第17卷 第5期　自 动 化 学 报　Vol. 17, No. 5
1991年9月　ACTA AUTOMATICA SINICA　Sept., 1991

多变量解耦极点配置组合自校正前馈控制器

邓自立　黄先日
（黑龙江大学应用数学研究所，哈尔滨）

摘　　要

本文提出了一种新的多变量解耦极点配置自校正前馈控制器，它具有使伺服跟踪性能和随机调节性能两者均优的组合自校正特性．仿真例子说明了其有效性．

关键词： 多变量系统，前馈，解耦，极点配置，组合自校正控制器．

一、引　　言

一些多变量极点配置方案[2,3,6]的缺点是所选择的极点配置多项式不仅影响伺服跟踪性能，而且还影响随机调节性能，往往顾此失彼，不能使这两种性能均优．本文应用组合自校正原理[4,8]实现了使两种性能均优的分离设计方案．

二、多变量组合自校正控制器设计方案

考虑多输入多输出系统（MIMO）

$$A(q^{-1})\boldsymbol{y}(t)=K(q^{-1})B(q^{-1})\boldsymbol{u}(t)+K(q^{-1})D(q^{-1})\boldsymbol{v}(t)+\boldsymbol{d}+C(q^{-1})\boldsymbol{e}(t), \tag{1}$$

其中输入 $\boldsymbol{u}(t)\in R^n$，输出 $\boldsymbol{y}(t)\in R^n$，干扰 $\boldsymbol{v}(t)\in R^m$，干扰 $\boldsymbol{d}\in R^n$，t 为时间，$\boldsymbol{e}(t)$ 是零均值、方差阵为 Q 的白噪声，A,B,C,D 和 K 是单位滞后算子 q^{-1} 的多项式矩阵[2,3,6]：

$$\begin{aligned}&A(q^{-1})=\mathrm{diag}(A_i(q^{-1})),\ C(q^{-1})=\mathrm{diag}(C_i(q^{-1})),\ K(q^{-1})=\mathrm{diag}(q^{-k_i}),\\&B(q^{-1})=(q^{-k_{ij}}B_{ij}(q^{-1})),\ D(q^{-1})=(q^{-k'_{ij}}D_{ij}(q^{-1})),\end{aligned} \tag{2}$$

其中 $k_i>0; k_{ii}=0$；对 $i\neq j, k_{ij}>0; k'_{ij}\geqslant 0$，且 A_i, C_i, B_{ij} 和 D_{ij} 均为 q^{-1} 的算子多项式，形为

$$X\triangleq X(q^{-1})=x_0+x_1q^{-1}+\cdots+x_{n_x}q^{-n_x}, \tag{3}$$

且设 $C_i(q^{-1})$ 是稳定的，$b_{ij0}\neq 0$，$d_{ij0}\neq 0$．

化(1)式为等价的多输入单输出（MISO）子系统

本文于1989年9月5日收到．

$$A_i y_i(t) = q^{-k_i} B_{ii} u_i(t) + \sum_{j\neq i} q^{-(k_i+k_{ij})} B_{ij} u_j(t) + \sum_{j=1}^{m} q^{-(k_i+k'_{ij})} D_{ij} v_j(t) + d_i + C_i e_i(t), \tag{4}$$

式中 $i=1,2,\cdots,n$；y_i,u_i,v_i,d_i,e_i 分别为 $\boldsymbol{y},\boldsymbol{u},\boldsymbol{v},\boldsymbol{d},\boldsymbol{e}$ 的第 i 个分量；$k_i,(k_i+k_{ij})$ 和 $(k_i+k'_{ij})$ 分别为 $u_i(t)$，$u_j(t)$ 和 $v_j(t)$ 对 $y_i(t)$ 的时滞。为了解耦，$u_j(t)$ 和 $v_j(t)$ 可看成是对 $y_i(t)$ 的可测干扰，它们的影响可通过选择如下前馈-反馈控制律加以抵消：

$$H_i u_i(t) = [E_i w_i(t)/T_i] - G_i y_i(t) - \sum_{j\neq i} L_{ij}^{(u)} u_j(t-k_{ij}) - \sum_{j=1}^{m} L_{ij}^{(v)} v_j(t-k'_{ij}) - r_i, \tag{5}$$

