第17卷 第5期 自 动 化 学 报 Vol. 17, No. 5
1991 年 9 月 ACTA AUTOMATICA SINICA Sept., 1991

# 带前馈广义分散控制系统的固定模

刘 万 泉
(曲阜师范大学自动化所)

**关键词:** 广义系统,分散系统,固定模.

## 一、前 言

广义分散控制系统的研究正在逐渐引起人们的重视，尤其是其固定模的研究已取得了一些成果[1-3]. 如正常的分散系统一样,有时系统含有前馈. 文献 [4] 研究了带前馈的正常分散控制系统的性质. 本文研究的具有前馈广义分散控制系统的性质，主要包括有穷固定模与无穷固定模的定义及判别条件.

考虑系统

$$\begin{aligned} E\dot{x} &= Ax + \sum_{j=1}^{N} B_j u_j, \\ y_i &= C_i x + \sum_{j=1}^{N} D_{ij} u_j, \end{aligned} \tag{1.1}$$

其中 $x \in \mathbb{R}^n$ 为系统的状态, $u_j$ 是第 $j$ 个控制站的输入矢量, $y_j$ 是第 $j$ 个控制站的量测输出矢量. $A \in \mathbb{R}^{n\times n}$、$E \in \mathbb{R}^{n\times n}$、$B_j \in \mathbb{R}^{n\times r_j}$、$C_j \in \mathbb{R}^{m_j\times n}$、$D_{ij} \in \mathbb{R}^{m_j\times r_j}$, $i,j = 1,2,\cdots,N$. 除此以外还要求 $|sE - A| \not\equiv 0$, 记 $r = \sum_{j=1}^{N} r_j$, $m = \sum_{j=1}^{N} m_j$, $B = [B_1, B_2, \cdots, B_N]$,

$$C = [C_1^T, C_2^T, \cdots, C_N^T]^T,\ D = \begin{bmatrix} D_{11}, & D_{12}, & \cdots & D_{1N} \\ D_{21}, & D_{22}, & \cdots & D_{2N} \\ \vdots & & & \\ D_{N1} & D_{N2} & \cdots & D_{NN} \end{bmatrix}. \tag{1.2}$$

## 二、有穷固定模

对于系统(1.1)实施下列输出反馈 $u_j = F_j y_j$ $j = 1,2,\cdots N$, 若 $(I\text{-}FD)$ 可逆,其中 $F = \mathrm{blockdiag}(F_1, F_2, \cdots F_N)D$ 如(1.2)式所示,则闭环系统为

$$E\dot{x} = (A + B(I\text{-}FD)^{-1}FC)x. \tag{2.1}$$

**定义 2.1.** $\mathbb{F} = \{F = \mathrm{blockdiag}(F_1, F_2, \cdots F_N) | F_j \in \mathbb{R}^{r_j\times m_j}\}$, $\mathbb{F}_1 = \{F \in \mathbb{F} | (I\text{-}FD)$

本文于 1990 年 4 月 16 日收到.

可逆}, $\mathbb{F}_2=\{F\in\mathbb{F}_1\,|\,|sE-A-B(I-FD)^{-1}FC|\not\equiv 0\}$.

**定义 2.2.** 称

$$\varphi(\lambda)=\underset{F\in F_2}{\mathrm{g.c.d}}|\lambda E-A-B(I-FD)^{-1}FC| \tag{2.2}$$

为系统(1.1)的固定多项式. 其中 g.c.d 表最大公因子.

**定义 2.3.**
$$\Omega(\lambda)=\{\lambda\,|\,\varphi(\lambda)=0\} \tag{2.3}$$

称为系统(1.1)的有穷固定模.

