第17卷 第6期　　自 动 化 学 报　　Vol. 17, No. 6
1991年11月　　ACTA AUTOMATICA SINICA　　Nov., 1991

一类工程系统的 q 马尔柯夫输出协方差配置控制

徐 刚　陈学敏　郭 治
（华东工学院自动控制系，南京）

摘　要

本文通过对具有输出选通窗的一类工程系统的性能指标分析，确定出这类系统在一定的性能指标约束下（如稳定度、切换频率与脉冲响应性能等），系统反馈控制的设计目标．通过对文献[1]中提出的协方差配置控制的改造，给出了实现这一设计目标的方法，并举例说明该设计方法具有直接、简单的特点．

关键词：多变量控制系统，连续系统，线性随机系统．

一、引　言

在有些工程系统中，随机干扰噪声相当强，以致即使是在稳态时，系统的输出也不能被稳定在允许的精度范围内．例如，置于运动载体上的激光通信系统，只有当发射机对准了有效接收区，接收机才能接收到信号．由于运动载体受到的随机噪声干扰很大，故而在整个通信过程中不可能将发射光束始终对准有效接收区．为解决类似上述的问题，可以设置一个选通窗．在通信系统中，选通窗的作用是约束发射机，使它仅在对准有效接收区的时间间隔内发射通信信号，而在发射机未对准有效接收区前不发射通信信号，从而保证了通信的可靠性．

一般说来，带有上述选通窗的系统，其性能指标包含如下三方面的要求：1)尽量地提高系统输出在选通窗内的时间；2)使系统输出进入选通窗的频率具有适当的数值．这一数值过小会使等待时间加长，而过大则会使得每次在选通窗内滞留的时间过短；3)保证系统输出跟踪其输入的快速与平稳性．由第2节中的公式易见，要达到这样的指标要求，系统输出的方差应尽可能地小，而系统输出量导数的方差则应落在规定的区域内．由现代控制理论知，系统输出的快速与平稳性要求可归结为对系统输入到输出的前 q 个马尔柯夫参数的要求．在本文中，作者将协方差配置控制[1]加以改造，解决了上述问题，并取得了较好的设计效果．

本文于1990年5月28日收到．

二、性能指标分析

设 $\{y(t), t\in[0,T)\}$ 是连续、高斯、均值为 $\overline{y(t)}$ 的随机过程. 选通窗为 $(\overline{y(t)}-a_w, \overline{y(t)}+a_w)$, 即当 $y(t)\in(\overline{y(t)}-a_w, \overline{y(t)}+a_w)$ 时系统输出有效. 其中 $a_w=$ 常数, 为选通窗宽度参数. $\{y(t)-\overline{y(t)}, t\in[0,T)\}$ 为平稳过程.

定义(稳定度). 设系统工作时间为 $[0,T)$, 其中在选通窗内的时间总合为 T_{in}, 则系统的稳定度 S 定义为

$$S=E\left\{\frac{T_{in}}{T}\right\}. \tag{1}$$

由上面的定义有

$$T_{in}=\{t\,|\,y(t)\in(\overline{y(t)}-a_w, \overline{y(t)}+a_w), t\in[0,T)\}. \tag{2}$$

而 S 可表示为

$$S=E\left\{\frac{1}{T}\int_0^T\int_{-\infty}^{+\infty}1\{a_w-(y(t)-\overline{y(t)})\}\cdot 1\{a_w+(y(t)-\overline{y(t)})\}\cdot f[y(t)]dy(t)dt. \tag{3}$$

其中 $f[y(t)]$ 是 $y(t)$ 的分布密度函数.

$$f[y(t)]=\frac{1}{\sigma_y\sqrt{2\pi}}\exp\left\{-\frac{1}{2}\left[\frac{y(t)-\overline{y(t)}}{\sigma_y}\right]^2\right\}. \tag{4}$$

$1\{x\}$ 是单位阶跃函数.

$$1\{x\}=\begin{cases}0, & x<0,\\ 1, & x\geqslant 0,\end{cases} \tag{5}$$

由(3)式可得

$$S=\phi\left(\frac{a_w}{\sigma_y}\right). \tag{6}$$

其中 $\phi(x)$是概率积分函数.

$$\phi(x)=\int_{-x}^{x}\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\exp\left\{-\frac{1}{2}z^2\right\}dz. \tag{7}$$

定义(切换频率). 系统输出 $y(t)$ 在单位时间内进入选通窗次数的期望值称为切换频率, 记为 f_c.

