第17卷 第5期
1991年9月

自动化学报
ACTA AUTOMATICA SINICA

Vol. 17, No. 5
Sept., 1991

一种离散线性多变量系统结构辨识新方法

龙茂林　　刘永清
(华南理工大学自动化系，广州)

张启人
(中国社会科学院研究生院，北京)

摘　　要

本文提出了一种新的具有递推性的结构辨识方法。该方法使用系统正常运行的测量数据，在载噪且噪声统计特性未知及数据较少时，可以准确地确定系统的结构不变量，同时得到系统参数的最小二乘估计值. 数值实例中的仿真计算表明该方法是可靠的.

关键词： 结构辨识，典范形，不变量.

一、引　　言

对于线性多变量系统结构辨识的问题，已有多种方法[1-4,6-14]。但现有方法均须人为地选择一个检验量 ε，而 ε 的取值往往要凭人们的经验。由于这些方法都要用到噪声的统计特性，故所需数据长度很大，同时对输入输出信号也有各种限制. 本文提出了一种新的具有递推性的结构辨识方法，可以准确地确定系统的结构不变量，同时得到系统参数的最小二乘估计值.

二、新的结构辨识算法

考虑系统

$$\begin{cases} \boldsymbol{x}(k+1) = A\boldsymbol{x}(k) + B\boldsymbol{u}(k), \\ \boldsymbol{y}(k) = C\boldsymbol{x}(k), \end{cases} \tag{1}$$

这里 $\boldsymbol{x}(\cdot)\in R^n, \boldsymbol{u}(\cdot)\in R^r, \boldsymbol{y}(\cdot)\in R^m$，$A,B,C$ 为相容阶数的矩阵.

假定系统(1)完全可控可观，且具有如下典范形式：

$$A = [A_{ij}],$$

$$A_{ii} = \begin{bmatrix} 0 & & \\ \vdots & I_{\nu_i-1} & \\ 0 & & \\ a_{ii,1} & \cdots & a_{ii,\nu_i} \end{bmatrix}_{\nu_i\times\nu_i},$$

本文于1989年4月10日收到.

$$A_{ij}=\begin{bmatrix}0 & \cdots\cdots\cdots\cdots & 0\\ \vdots & & \\ 0 & \cdots\cdots\cdots\cdots & 0\\ a_{ij,1}\cdots a_{ij,\nu_{ij}} & 0\cdots & 0\end{bmatrix}_{\nu_i\times\nu_j},$$

$$C=\begin{bmatrix}1 & 0\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots & 0\\ 0 & \cdots 0\ 1\ 0\cdots\cdots\cdots\cdots & 0\\ \vdots & & \\ 0 & \cdots\cdots\cdots 0\ 1\ 0\cdots & 0\end{bmatrix}_{m\times n},$$

第 1 列　第(ν_1+1)列　第$(\nu_1+\cdots+\nu_{m-1}+1)$列

其中 $\nu_1,\nu_2,\cdots,\nu_m$ 为完全描述系统结构的结构不变量，且 $\sum\limits_{i=1}^{m}\nu_i=n$，$\nu_{ij}$ 由下式确定：

$$\begin{cases}\nu_{ij}=\nu_i\ (i=j),\\ \nu_{ij}=\min(\nu_i+1,\nu_j),\ (i>j),\\ \nu_{ij}=\min(\nu_i,\nu_j),\qquad (i<j).\end{cases}\tag{2}$$

结构辨识的目的，就是要根据系统(1)正常运行时的输入输出测量数据，确定所有的结构不变量 $\nu_1,\nu_2,\cdots,\nu_m$.

由文献[9,10]中的推导，可得系统(1)的等价输入输出模型 $(i=1,2,\cdots,m)$：

$$y_i(t+\nu_i)=\sum_{j=1}^{m}\sum_{k=1}^{\nu_{ij}}\alpha_{ijk}y_j(t+k-1)+\sum_{j=1}^{r}\sum_{k=1}^{\nu_i}\beta_{ijk}u_j(t+k-1).\tag{3}$$