对于 $\boldsymbol{N}=\{1,2,\cdots N\}$ 的一个分划 $\boldsymbol{p}=\{i_1,i_2,\cdots i_p\}$ 与 $\boldsymbol{N}-\boldsymbol{p}=\{j_1,j_2,\cdots j_{N-p}\}$, 记 $B_{\boldsymbol{p}}=[B_{i_1},B_{i_2},\cdots B_{i_p}]$, $C_{\boldsymbol{N-p}}=[C_{j_1}^T,C_{j_2}^T\cdots C_{j_{N-p}}^T]^T$,

$$D_{\boldsymbol{p},\boldsymbol{N-p}}=\begin{bmatrix} D_{i_1j_1},\cdots D_{i_pj_1} \\ \vdots \\ D_{i_1j_{N-p}}\cdots D_{i_pj_{N-p}}\end{bmatrix}. \tag{2.4}$$

**定理 2.1.** $\lambda_0\in\Omega(\lambda)$ 的充要条件为,存在 $\boldsymbol{N}=\{1,2,\cdots,N\}$ 的一个分划 $\boldsymbol{p}=\{i_1,i_2,\cdots i_p\}$ 与 $\boldsymbol{N}-\boldsymbol{p}=\{j_1,j_2,\cdots j_{N-p}\}$, 使得下列不等式成立:

$$\mathrm{rank}\begin{bmatrix}\lambda_0E-A & B_{\boldsymbol{p}} \\ C_{\boldsymbol{N-p}} & D_{\boldsymbol{p},\boldsymbol{N-p}}\end{bmatrix}<n. \tag{2.5}$$

**推论 1.** 当 $D_{ii}=0$ 时, 系统(1.1)有穷固定模的集合与 $D_{ii}\neq 0$ 时系统的有穷固定模的集合相同.

**推论 2.** 当 $D_{ij}=0$ 时, $i,j=1,2,\cdots,N$, 系统就是一般的广义分散控制系统,此时(2.5)式就为一般广义分散控制系统有穷固定模的判别条件.

## 三、无穷远固定模与脉冲可控性

**定义 3.1.** 如果对于任意的输出反馈 $u_i=F_iy_i$ $j=1,2,\cdots,N$, $F=\mathrm{blockdiag}(F_1,F_2,\cdots F_N)\in\mathbb{F}_2$, 都有 $\mathrm{degdet}[\lambda E-A-B(I-FD)^{-1}FC]<\mathrm{rank}E$, 则称系统(1.1)具有无穷远固定模.

系统(1.1)等价于下列系统

$$\begin{cases}\dot{x}_1=A_{11}x_1+A_{12}x_2+\sum\limits_{j=1}^{N}B_j^1u_j, \\ 0=A_{21}x_1+A_{22}x_2+\sum\limits_{j=1}^{N}B_j^2u_j, \\ y_j=(C_j^1\ C_j^2)\begin{pmatrix}x_1\\x_2\end{pmatrix}+\sum\limits_{i=1}^{N}D_{ji}u_i,\end{cases} \tag{3.1}$$

其中 $PEQ=\begin{pmatrix}I&0\\0&0\end{pmatrix}$, $PAQ=\begin{pmatrix}A_{11}&A_{12}\\A_{21}&A_{22}\end{pmatrix}$, $C_jQ=(C_j^1,C_j^2)$, $PB=\begin{pmatrix}B_j^1\\B_j^2\end{pmatrix}$, $Q^{-1}x=\begin{pmatrix}x_1\\x_2\end{pmatrix}$, $P$ 与 $Q$ 为可逆矩阵.

**定义 3.2.** 如果存在输出反馈 $u_j=F_jy_j$, $j\neq i,j=1,2,\cdots N$, 使得闭环系统对第 $i$ 个控制站是脉冲可控的,则称系统(1.1)对第 $i$ 个控制站是脉冲可控的.

**定理 3.1.** 系统(1.1)没有无穷远固定模的充要条件为,0 不是低阶系统

$$\begin{cases} \dot{\bar{x}} = A_{22}\bar{x} + \sum_{j=1}^{N} B_j^2 u_j \\ \bar{y}_i = C_i^2 \bar{x} + \sum_{i=1}^{N} D_{ij} u_i \end{cases} \tag{3.2}$$

的有穷固定模. 即对于 $\boldsymbol{N}$ 的任何一个分划 $\boldsymbol{p} = \{i_1, i_2, \cdots, i_p\}$ 与 $\boldsymbol{N} - \boldsymbol{p} = \{j_1, j_2, \cdots, j_{N-p}\}$ 都有

$$\operatorname{rank}\begin{pmatrix} A_{22} & B_p^2 \\ C_{N-p}^2 & D_{p,N-p} \end{pmatrix} \geqslant n - \operatorname{rank}E. \tag{3.3}$$