由随机振动理论中的水平跨越理论知[3], 切换频率 f_c 可表示为

$$f_c=\frac{1}{T}\int_0^T\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}\left|\frac{d}{dt}[1\{a_w-(y(t)-\overline{y(t)})\}\times 1\{a_w+(y(t)-\overline{y(t)})\}]\right|\cdot f[y(t),\dot{y}(t)]dy(t)d\dot{y}(t)dt. \tag{8}$$

其中 $f[y(t),\dot{y}(t)]$ 是 $y(t)$ 与 $\dot{y}(t)$ 的联合分布密度函数

$$f[y(t),\dot{y}(t)]=\frac{1}{2\pi\sigma_y\sigma_{\dot{y}}}\exp\left\{-\frac{1}{2}\left[\frac{(y(t)-\overline{y(t)})^2}{\sigma_y^2}+\frac{\dot{y}(t)^2}{\sigma_{\dot{y}}^2}\right]\right\}. \tag{9}$$

整理(8)式有

$$f_c=\frac{2}{\pi}\cdot\frac{\sigma_{\dot{y}}}{\sigma_y}\exp\left\{-\frac{1}{2}\cdot\frac{a_w^2}{\sigma_y^2}\right\} \tag{10}$$

(6)式与(10)式的详细推导过程可参见文献 [3,4]. 在上述推导过程中，为简单明了，设 $y(t)$ 为一维标量形式，对于 $y(t)$ 为矢量的情况，推导过程与结果类似.

由(6)式与(10)式易见，为了达到所要求的性能指标 $S=S_p$，$f_c=f_p$，输出 $y(t)$ 的方差 σ_y 应尽可能减小，而其导数 $\dot{y}(t)$ 的方差 $\sigma_{\dot{y}}$ 则应具有一定的值. 这种对系统输出及其导数的方差直接提出指标要求的控制系统设计问题，用最小方差控制方法设计很困难，有时难以成功，而协方差配置控制理论给解决上述问题提供了直接的方法.

三、q 马尔柯夫输出协方差配置控制

设稳定的线性连续定常系统如下:

$$\dot{\boldsymbol{x}}(t)=A\boldsymbol{x}(t)+B\boldsymbol{u}(t)+\Gamma\boldsymbol{w}(t), \tag{11}$$

$$\boldsymbol{y}(t)=D\boldsymbol{x}(t), \tag{12}$$

$$\boldsymbol{u}(t)=\boldsymbol{u}_c(t)+\boldsymbol{u}_s(t), \tag{13}$$

$$\boldsymbol{u}_c(t)=G\boldsymbol{x}(t). \tag{14}$$

其中 $\boldsymbol{x}(t)\in R^n$，$\boldsymbol{u}(t)\in R^m$，$\boldsymbol{w}(t)\in R^l$，$\boldsymbol{y}(t)\in R^h$，A、B、Γ、D 为已知适维常数矩阵，(A,B)、$(A$、$\Gamma)$ 分别为可稳定的与可扰动的. $\boldsymbol{u}_s(t)$ 为系统的信号输入，$\boldsymbol{u}_c(t)$ 为系统的反馈输入. $E\{\boldsymbol{w}(t)\}=0$，$E\{\boldsymbol{x}(0)\}=0$，$E\{\boldsymbol{x}(0)\boldsymbol{w}(t)^T\}=0$，$E\{\boldsymbol{w}(t+\tau)\boldsymbol{w}^T(t)\}=W\delta(\tau)$，$t\geqslant 0$，$W>0$. $\delta(\cdot)$ 为狄拉克函数 (Dirac Function). rank $D=h$，rank$B=m$，$\Gamma=[BB_\Gamma\Gamma_B]$，$B_\Gamma\in R^{m\times l_1}$，$l_1\leqslant l$. 其中 BB_Γ 项表示伴随着输入信号的噪声干扰.