令 $\boldsymbol{y}^i(t+k)=[y_i(t+k)\ \ y_i(t+k+1)\cdots y_i(t+k+L-1)]^T$,

$\boldsymbol{u}^i(t+k)=[u_i(t+k)\ \ u_i(t+k+1)\cdots u_i(t+k+L-1)]^T$,

这里 $L>\sum\limits_{j=1}^{m}\nu_{Mj}+r\nu_M+1$，$\nu_M=\max\limits_i(\nu_i)$，$\nu_{Mj}$ 为对应于 ν_M 的 $\nu_{ij}(i=M)$. 则根据式(3)可得

$$\boldsymbol{y}^i(t+\nu_i)=\sum_{j=1}^{m}\sum_{k=1}^{\nu_{ij}}\alpha_{ijk}\,\boldsymbol{y}^j(t+k-1)+\sum_{j=1}^{r}\sum_{k=1}^{\nu_i}B_{ijk}\boldsymbol{u}^j(t+k-1).\tag{4}$$

当向量组 $\boldsymbol{u}^1(t),\cdots,\boldsymbol{u}^1(t+\nu_M-1)$，$\boldsymbol{u}^2(t),\cdots$，$\boldsymbol{u}^r(t+\nu_M-1)$ 线性独立（这一约束将随 L 的增大而变弱）时，就可根据式(4)直接由载噪数据确定系统所有的结构不变量. 其过程如下：

先设 $\nu_1=\nu_2=\cdots=\nu_m=1$，这时由式(2)可知：$\nu_{ij}=1$. 根据式(4)，对 $i=1,2,\cdots,m$，用最小二乘法计算参数估计值 $\hat{\alpha}_{ijk}$ 和 $\hat{\beta}_{ijk}$，然后计算残差

$$\Delta_i=\left\|\boldsymbol{y}^i(t+1)-\sum_{j=1}^{m}\sum_{k=1}^{1}\hat{\alpha}_{ijk}\boldsymbol{y}^j(t+k-1)-\sum_{j=1}^{r}\sum_{k=1}^{1}\hat{\beta}_{ijk}\boldsymbol{u}^j(t+k-1)\right\|^2.$$

这里$\|\cdot\|$为欧氏范数. 若此时假设的结构不变量全部正确，在静噪时则有 $\Delta_i=0(i=1,2,\cdots,m)$. 否则，按下面的顺序修正 ν_i，其中若对应于 ν_i 有 $\Delta_i=0$，则在修正过程中这些 ν_i 保持不变：

$\nu_1=1,\ \nu_2=1,\cdots,\ \nu_m=1;\ \nu_1=2,\ \nu_2=1,\cdots,\ \nu_m=1;\ \nu_1=2,\ \nu_2=2,\nu_3=1,\cdots,\nu_m=1;\cdots,$

$\nu_1=2,\ \nu_2=2,\cdots,\ \nu_m=2;\ \nu_1=3,\ \nu_2=2,\cdots,\ \nu_m=2;\ \nu_1=3,\nu_2=3,\ \nu_3=2,\cdots,\nu_m=2;\cdots.$

在修正过程中，每改变一个 ν_i，就对所有的 $\Delta_j(j=1,2,\cdots,m)$ 重新进行计算（若 $\Delta_{i'}$ 在此之前已等于零，则这里就不再计算），一旦 $\Delta_{i'}=0$，即 $\nu_{i'}$ 已被确定，则在紧接着修正其余 $\nu_i(i=1,2,\cdots,m,i\neq i')$ 时，$\nu_{i'}$ 保持不变。这样进行下去，直到所有结构不变量都被确定。可以证明，在这一过程中，Δ_i 是单调减少的（证明略）。

但是，上述结构辨识是在静噪时进行的。当输入输出数据有噪声污染时，Δ_i 是不会等于零的，但可以得出这样的结论：只有当 ν_i 及 ν_{ij} 取其真值时，Δ_i 才锐减到最小。这是因为，按照上述的修正ν_i 的顺序，当 ν_i 的取值小于其真值时，由式(4)可知，将此时的 ν_i 及 ν_{ij} 代入式(4)所构成的式子中，式子左边的向量并不是右边向量组的线性组合。这样，按此式用最小二乘法估计的参数只是将式子右边的向量组组合为左边向量的最佳逼近，显然造成的残差要比 ν_i 及 ν_{ij} 取其真值时的残差大得多，因为 ν_i 及 ν_{ij} 取其真值时的残差仅由噪声引起。因此，当 Δ_i 锐减到一个很小的（相对于 ν_i 不正确时的 Δ_i 值）正数时，就可以认为此时的 ν_i 为其真值。为了便于判断，可以在 ν_i 达到其真值（即 Δ_i 锐减到很小的值）时，再让 ν_i 按前述修正顺序增 1，在这种情况下重新计算 Δ_i，由于此时在根据式(4)构造的式子中，左边向量不是右边向量组的线性组合，故 Δ_i 的值必将很大。据此即可准确地判断 ν_i 是否为其真值。

