目的是对这一问题给出一个解决办法. 首先，在对象上加一个(周期适当的)非正弦周期信号. 然后，通过对它的输入和(稳态)输出信号分别进行富氏分析，可以得到对象频率特性曲线上若干个点[2]，以下认为这些点的数据是已知的.

二、频域辨识方法

设对象的传递函数为

$$G(s)=\frac{B(s)}{A(s)}e^{-\tau s}. \tag{1}$$

其中 τ 为对象的滞后时间.

$$A(s)=s^n+a_{n-1}s^{n-1}+\cdots+a_1s+a_0, \tag{2}$$

$$B(s)=b_{n-1}s^{n-1}+\cdots+b_1s+b_0. \tag{3}$$

n 为对象的阶次，假定是已知的.

所谓参数估计问题，即已知对象频率特性的数据 ω_k. $|G(j\omega_k)|$、$\mathrm{Arg}\,G(j\omega_k)$，$k=1,2,\cdots m$，如何来估计未知参数 $a_k,b_k(k=0,1,\cdots,n-1)$ 以及 τ. 这里应注意，相位 $\mathrm{Arg}\,G(j\omega_k)\in(-\infty,\infty)$.

记

$$F(s)=G(s)G(-s), \tag{4}$$

$$C(s)=A(s)A(-s), \tag{5}$$

$$D(s)=B(s)B(-s). \tag{6}$$

本文于1989年11月1日收到.

那末,由(1)式—(6)式可得

$$F(s)=\frac{D(s)}{C(s)}. \tag{7}$$

而且, $C(s)$ 和 $D(s)$ 具有如下形式:

$$C(s)=(-1)^n[s^{2n}+C_{n-1}s^{2(n-1)}+\cdots+C_1s^2+C_0], \tag{8}$$

$$D(s)=(-1)^n[d_{n-1}s^{2(n-1)}+\cdots+d_1s^2+d_0]. \tag{9}$$

$F(s)$ 的频率特性为

$$F(j\omega)=|G(j\omega)|^2=\frac{D(j\omega)}{C(j\omega)}. \tag{10}$$

假定对于 $\omega=\omega_k, k=1,2,\cdots,m, F(j\omega)=|G(j\omega)|^2$ 已知,那末由 (8)—(10) 式可得

$$\boldsymbol{x}^T(\omega_k)\boldsymbol{\theta}=y(\omega_k),\ k=1,2,\cdots,m. \tag{11}$$

其中

$$\boldsymbol{x}^T(\omega)=[F(j\omega),-\omega^2F(j\omega),\cdots,(-1)^{n-1}\omega^{2(n-1)}F(j\omega),-1,\omega^2,\cdots,(-1)^n\omega^{2(n-1)}], \tag{12}$$

$$y(\omega)=(-1)^{n-1}\omega^{2n}F(j\omega), \tag{13}$$

$$\boldsymbol{\theta}=[c_0,c_1,\cdots,c_{n-1},d_0,d_1,\cdots,d_{n-1}]^T. \tag{14}$$

记

$$X=\begin{bmatrix}\boldsymbol{x}^T(\omega_1)\\ \boldsymbol{x}^T(\omega_2)\\ \vdots\\ \boldsymbol{x}^T(\omega_m)\end{bmatrix},\quad \boldsymbol{y}=\begin{bmatrix}y(\omega_1)\\ y(\omega_2)\\ \vdots\\ y(\omega_m)\end{bmatrix}. \tag{15}$$

利用(15)式,联立方程组(11)可写成

$$X\boldsymbol{\theta}=\boldsymbol{y}. \tag{16}$$

记 $\hat{\boldsymbol{\theta}}$ 为 $\boldsymbol{\theta}$ 的最小二乘估计,则有

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}=(X^TX)^{-1}X^T\boldsymbol{y}. \tag{17}$$

于是,得到了 $c_i, d_i(i=0,1,\cdots,n-1)$ 的一组估计值 $\hat{c}_i, \hat{d}_i(i=0,1,\cdots,n-1)$.

设 $p_i(i=1,2,\cdots,n)$ 和 $z_i(i=1,2,\cdots,l)$ 分别为对象的有限极点和零点,这里, $0\leqslant l\leqslant n-1$. 将 $C(s)$ 和 $D(s)$ 写成因式分解形式,则有

$$C(s)=(-1)^n\prod_{i=1}^{n}(s^2-p_i^2), \tag{18}$$

$$D(s)=(-1)^lb_l^2\prod_{i=1}^{l}(s^2-z_i^2)\quad 或\quad D(s)=b_0^2. \tag{19}$$

可见, $C(s)$ 和 $D(s)$ 的根分别为 $\pm p_i(i=1,2,\cdots,n)$ 和 $\pm z_i(i=1,2,\cdots,l)$.