在设计中，为使系统的暂态特性得以改善，在系统输入端前增加一由多路开关与放大器组成的信号隔离与变换装置，因此有 $\boldsymbol{u}'(t)=T_B\boldsymbol{u}(t)$，这时系统(11)的方程变为

$$\dot{\boldsymbol{x}}(t)=A\boldsymbol{x}(t)+B_u\boldsymbol{u}(t)+\Gamma_u\boldsymbol{w}(t). \tag{15}$$

其中 $B_u=BT_B$，$\Gamma_u=[B_uB_\Gamma\Gamma_B]$.

系统输出 $\boldsymbol{y}(t)$ 的协方差 C_y 为

$$C_y=\lim_{\substack{t\to\infty\\ \tau\to 0}}E\{[\boldsymbol{y}(t+\tau)-E\boldsymbol{y}(t+\tau)][\boldsymbol{y}(t)-E\boldsymbol{y}(t)]^T\}=DXD^T. \tag{16}$$

其中X为系统稳态状态协方差.

$$X=\lim_{\substack{t\to\infty\\ \tau\to 0}}E\{[\boldsymbol{x}(t+\tau)-E\boldsymbol{x}(t+\tau)][\boldsymbol{x}(t)-E\boldsymbol{x}(t)^T]\}. \tag{17}$$

$$A_cX+XA_c^T+\Gamma_uW\Gamma_u^T=0. \tag{18}$$

其中 $A_c=A+B_uG$. 而系统输出导数 $\dot{\boldsymbol{y}}(t)$的协方差 $C_{\dot{y}}$ 为

$$C_{\dot{y}}=\lim_{\substack{t\to\infty\\ \tau\to 0}}E\{[\dot{\boldsymbol{y}}(t+\tau)-E\dot{\boldsymbol{y}}(t+\tau)][\dot{\boldsymbol{y}}(t)-E\dot{\boldsymbol{y}}(t)^T]\}$$

$$= DA_cXA_c^TD^T + D\Gamma_uW\Gamma_u^TD^T. \tag{19}$$

系统输出 $\boldsymbol{y}(t)$ 对信号输入 $\boldsymbol{u}_s(t)$ 的单位脉冲响应为

$$\boldsymbol{y}(t) = \sum_{i=0}^{\infty} M_i \left(\frac{t^i}{i!}\right). \tag{20}$$

其中 $M_i = DA_c^iB_u$, $i = 0,1,2,\cdots$.

又设系统(15)所期望配置的参数为 C_{y_p}, $C_{\dot{y}_p}$, M_{pi} $(i = 0,1,\cdots,q-1)$，它们是由下面的期望系统所产生的:

$$\dot{\boldsymbol{x}}_p(t) = A_p\boldsymbol{x}_p(t) + B_p\boldsymbol{u}_s(t) + \Gamma_p\boldsymbol{w}(t), \tag{21}$$

$$\boldsymbol{y}_p(t) = D_p\boldsymbol{x}_p(t). \tag{22}$$

其中 $\boldsymbol{x}_p(t) \in R^{n_p}$, $n_p \leqslant n$, $\boldsymbol{y}_p(t) \in R^h$, $\mathrm{rank}D_p = h$, $\Gamma_p = [B_pB_\Gamma\ \Gamma_{Bp}]$, $D_p\Gamma_{Bp} = D\Gamma_B$. 最后的一条假设保证了期望系统与原系统有相同的噪声干扰特性．从而有