在上述的结构辨识过程中，为了避免重复的计算及高阶矩阵的求逆，在 ν_i 的修正过程中，采用增多参数个数的递推最小二乘法，这里给出一种推导过程。

对于最小二乘估计问题

$$\boldsymbol{y}=X\boldsymbol{\theta}, \tag{5}$$

其中

$$X=\left[\begin{array}{c:c} x_1^{(1)}\cdots x_p^{(1)} & x_{p+1}^{(1)}\cdots x_q^{(1)} \\ \vdots & \\ x_1^{(m)}\cdots x_p^{(m)} & x_{p+1}^{(m)}\cdots x_q^{(m)} \end{array}\right]=[X_1 \,\vdots\, X_2],$$

$$\boldsymbol{\theta}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{\theta}_I\\ \hdashline \boldsymbol{\theta}_{II}\end{bmatrix},\ (q>p).$$

要在已求得 $\hat{\hat{\theta}}_I=(X_1^TX_1)^{-1}X_1^T\boldsymbol{y}$ 的基础上，用尽可能少的计算量估计 $\boldsymbol{\theta}$。由式(5)可得

$$\left[\begin{array}{c:c} X_1^TX_1 & X_1^TX_2 \\ \hdashline X_2^TX_1 & X_2^TX_2 \end{array}\right]\begin{bmatrix}\boldsymbol{\theta}_I\\ \hdashline \boldsymbol{\theta}_{II}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}X_1^T\boldsymbol{y}\\ X_2^T\boldsymbol{y}\end{bmatrix},$$

故有

$$X_1^TX_1\boldsymbol{\theta}_I+X_1^TX_2\boldsymbol{\theta}_{II}=X_1^T\boldsymbol{y},$$

$$X_2^TX_1\boldsymbol{\theta}_I+X_2^TX_2\boldsymbol{\theta}_{II}=X_2^T\boldsymbol{y}.$$

由此解出 $\boldsymbol{\theta}_I$ 和 $\boldsymbol{\theta}_{II}$，即得其最小二乘估计值：

$$\begin{cases}\hat{\boldsymbol{\theta}}_I=\hat{\hat{\boldsymbol{\theta}}}_I - MX_2^T(\boldsymbol{y} - X_1\hat{\hat{\boldsymbol{\theta}}}_I),\\ \hat{\boldsymbol{\theta}}_{II} = NX_2^T(\boldsymbol{y} - X_1\hat{\hat{\boldsymbol{\theta}}}_I),\end{cases} \tag{6}$$

其中 $M=(X_1^TX_1)^{-1}X_1^TX_2N$, $N=[X_2^TX_2-X_2^TX_1(X_1^TX_1)^{-1}X_1^TX_2]^{-1}$. 可见当参数个数由 p 增加到 q 时，在 N 矩阵中涉及的求逆矩阵的阶数为 $(q-p)$. 当参数个数再由 q 增加到 ρ 时，需计算矩阵 M 和 N 中所含的矩阵 $(X^TX)^{-1}X^T$，这包含一个 q 阶矩阵的求逆，不过，可以避免重新计算，而从前一步的计算结果得到. 把 $\hat{\hat{\boldsymbol{\theta}}}_I$ 代入式(6)可得

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}_I=(X_1^TX_1)^{-1}X_1^T\boldsymbol{y}-MX_2^T[\boldsymbol{y}-X_1(X_1^TX_1)^{-1}X_1^T\boldsymbol{y}],$$

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}_{II}=NX_2^T[\boldsymbol{y}-X_1(X_1^TX_1)^{-1}X_1^T\boldsymbol{y}].$$