**定理 3.2.** 系统(1.1)对第 $i$ 个控制站是脉冲可控的充要条件为，对于 $\boldsymbol{N} - \boldsymbol{i} = \{1, 2, \cdots, i-1, i+1, \cdots N\}$ 的任何一个分划 $\boldsymbol{p} = \{i_1, i_2, \cdots, i_p\}$ 与 $\boldsymbol{N} - \boldsymbol{i} - \boldsymbol{p} = \{j_1, \cdots j_{N-i-p}\}$ 都有下式成立:

$$\operatorname{rank}\begin{pmatrix} A_{22} & B_p^2 & B_i^2 \\ C_{N-i-p}^2 & D_{p,N-i-p} & D_{i,N-i-p} \end{pmatrix} \geqslant n - \operatorname{rank}E.$$

**定理 3.3.** 系统(1.1)对于第 $i$ 个控制站是脉冲可观的充要条件为,对于 $\boldsymbol{N} - \boldsymbol{i}$ 的任何一个分划 $\boldsymbol{p} = \{i_1, i_2, \cdots i_p\}$ 与 $\boldsymbol{N} - \boldsymbol{i} - \boldsymbol{p}$，都有下式成立:

$$\operatorname{rank}\begin{pmatrix} A_{22} & B_p^2 \\ C_{N-i-p}^2 & D_{p,N-i-p} \\ C_i^2 & D_{p,i} \end{pmatrix} \geqslant n - \operatorname{rank}E.$$

**定理 3.4.** 系统 (1.1)没有无穷远固定模的充要条件是对于任一控制站 $i$，系统既是脉冲可控的,又是脉冲可观的.

## 四、结 束 语

本文讨论了具有前馈的广义分散控制系统的有穷固定模与无穷远固定模，并给出了相应的判别条件,这样就完善了广义分散控制系统的固定模理论.

作者十分感谢中国科学院系统科学所王恩平先生的指导.

## 参 考 文 献

[1] 王朝珠、王恩平,广义分散控制系统的无穷远固定模,系统科学与数学,8(1988). 142—150.
[2] 储德林,关于广义分散控制系统无穷远固定模的进一步研究,系统科学与数学,3(1989),202—205.
[3] 王恩平、刘万泉,广义分散控制系统的有穷固定模,自动化学报,4(1990),358—362.
[4] Yan, W.Y.& Bitmead, R.R., Decentralized Control of Multi-Channel Systems with Direct Control Feedthrough, *Int, J. Control*, 6(1989), 2057—2075.

# ON THE FIXED MODES OF THE SINGULAR DECENTRALIZED SYSTEMS WITH FEEDFORWARD CONTROL

LIU WANQUAN
(*Qufu Normal Univ.*)

**Key words:** Singular systems; decentralized control systems; fixed modes.

## 离散事件系统理论及应用国际研讨会在沈召开

由国际自控联 (IFAC) 控制数学、制造技术专业委员会及中国国家自然科学基金委员会联合发起,由中国自动化学会与东北工学院科协联合承办的“离散事件系统理论及在制造系统与社会环境中的应用学术研讨会”于 1991 年 6 月 25 日至 27 日在沈阳东北工学院召开. 美国、苏联、日本、中国以及台湾省的 70 余名专家, 包括一些著名学者出席了会议. 大会由该会国家组织委员会主席徐心和教授主持, 国际程序委员会主席张嗣瀛教授致开幕词,东北工学院王启义副院长在会上讲了话.

会议就极大代数理论及方法、离散事件系统建模、排队理论和扰动分析、帕特 (Peter) 网络及网络方法、决策与专家系统、生产规划与控制、系统仿真与系统分析等方面的问题进行了深入研讨, 发表了“用拉格朗日松弛法研究制造系统的调度”、“离散事件星序列的求和与求积”、“离散事件系统的时间结构能控能观性”等 69 篇论文,展示了离散事件动态系统学术领域的最新研究成果. 国家高技术研究开发计划自动化领域专家委员会首席科学家、沈阳自动化所所长蒋新松研究员作了国家高技术课题 CIMS 专题学术报告.

大会会务组 任彦斌