$$C_{y_p} = D_pX_pD_p^T. \tag{23}$$

$$C_{\dot{y}_p} = D_pA_pX_pA_p^TD_p^T + D_p\Gamma_pW\Gamma_p^TD_p^T, \tag{24}$$

$$M_{pi} = D_pA_p^iB_p,\ i = 0,1,\cdots,q-1. \tag{25}$$

$$X_p = \lim_{\substack{t\to\infty\\ \tau\to 0}} E\{[\boldsymbol{x}_p(t+\tau) - E\boldsymbol{x}_p(t+\tau)][\boldsymbol{x}_p(t) - E\boldsymbol{x}_p(t)]^T\}, \tag{26}$$

$$A_pX_p + X_pA_p^T + \Gamma_pW\Gamma_p^T = 0. \tag{27}$$

令 $n_1,n_2,\cdots,n_q$ 为

$$n_1 = \mathrm{rank}\ D_p = h, \tag{28}$$

$$n_i = \mathrm{rank}\begin{bmatrix} D_p \\ D_pA_p \\ \vdots \\ D_pA_p^{i-1} \end{bmatrix} - \mathrm{rank}\begin{bmatrix} D_p \\ D_pA_p \\ \vdots \\ D_pA_p^{i-2} \end{bmatrix}.$$

$$i = 2,3,\cdots,q. \tag{29}$$

由文献[2]知 $n_i \geqslant n_{i+1}, i = 1,2,\cdots,q-1$.

通常期望，通过对(6)、(10)两式的指标函数及信号输入的脉冲响应函数的分析，综合出一个低阶系统．这时，系统的设计目标为：确定输入变换阵 T_B，反馈增益阵 G 及稳态状态协方差 X，使得 $C_y = C_{y_p}$, $C_{\dot{y}} = C_{\dot{y}_p}$, $M_i = M_{pi}$ $(i = 0,1,\cdots,q-1)$, $q \geqslant 2$. 称这样的控制系统设计方法为 q 马尔柯夫输出协方差配置控制．

由 $A_c = A + B_uG$, $G = B_u^+(A_c - A)$，G 的设计是由对 T_B 与 A_c 的设计而后得到的．这时 A_c 必须满足下面的相容性条件:

$$B_uB_u^-(A_c - A) = (A_c - A). \tag{30}$$

其中 $B_u^- \triangleq B^+ + H_1(I_n - B_uB_u^+) + (I_m - B_u^+B_u)H_2$, B_u^+ 为 B_u 的摩尔-彭罗斯广义逆(Moore-Penrose Inverse)，H_1、H_2 为 $m \times n$ 的任给矩阵．同时 A_c 还要满足闭环稳态李雅普诺夫方程(18)．其中 $X \in R^{n\times n}$, $X = X^T > 0$. 由与文献[1]中定理 4 相似的推导过程可得，X 要满足如下的约束条件:

$$(I_n - B_uB_u^-)(AX + XA^T + \Gamma_uW\Gamma_u^T)(I_n - B_uB_u^-) = 0. \tag{31}$$

如果

$$m \geqslant \sum_{i=1}^{q} n_i, \tag{32}$$

令 $TX_1T^T = X$，$T \in R^{n\times n}$，$\mathrm{rank}\, T = n$，做满秩变换 $x(t) = T\hat{x}(t)$，$\hat{A} = T^{-1}AT$，$\hat{B} = T^{-1}B$，$\hat{\Gamma}_u = T^{-1}\Gamma_u$，$\hat{D} = DT$ 及 $\hat{A}_c = T^{-1}A_cT$，$\hat{G} = GT$，如果 $\mathrm{rank}B_p = m$，且存在变换 T 使得系统(11)—(14)如(33)式—(36)式，则系统(11)—(14)的 q 马尔柯夫输出协方差配置控制存在.