将上面两式写成一个紧凑的形式

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}=\begin{bmatrix}\hat{\boldsymbol{\theta}}_I\\ \hline \hat{\boldsymbol{\theta}}_{II}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}(X_1^TX_1)^{-1}X_1^T-MX_2^T[I-X_1(X_1^TX_1)^{-1}X_1^T]\\ \hline NX_2^T[I-X_1(X_1^TX_1)^{-1}X_1^T]\end{bmatrix}\cdot\boldsymbol{y}.$$

由此可知

$$(X^TX)^{-1}X^T=\begin{bmatrix}(X_1^TX_1)^{-1}X_1^T-MX_2^T[I-X_1(X_1^TX_1)^{-1}X_1^T]\\ \hline NX_2^T[I-X_1(X_1^TX_1)^{-1}X_1^T]\end{bmatrix}.$$

这样，就形成了一个在 ν_i 的修正过程中具有递推性的完整算法. 在整个辨识过程中，每一次修正前的计算结果都在修正后的计算中得到应用，从而大大减少了计算量，也避免了高阶矩阵的求逆，所需求逆的矩阵的最大阶数为 $(m+r)$.

三、数 值 实 例

下面通过数值实例的仿真计算来验证本文所提方法的可靠性. 考虑具有两个输入两个输出的四阶系统：

$$\boldsymbol{x}(k+1)=\begin{bmatrix}0 & 1 & 0 & 0\\ -0.34 & -0.56 & 0.4 & 0.6\\ 0 & 0 & 0 & 1\\ -0.13 & 0.87 & -0.45 & 1.21\end{bmatrix}\boldsymbol{x}(k)+\begin{bmatrix}0.73 & 1.49\\ 2.1 & 0.82\\ 0.28 & 0.41\\ 1.31 & 0.29\end{bmatrix}\boldsymbol{u}(k).$$