记

$$\hat{C}(s)=(-1)^n(s^{2n}+\hat{c}_{n-1}s^{2(n-1)}+\cdots+\hat{c}_1s^2+\hat{c}_0), \tag{20}$$

$$\hat{D}(s)=(-1)^n(\hat{d}_ls^{2l}+\cdots+\hat{d}_1s^2+\hat{d}_0). \tag{21}$$

通过多项式 $\hat{C}(s)$ 和 $\hat{D}(s)$ 的求根运算，可以得 $\pm p_i$ 和 $\pm z_i$ 的估计值 $\pm\hat{p}_i$ 和 $\pm\hat{z}_i$. 因此，在 2^{n+l+1} 种可能的选择中，可以选取一组 $\hat{p}_i(i=1,2,\cdots,n)$、$\hat{z}_i(i=1,2,\cdots,l)$ 和 $\hat{b}_l$ 来构造一个没有时滞的有理分式函数.

$$\hat{G}_0(s)=\frac{\hat{b}_l\prod_{i=1}^{l}(s-\hat{z}_i)}{\prod_{i=1}^{n}(s-\hat{p}_i)} \quad 或 \quad \hat{G}_0(s)=\frac{\hat{b}_0}{\prod_{i=1}^{n}(s-\hat{p}_i)}. \tag{22}$$

其中，非负整数 l 满足 $\hat{d}_l\neq 0$，但 $\hat{d}_j=0(j>l)$.

$$\hat{b}_l=\pm\sqrt{|\hat{d}_l|}. \tag{23}$$

假定对象的相频特性 $\operatorname{Arg} G(j\omega_k)(k=1,2,\cdots,m)$ 已知，那末可以按下式来估计未知的滞后时间 τ:

$$\hat{\tau}(\omega_k)=[\operatorname{Arg}\hat{G}_0(j\omega_k)-\operatorname{Arg} G(j\omega_k)]/\omega_k,\ k=1,2,\cdots,m, \tag{24}$$

$$\hat{\tau}=\frac{1}{m}\sum_{k=1}^{m}\hat{\tau}(\omega_k). \tag{25}$$

从理论上讲，如果所挑选的一组参数是正确的，那末就有 $\hat{\tau}(\omega_k)=\hat{\tau}(k=1,2,\cdots m)$，但实际辨识时，由于有计算误差、模型误差以及噪声，$\hat{\tau}(\omega_k)(k=1,2,\cdots,m)$ 彼此之间不能严格相等. 因此，不妨取一个判断准则，例如是否满足 $J\triangleq\max\limits_k|\hat{\tau}(\omega_k)-\hat{\tau}|\leqslant\varepsilon$（$\varepsilon$ 为一个很小的正数)，来判断挑选的一组参数是否选得正确.

一般先挑选具有非正实部的 $\hat{p}_i$ 和具有负实部的 $\hat{z}_i$ 以及正的 $\hat{b}_l$ 来试算 $\hat{\tau}(\omega_k)$ 和 $\hat{\tau}$. 如果不行，再考虑其他的可能性.

现在不妨假定对象的传递函数 $G(s)$ 满足以下的条件:

$$\lim_{s\to 0}s^qG(s)=正的常数. \tag{26}$$

其中 q 为 $G(s)$ 中积分环节的个数. 因此，在选取 $\hat{p}_i,\hat{z}_i$ 和 $\hat{b}_l$ 时，首先应满足

$$\lim_{s\to 0}s^q\hat{G}_0(s)=正的常数. \tag{27}$$

关于参数估计的有解条件，以及关于在满足式(27)的选取 $\hat{G}_0(s)$ 求 $\hat{\tau}$ 的过程中，是否有多组解的问题，有如下的结果:

定理. 设对象传递函数 $G(s)$ 满足条件: $F(s)=D(s)/C(s)$ 是既约的，那末包括滞后时间 τ 在内的参数估计问题有唯一解的充要条件是(辨识涉及的)频率数目 $m\geqslant 2n$，其中 n 为对象的阶次(证明略).

另外，如果对象的阶次 n 未知，那末可以证明，当所取的模型阶次 $\bar{n}>n$ 时，(17)式中的 $2\bar{n}$ 阶方阵 X^TX 必为奇异阵. 根据这一点，对象的阶次也能加以辨识.