其中 T_i 为第 i 个子系统的极点配置多项式，$H_i,G_i,E_i,L_{ij}^{(u)},L_{ij}^{(v)}$ 和 r_i 是待定的 q^{-1} 的多项式或常数，$w_i(t)$ 是参考输入。将(5)式代入(4)式引出第 i 个子系统的闭环方程

$$y_i(t) = \frac{B_{ii}E_i}{(A_iH_i + q^{-k_i}B_{ii}G_i)T_i} w_i(t-k_i) + \sum_{j\neq i} \frac{B_{ij}H_i - B_{ii}L_{ij}^{(u)}}{A_iH_i + q^{-k_i}B_{ii}G_i} u_j(t-k_i-k_{ij}) + \sum_{j=1}^{m} \frac{D_{ij}H_i - B_{ii}L_{ij}^{(v)}}{A_iH_i + q^{-k_i}B_{ii}G_i} v_j(t-k_i-k'_{ij}) + \frac{H_id_i - B_{ii}r_i}{A_iH_i + q^{-k_i}B_{ii}G_i} + \frac{H_iC_i}{A_iH_i + q^{-k_i}B_{ii}G_i} e_i(t). \tag{6}$$

基于组合自校正原理[4]，考虑如下三种情形：

情形 1. B_{ii} 是稳定的，即 $B_{ii}(x)$ 的零点都在单位圆外。此时选择 F_i 和 G_i 满足 Diophantine 方程

$$A_iF_i + q^{-k_i}G_i = C_i, \tag{7}$$

它有唯一解的条件是各多项式的阶必须满足[2]

$$n_{gi} = n_{ai} - 1,\ n_{fi} = k_i - 1,\ n_{ci} \leqslant n_{ai} + k_i - 1. \tag{8}$$

取 $H_i = B_{ii}F_i$，在(6)式中消去稳定的 B_{ii}，且取

$$L_{ij}^{(u)} = B_{ij}F_i,\ L_{ij}^{(v)} = D_{ij}F_i,\ r_i = F_id_i,\ E_i = T_i(1)C_i, \tag{9}$$

而 $T_i(1)$ 为 $q^{-1}=1$ 时 $T_i(q^{-1})$ 的值，则有动态闭环方程

$$y_i(t) = [T_i(1)w_i(t-k_i)/T_i] + F_ie_i(t). \tag{10}$$

情形 2. B_{ii} 是完全不稳定的，即 $B_{ii}(x)$ 的零点全在单位圆内。应选择 H_i 和 G_i 满足 Diophantine 方程

$$A_iH_i + q^{-k_i}B_{ii}G_i = C_i, \tag{11}$$

它有唯一解的条件是各多项式的阶必须满足[2]

$$n_{gi} = n_{ai} - 1,\ n_{hi} = n_{bii} + k_i - 1,\ n_{ci} \leqslant n_{ai} + n_{bii} + k_i - 1. \tag{12}$$

为了消除稳态跟踪误差且实现稳态解耦控制和抗干扰，选取

$$E_i = T_i(1)C_i/B_{ii}(1),\ r_i = H_i(1)d_i/B_{ii}(1), \tag{13}$$

$$L_{ij}^{(u)} = B_{ij}(1)H_i(1)/B_{ii}(1),\ L_{ij}^{(v)} = D_{ij}(1)H_i(1)/B_{ii}(1). \tag{14}$$

于是由(6)式引出稳态闭环方程

$$y_i(t) = [B_{ii}T_i(1)w_i(t-k_i)/B_{ii}(1)T_i] + H_ie_i(t). \tag{15}$$

情形 3. B_{ii} 是部分稳定的，即 $B_{ii} = B_{ii}^{+}B_{ii}^{-}$，其中 B_{ii}^{+} 是稳定的，B_{ii}^{-} 是不稳定的。此

时可从(6)式中消去稳定的 B^+_{ii}. 为此应选取 H^-_i 和 G_i 满足

$$A_iH^-_i + q^{-k_i}B^-_{ii}G_i = C_i, \tag{16}$$

它有唯一解的条件是各多项式的阶必须满足

$$n_{gi} = n_{ai} - 1,\ n^-_{hi} = n^-_{bii} + k_i - 1,\ n_{ci} \leqslant n_{ai} + n^-_{bii} + k_i - 1, \tag{17}$$

且选取 $H_i = B^+_{ii}H^-_i$. 为了消除稳态跟踪误差并实现稳态解耦控制和抗干扰,由(6)式应取

$$E_i = T_i(1)C_i/B^-_{ii}(1),\ r_i = H^-_i(1)d_i/B^-_{ii}(1), \tag{18}$$

$$L^{(u)}_{ij} = B_{ij}(1)H^-_i(1)/B^-_{ii}(1),\ L^{(v)}_{ij} = D_{ij}(1)H^-_i(1)/B^-_{ii}(1). \tag{19}$$

因而由(6)式引出稳态闭环方程

$$y_i(t) = [B^-_{ii}T_i(1)w_i(t-k_i)/B^-_{ii}(1)T_i] + H^-_ie_i(t). \tag{20}$$

由闭环方程(10),(15)和(20)式可以看出,所选择的极点配置多项式 T_i 仅影响伺服跟踪性能和闭环系统的稳定性,而不影响随机调节性能,因而实现了两种性能的分离设计方案. 由组合自校正原理[4]和闭环方程的输出噪声具有最小方差的特性,可以满足随机调节性能.