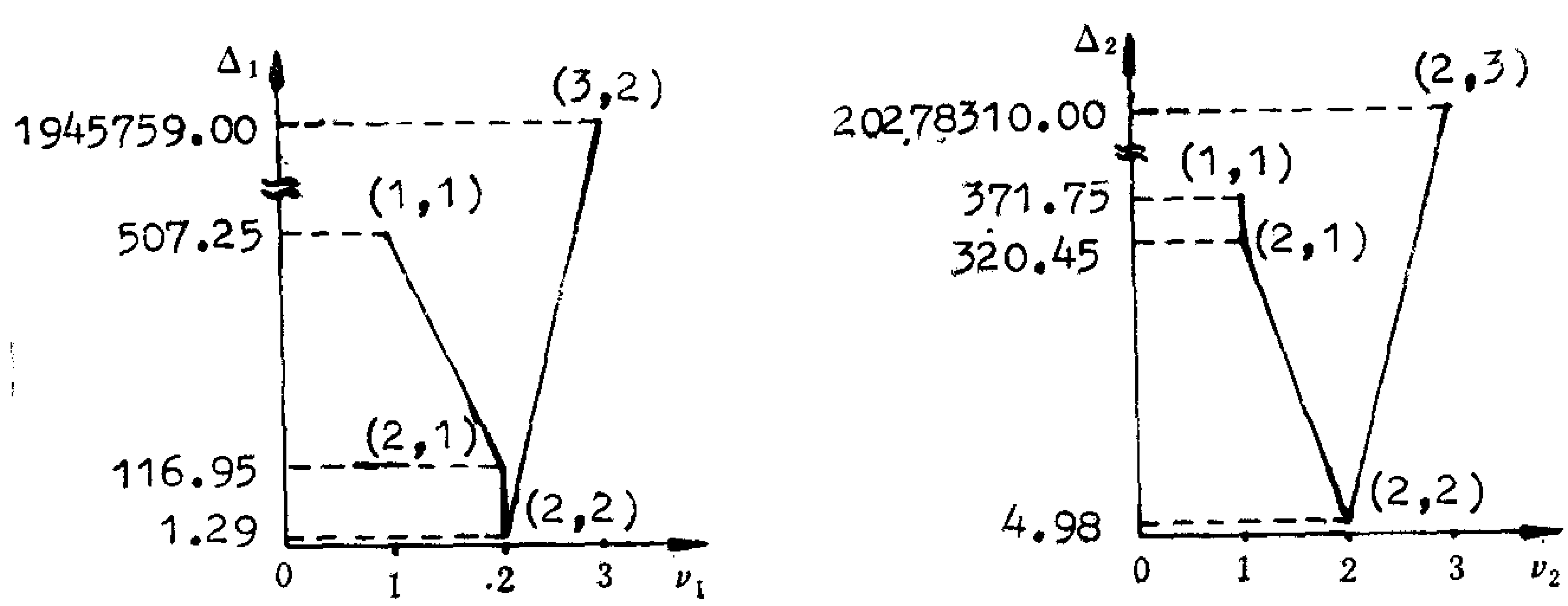

图 1 $\sigma=0.05646$

$$y(k)=\begin{bmatrix}1 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1 & 0\end{bmatrix}x(k).$$

从状态方程的结构可知，系统的两个结构不变量分别为 $\nu_1=2$，$\nu_2=2$.

在给定一组输入序列后，按以上方程计算出相应的输出序列，然后在输入输出序列上加伪随机二位式序列噪声，在噪声标准差分别为 $\sigma=0.05646$，1.0 及 $L=20$ 时，对系统进行结构测辨，结果如图 1 及图 2 所示.

图 1 及图 2 明显地给出了结构辨识的结果：$\nu_1=2$，$\nu_2=2$. 这与系统的真实结构是一致的.