$$\hat{A} = \begin{bmatrix} A_{11} & \cdots & A_{1q+1} & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ A_{q+11} & \cdots & A_{q+1q+1} & 0 \\ A_{q+21} & \cdots & A_{q+2q+1} & A_{q+2q+2} \end{bmatrix}, \quad \hat{B} = \begin{bmatrix} B_1 \\ \vdots \\ B_{q+1} \\ 0 \end{bmatrix}, \tag{33}$$

$$\hat{B}_u = \begin{bmatrix} B_1T_B \\ \vdots \\ B_{q+1}T_B \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{u1} \\ \vdots \\ B_{uq+1} \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \hat{\Gamma}_u = \begin{bmatrix} \Gamma_1 \\ \vdots \\ \Gamma_{q+1} \\ \Gamma_{q+2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{u1}B_\Gamma & B_{B1} \\ \vdots & \vdots \\ B_{uq+1}B_\Gamma & \Gamma_{Bq+1} \\ 0 & \Gamma_{Bq+2} \end{bmatrix}, \tag{34}$$

$$\hat{D} = [D_1, 0, \cdots, 0], \tag{35}$$

$$\hat{A}_c = \begin{bmatrix} E_{11} & \cdots & E_{1q+2} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ E_{q+21} & \cdots & E_{q+2q+2} \end{bmatrix}, \quad X_1 = \begin{bmatrix} I_m & X_{12}^T \\ & \\ X_{12}^T & X_{22} \end{bmatrix}. \tag{36}$$

其中 A_{ij}、$E_{ij} \in R^{n_i\times n_j}$，$B_i$、$B_{ui} \in R^{n_i\times m}$，$\Gamma_i \in R^{n_i\times l}$，$(i,j = 1, 2, \cdots, q+2)$，$n_{q+1} = m - (n_1 + n_2 + \cdots + n_q)$，$n_{q+2} = n - m$. $\Gamma_{Bi}(i = 1,2,\cdots,q+2)$ 为 $\hat{\Gamma}_u$ 中确定性部分. $D_1 \in R^{h\times h}$，$\mathrm{rank}D_1 = h$，$D_1D_1^T = C_{yp}$，且 D_1 为下三角矩阵，每一列至少有一个非零元素，且由上至下第一个非零元素为正. I_m 为 m 维单位阵，$X_{12} \in R^{m\times(n-m)}$，$X_{22} \in R^{(n-m)\times(n-m)}$，$X_{12}$、$X_{22}$ 为待定的.

由条件 $\mathrm{rank}B_p = m$ 知，一定可以设计 $\hat{B}_u$ 使得 $\mathrm{rank}\hat{B}_u = m$，因此在上述形式下，(30)式变为

$$E_{q+2i} = A_{q+2i},\ i = 1,2,\cdots,q+2. \tag{37}$$

按(37)式取 E_{q+2i} $(i = 1, 2, \cdots, q+2)$，并令 $E_{ij} = 0$，$(i = 1, 2, \cdots, q+1; j = i+2, i+3, \cdots, q+2)$，$E_{q+1q+2} = 0$. 而 E_{ij} 与 $B_{ui}(i = 1,2,\cdots,q+1; j = 1, 2, \cdots, i+1; j \leqslant q+1)$ 可按如下步骤设计:

1) 令 $M_0 = \hat{D}\hat{B}_u \triangleq M_{p0}$ 可得 $B_{u1} = D_1^{-1}M_{p0}$;

2) 由 $[L]_{11}$ 可得 E_{11} 的对称部分，其反对称部分可任选. 其中 $[L]_{ij}$ 表示(18)式的第 $n_i \times n_j$ 分块，下同;

3) 由 $\hat{D}\hat{A}_cX_1\hat{A}_c^T\hat{D}^T = C_{\dot{y}_p} - \hat{D}\hat{\Gamma}_uW\hat{\Gamma}_u^T\hat{D}^T$ 可得 E_{12};

4) 令 $M_1 = M_{p1}$ 可得 B_{u2};

5) 由 $[L]_{2i}$ 可得 E_{21}，E_{22}. E_{23} 为可任选的;

6) 令 $M_2 = M_{p2}$ 可得 B_{u3};