子系统的闭环方程可改写成向量形式,得到多变量闭环方程. 假如所有 B_{ii} 是稳定的,则有动态多变量闭环方程,实现了动态解耦控制和动态抗干扰. 否则有稳态多变量闭环方程,实现了稳态解耦控制和稳态抗干扰. 显然,在动态或稳态情形下,多变量闭环系统的极点由 $\det T = T_1T_2\cdots T_n = 0$ 决定,其中 $T = \mathrm{diag}(T_i)$ 是极点配置多项式矩阵. 因而每个闭环子系统的极点均为多变量闭环系统的极点,且由每个极点配置多项式 T_i 的稳定性保证了多变量闭环系统的稳定性.

当模型(1)参数未知时,可用递推增广最小二乘法 (RELS)[5] 得到参数估值,将其代入有关的 Diophantine 方程和控制律(5)式引出组合自校正器.

三、仿真例子

例 1. 考虑带干扰的两输入两输出系统[3]

$$\begin{aligned} \boldsymbol{y}(t) = {} & A_1\boldsymbol{y}(t-1) + A_2\boldsymbol{y}(t-2) + B_0\boldsymbol{u}(t-2) + B_1\boldsymbol{u}(t-3) \\ & + D_0\boldsymbol{v}(t-2) + D_1\boldsymbol{v}(t-3) + \boldsymbol{e}(t), \end{aligned} \tag{21}$$

其中 $e(t)$ 是零均值、方差阵为 $Q = \mathrm{diag}(0.08, 0.08)$ 的白噪声,且

$$\begin{gathered} A_1 = \mathrm{diag}(0.73188, 1.04611),\ A_2 = \mathrm{diag}(0.25178, -0.05868), \\ D_0 = \mathrm{diag}(0.6608, 0.6082),\quad D_1 = \mathrm{diag}(0.0501, 0.0601), \\ B_0 = \begin{bmatrix} 0.3568, & 0.0558 \\ -0.0964, & 0.3710 \end{bmatrix},\quad B_1 = \begin{bmatrix} 0.5083, & 0.0688 \\ 0.0012, & 0.2282 \end{bmatrix}. \end{gathered} \tag{22}$$

取极点配置多项式 $T_i = 1 - 0.45q^{-1}, i = 1,2$. 显然 B_{11} 是完全不稳定的, B_{22} 是稳定的. 因此第一个子系统按情形 2 处理, 第二个子系统按情形 1 处理. 仿真结果如图 1 所示. 图 1 表明实现了稳态解耦控制,消除了稳态跟踪误差. 对于干扰 $v_1(t)$ 和 $v_2(t)$ 的阶跃变化,输出 $y_1(t)$ 有相应的瞬间动态扰动,但很快消失,而输出 $y_2(t)$ 不受影响,实现了稳态抗干扰.