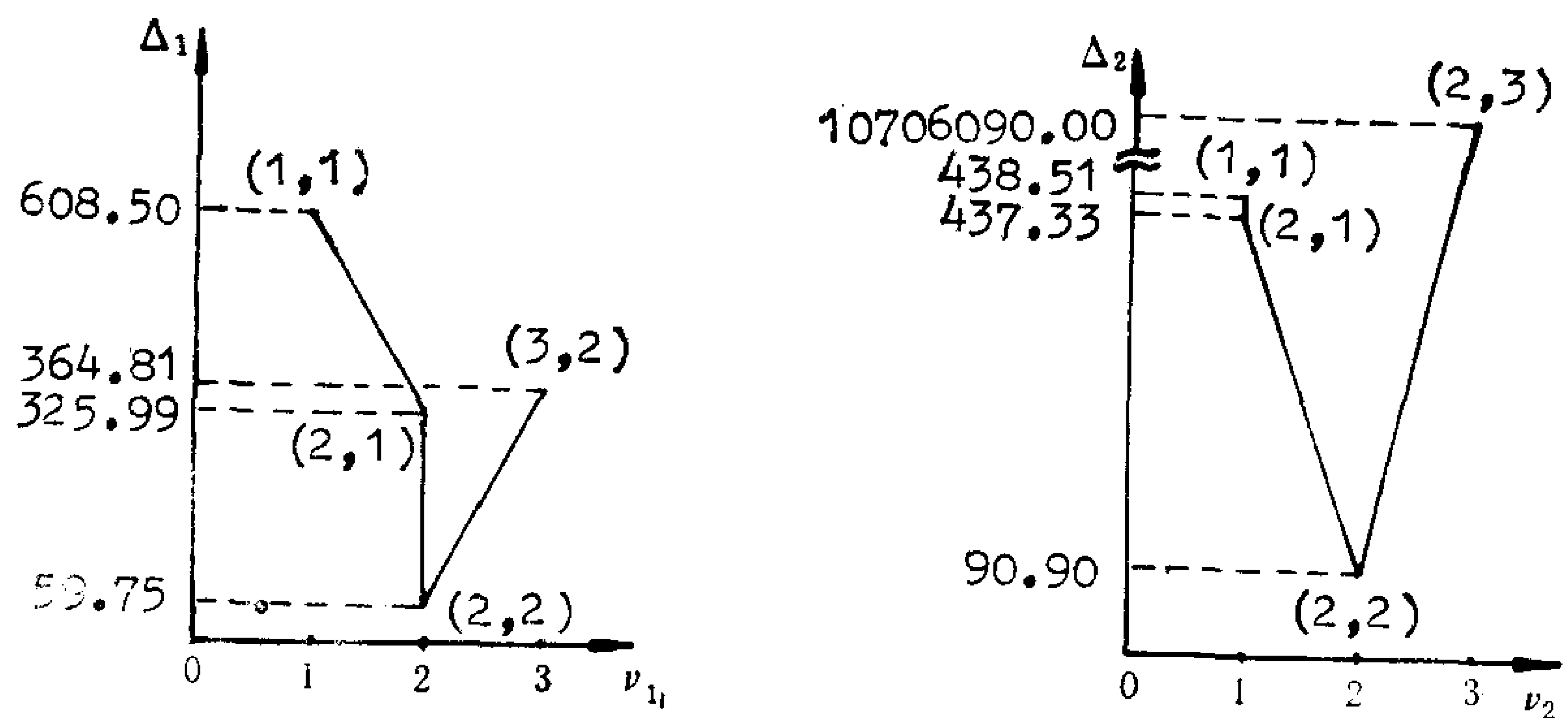

图 2　$\sigma=1.0$

四、结　束　语

本文提出的新的结构辨识算法在输入输出数据长度有限且噪声统计特性未知的条件下，能准确地辨识离散线性多变量系统的结构，几乎可以完全排除人的因素. 当结构不变量的假定值逐渐趋于其真值时，对应的残差是单调减少的，而一旦不变量的假定值在给定的修正顺序(这一顺序是很重要的) 下比其真值大 1 时，对应的残差会陡然增大，从而为判断假定的结构不变量是否为其真值提供了可靠的依据.

参　考　文　献

[1] 张启人，大系统模型降阶理论，信息与控制，**9**(1980)，4，2—25.

[2] 王秀峰、卢桂章，多变量线性系统的递推辨识算法，自动化学报，**7**(1981)，4，274—282.

[3] 杨卫东、舒迪前、刘宏才，多变量系统的结构辨识及其在电加热炉上的应用，信息与控制，**12**(1983)，3，1—9.

[4] 张钟俊、吴修敬等，线性多变量系统辨识的一种新算法，控制与决策，(1987)，4，6—13.

[5] 南京大学数学系计算数学专业编，最优化方法，科学出版社，1978年.

[6] 田嶋耕治，多変数線形システム同定におけるモデル構造决定法，计测自動制御学会論文集，**15**(1979)，5，628—633.

[7] El-sherief, H., Multivariable System Structure and Parameter Identification Using the Correlation Method, Automatica, 17(1981), 3, 541—544.

[8] El-sherief, H. and Sinha, N. K., Online Identification of Linear Discrete-time Multivariable System, *Proc. IEE*, **126**(1979), 12, 1321—1325.

[9] Guidorzi, R., Canonical Structures in the Identification of Multivariable Linear Systems, *Automatica*, **11** (1975), 4, 361—374.

[10] Guidorzi, R. P., Invariants and Canonical Forms of Systems Structural and Parametric Identification, *Automatica*, **17**(1981), 1, 117—133.
[11] Liu, R. and Suen, L. C., Minimal Dimension Realization and Identifiability of Input-output Sequences *IEEE Trans.*, **AC-22**, (1977), 2, 227—232.
[12] Niederlinski, A. and Hajdasinski, A., Multivariable System Identification——A Survey, Proc. 5th IFAC Symp. on Identification and Parameter Estimation (1979), 43—76.
[13] Suen, L. C. and Liu, R., Determination of the Structure of Multivariable Stochastic Linear Systems, *IEEE Trans.*, **AC-23**(1978), 3, 458—464.
[14] Tse, E. and Weinert, H. L., Structure Determination and Parameter Identification for Multivariable Stoohastic Linear Systems, *IEEE Trans.*, **AC-20**(1975), 5, 603—613.

A NEW METHOD FOR THE STRUCTURAL IDENTIFICATION OF DISCRETE LINEAR MULTIVARIABLE SYSTEMS

LONG MAOLIN LIU YONGQING
(Dept. of Automation, South China University of Tech., Guangzhou)

ZHANG QIREN
(Graduate School, Chinese Academy of Social Sciences, Beijing)

ABSTRACT

In this paper, a new recursive structural identification method for the discrete linear multivariable systems is proposed. By using the data of the systems in the normal operation along with some unknown statistic properties, this method can exactly determine the structural invariants of the systems. The data required is much less than those in [1—4, 6—14]. At the same time, the least square estimates of the system parameters are also obtained. The results of the simulation example show that this method is reliable.

Key words: Structural identification; canonical form; invariant.