由(32)式条件知，上述步骤可做到 $q-1$，求出 E_{ij}、B_{ui} $(i = 1, 2, \cdots, q; j = 1, 2, \cdots, i+1)$，使得 $C_y = C_{yp}$，$C_{\dot{y}} = C_{\dot{y}_p}$，$M_i = M_{pi}$ $(i = 0,1,\cdots,q-1)$ 及 $[L]_{ij}$

$(i=1,2,\cdots,q;\ j=1,2,\cdots,i)$. 由 $[L]_{q+1i}$ $(i=1,2,\cdots,q+1)$ 可确定 E_{q+1i} $(i=1,2,\cdots,q+1)$. 选择 B_{uq+1} 使 $\mathrm{rank}\hat{B}_u=m$;

7) 将 $\hat{A}_c$ 与 $\hat{\Gamma}_u$ 重新分块

$$A_{c11}=\begin{bmatrix} E_{11} & E_{12} & 0\cdots 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots \quad \vdots \\ E_{q1} & E_{q2}\cdots\cdots & E_{qq+1} \\ E_{q+11} & E_{q+12}\cdots & E_{q+1\ q+1}\end{bmatrix},\ A_{c12}=0. \tag{38}$$

$$A_{c21}=[E_{q+21}\cdots E_{q+2q+1}],\ A_{c22}=E_{q+2q+2}. \tag{39}$$

$$\Gamma_{u1}=\begin{bmatrix}\Gamma_1\\ \vdots \\ \Gamma_{q+1}\end{bmatrix},\ \Gamma_{u2}=\Gamma_{q+2}. \tag{40}$$

由(18)式可得

$$A_{c11}X_{12}+A_{c21}^T+X_{12}A_{c22}^T+\Gamma_{u1}W\Gamma_{u2}^T=0, \tag{41}$$

$$A_{c21}X_{12}+A_{c22}X_{22}+X_{12}^TA_{c21}^T+X_{22}A_{c22}^T+\Gamma_{u2}W\Gamma_{u2}^T=0. \tag{42}$$

由(41)式可求出 X_{12}, 由(42)式可求出 X_{22},因此可得 X_1.

令 $\hat{G}=\hat{B}_u^+(\hat{A}_c-\hat{A})$, $T_B=\hat{B}+\hat{B}_u$, 做反变换可得 G,T_B,X.

四、设 计 举 例

$$A=\begin{bmatrix}0 & 1 & 0\\ a_{21} & a_{22} & 0\\ a_{31} & a_{32} & a_{33}\end{bmatrix},\ B=\begin{bmatrix}b_{11} & b_{12}\\ b_{21} & b_{22}\\ 0 & 0\end{bmatrix},\ \Gamma=\begin{bmatrix}b_{11} & b_{12} & \lambda_1\\ b_{21} & b_{22} & \lambda_2\\ 0 & 0 & \lambda_3\end{bmatrix},$$

$$D=[1\quad 0\quad 0],$$

$$S=S_p,\ f_c=f_{cp},\ W=I_3,$$

$$M_{p0}=[M_{01}\ \ M_{02}],\ M_{p1}=[M_{11}\ \ M_{12}].$$

由(6)式令 $S=S_p$ 可得 σ_y; 由(10)式令 $f_c=f_{cp}$ 可解得 $\sigma_{\dot{y}}$. 取

$$X=\begin{bmatrix}\sigma_y^2 & 0 & \sigma_1\\ 0 & \sigma_{\dot{y}}^2 & \sigma_2\\ \sigma_1 & \sigma_2 & \sigma_3\end{bmatrix},$$

$$C_{yp}=\sigma_y^2,$$

$$C_{\dot{y}p}=\sigma_{\dot{y}}^2.$$

令 $DB_u=[b_{u1}\ \ b_{u2}]\triangleq[M_{01}\ \ M_{02}]$, 则$\Gamma_{u1}=[M_{01}\ \ M_{02}\ \ \lambda_1]$.