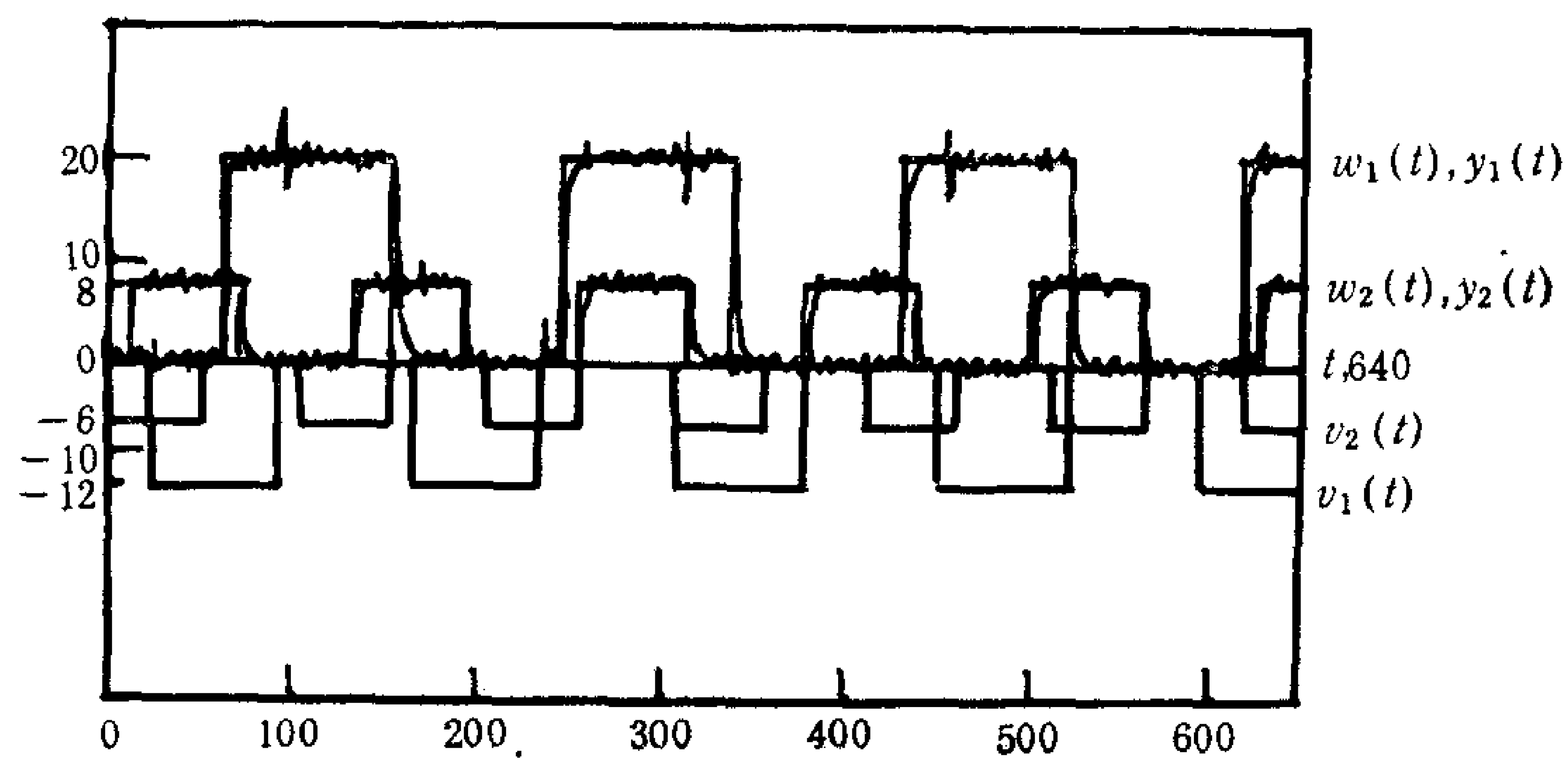

图 1　闭环系统的参考输入、输出、干扰

参　考　文　献

[1] 柴天佑、郎世俊、顾兴源，多变量自校正前馈控制器及其应用，自动化学报，**12**(1986)，229—235.

[2] Chai Tianyou, A New Multivariable Decoupling Pole-zero Placement Self-tuning Controller, Proc. of 25th Conf. on Decision and Control, 1986, 109—113.

[3] 柴天佑，自校正控制非最小相位的电加热系统，信息与控制，**17**(1988)，11—14.

[4] 李清泉，组合自校正器，自动化学报，**12**(1986)，138—145.

[5] 邓自立、郭一新，现代时间序列分析及其应用——建模、滤波、去卷、预报和控制，知识出版社，1989.

[6] 邓自立，黄先日，一种新的多变量解耦极点配置自校正前馈控制器，控制与决策，**5**(1990)，5，51—54.

[7] Wellstead, P. E., Sanoff, S. P., Extended Self-tuning Algorithm, *Int. J. Control*, **34**(1981), 3, 433—455.

MULTIVARIABLE DECOUPLING POLE PLACEMENT COMBINED SELF-TUNING FEEDFORWARD CONTROLLER

Deng Zili　Huang Xianri

(Institute of Applied Mathematics, Heilongjiang University)

Abstract

This paper presents a new multivariable decoupling pole placement self-tuning feedforward controller which has the combined self-tuning behaviour that the performances of servo-tracking and stochastic regulation are satisfied simultaneously. Simulation example shows the effectiveness of the proposed controller.

Key words: Multivariable system; feedforward; decouping; pole placement; combined self-tuning controller.