三、计 算 例 子

设对象传递函数 $G(s)=B(s)e^{-\tau s}/A(s)$ 中，$A(s)=(s+1)(s+2)=s^2+3s+2$，$B(s)=2(s+5)=2s+10$; $\tau=1.2$. 根据(5)式和(6)式，$C(s)=s^4-5s^2+4$,

$D(s) = -4s^2 + 100$. 辨识时,取 $\omega_1 = 0.5, \omega_2 = 3\omega_1$; $\omega_3 = 5\omega_1$, $\omega_4 = 7\omega_1$. 在对象输入端叠加基频为 ω_1 的适当幅度的方波,然后对输入和输出信号进行富氏分析,作为计算例子,对 $G(j\omega_k)$ 进行通常的复数运算,得到 $|G(j\omega_k)|$ 和 $\mathrm{Arg}(j\omega_k)$ 的数据如下表:

表 1 对象的幅频和相频特性数据

k	1	2	3	4
ω_k	0.5	1.5	2.5	3.5
$\|G(j\omega_k)\|$	4.3602482390	2.3164960277	1.2969524997	0.83187584203
$\mathrm{Arg}\, G(j\omega_k)$	−1.2089576196	−3.1348380380	−4.6226977257	−5.9334209168

将上述数据代入(12)式、(13)式和(15)式中,可以算出 X 和 $\boldsymbol{y}$,再算出 X^TX 和 $X^T\boldsymbol{y}$,

$$X^TX = \begin{bmatrix} 393.55110502 & -178.70212327 & -26.752021755 & 35.817036848 \\ -178.70212327 & 350.75528640 & 35.817036848 & -197.90672874 \\ -26.752021755 & 35.817036848 & 4.0000000000 & -21.000000000 \\ 35.817036848 & -197.90672874 & -21.000000000 & 194.25000000 \end{bmatrix},$$

$$X^T\boldsymbol{y} = (-350.75528640\ \ 1904.7456746\ \ 197.90672874\ \ -1744.1982089)^T.$$

用高斯消去法解方程组(17)式,可求得 $\hat{\boldsymbol{\theta}}$ 如下:

$$\hat{\boldsymbol{\theta}} = (\hat{c}_0, \hat{c}_1, \hat{d}_0, \hat{d}_1)^T = (3.9999999951\ -4.9999999916\ \ 99.999999864\ -4.0000000053)^T.$$

通过分别对 $\hat{C}(s) = s^4 + \hat{c}_1 s^2 + \hat{c}_0$ 和 $\hat{D}(s) = \hat{d}_1 s^2 + \hat{d}_0$ 进行求根运算可得 $\hat{p}_1 = \pm 1.0000000006$; $\hat{p}_2 = \pm 1.9999999975$; $\hat{z}_1 = \pm -4.999999993$. 同时,由(23)式算出 $\hat{b}_l = \pm 2.0000000007$. 选取具有负实部的 $\hat{p}_1$, $\hat{p}_2$ 和 $\hat{z}_1$, 此时满足(27)式的 $\hat{b}_l$ 应为正. 由(22)式, $\hat{G}_0(s) = \hat{b}_l(s - \hat{z}_1)/((s - \hat{p}_1)(s - \hat{p}_2))$. 利用(24)式和(25)式, 可以算出 $\hat{\tau}(\omega_1) = 1.2000000001$, $\hat{\tau}(\omega_2) = 1.2000000000$, $\hat{\tau}(\omega_3) = 1.2000000001$, $\hat{\tau}(\omega_4) = 1.20000000000$, 选取 $\hat{\tau} = 1.2000000001$, 最后得到 $\hat{G}(s) = \dfrac{\hat{b}_l(s - \hat{z}_1)}{(s - \hat{p}_1)(s - \hat{p}_2)} e^{-\hat{\tau}s}$.

参 考 文 献

[1] Unbehauen, H. and Rao, G. P., Continuous-time Approaches to System Identification, *Preprints of the 8th IFAC/IFORS System on Identification and System Parameter Estimation*, 1(1988), 60—68.

[2] Xiao Ning, Luo Ning-Su and Feng Chun-Bo., A Universal Design Method for PID Self-Tuning Regulator, Preprints of the 8th IFAC/IFORS Symposium on Identification and System Parameter Estimation, 1(1988), 420—424.

THE IDENTIFICATION OF CONTINUOUS-TIME LINEAR SYSTEMS WITH UNKNOWN TIME DELAYS

Tao Yonglin Ni Zupeng Zhang Wenbin

(Shanghai Second Polytechnic University)

Abstract

A frequency-domain method for the idertification of continuous-time processes with unknown time delays is presented.

Key words: Identification of continuous-time linear system; unknown time delay; frequency-domain method.