由 $[L]_{11}$ 得

$$2e_{11}\sigma_y^2+\Gamma_{u1}W\Gamma_{u1}^T=0,$$

$$e_{11}=-(M_{01}^2+M_{02}^2+\lambda_1^2)/2\sigma_y^2.$$

由 $DA_cXA_c^TD^T=e_{11}^2\sigma_y^2+e_{12}^2\sigma_{\dot{y}}^2=\sigma_{\dot{y}}^2-(M_{01}^2+M_{02}^2+\lambda_1^2)$ 得

$$e_{12}=\frac{1}{\sigma_{\dot{y}}^2}\,[\sigma_{\dot{y}}^2-(M_{01}^2+M_{02}^2+\lambda_1^2)].$$

由 $DA_cB_u = e_{11}[b_{u11}\ \ b_{u12}] + e_{12}[b_{u21}\ \ b_{u22}] \triangleq [M_{11}\ \ M_{12}]$ 得

$$[b_{u21}\ \ b_{u22}] = \frac{1}{e_{12}}\{[M_{11}\ \ M_{12}] - [M_{01}\ \ M_{02}]e_{11}\}.$$

由 $[L]_{21}$ 得

$$e_{21} = \frac{1}{\sigma_{\dot{y}}^2}\{-e_{12}\sigma_{\dot{y}}^2 - b_{u21}b_{u11} - b_{u22}b_{u12} - \lambda_2\lambda_1\}.$$

由 $[L]_{22}$ 得

$$e_{22} = -\frac{1}{2\sigma_{\dot{y}}^2}(b_{u21}^2 + b_{u22}^2 + \lambda_2^2).$$

$$A_c = \begin{bmatrix} e_{11} & e_{12} & 0 \\ e_{21} & e_{22} & 0 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix},\quad B_u = \begin{bmatrix} b_{u11} & b_{u12} \\ b_{u21} & b_{u22} \\ 0 & 0 \end{bmatrix},\quad \Gamma_u = \begin{bmatrix} b_{u11} & b_{u12} & \lambda_1 \\ b_{u21} & b_{u22} & \lambda_2 \\ 0 & 0 & \lambda_3 \end{bmatrix}.$$

q 马尔柯夫输出协方差配置控制给本文中所提出的这一类工程系统的实现性能指标的设计提供了直接的方法。由前面的讨论可以看出，在实现设计要求后，系统尚有可以用于设计的自由度，通常可用其考虑能量约束问题或提高系统的鲁棒性等。

参　考　文　献

[1] Hotz, A., Skelton, R. E., Covariance Control Theory, *Int. J. Contr.*, 46(1987), 1, 13—32.

[2] Anderson, B. D. O., Skelton, R. E., The Generation of all q-Marcov Covers, *IEEE Trans. Circuits and Systems*, 35(1988), 4, 375—384.

[3] Nigam, N. C., 随机振动概论，上海交通大学出版社，1985.

[4] 郭治，徐刚，稳象式坦克火控系统射击反应时间的研究，火力与指挥控制，1(1988)，14—18.

[5] Skelton, R. E., Collins, E. G., Set of q-Markov Covariance Equivalent Models of Discrete Systems, *Int. J. Contr.*, 46(1987), 1, 1—12.

q-MARCOV OUTPUT COVARIANCE ASSIGNMENT CONTROLS OF A CLASS OF ENGINEERING SYSTEMS

Xu Gang　Chen Xuemin　Guo Zhi

(Dept. of Automatic Control, East China Institute of Technology)

Abstract

By analyzing the performance indices of a class of engineering systems with detecting windows of outputs, the design objectives of this class of systems on the condition of certain performance indices (for example, stability, cutting frequency and inpulse response characteristics, etc.) can be determined. Based on the improvements of the state covariance assignment controls by reference [1], a new approach to realize the design objectives is proposed. It has been shown that the approach has the characteristics of directness and simplicity.

Key words: Stability; covariance; cut ing frequency.