

滞环非线性系统的加权自适应控制

孙 西 金以慧 方崇智

(清华大学自动化系,北京)

摘要

本文通过引入一个非线性补偿环节和一个开关量函数,解决了滞环非线性系统的自适应控制问题,并分别对滞环宽度已知和未知情况,建立了大范围渐近收敛和稳定的加权自适应控制算法。这种算法具有渐近最优的控制效果,能用于非最小相位系统。仿真结果表明,该算法具有良好的动态性能。

关键词: 滞环非线性,自适应,仿真。

一、问题的提出

自从1973年Åström 和 Wittenmark^[1]提出自校正控制器以来,自适应控制理论已得到很大的发展,线性系统的自适应控制理论已日臻成熟。在非线性系统的自适应控制方面,Aubumain^[2] 和 Kung^[3] 等人通过扩充辨识向量的方法,提出了Hammelein 模型的自适应控制算法;Kung 和 Womack^[4,5] 通过引入一个开关量函数 $h(t)$,分别解决了分段非线性系统和预负载非线性系统的自适应控制问题;文献[6,7]则解决了死区非线性系统的自适应控制问题。

本文提出的算法,对存在着滞环非线性问题的雷达、机器人等许多机电控制系统,具有较大的理论和实际意义。

考虑图1所示的系统

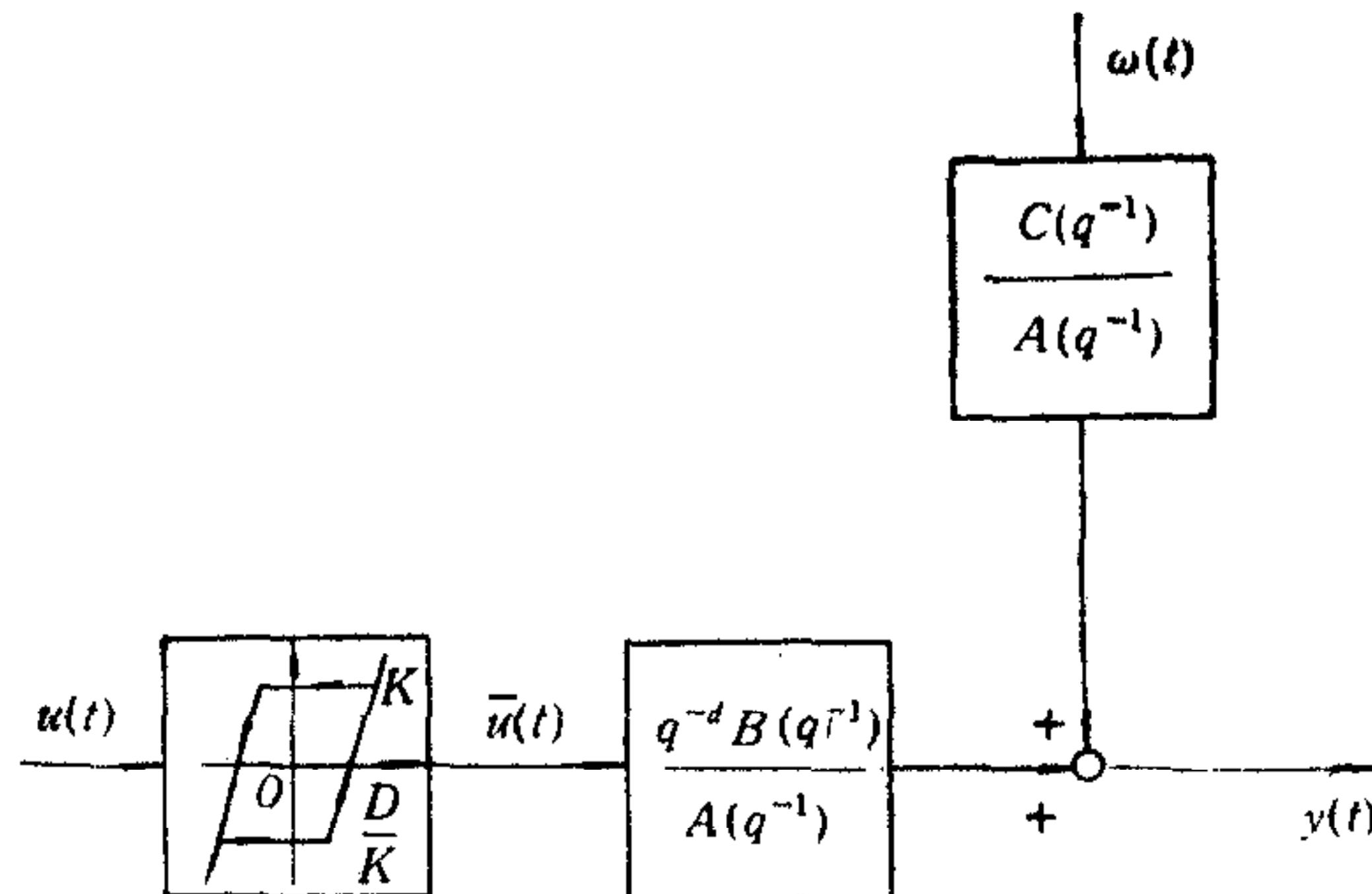


图 1 滞环非线性系统

其系统方程为

$$A(q^{-1})y(t) = q^{-d}B(q^{-1})\bar{u}(t) + C(q^{-1})\omega(t), \quad (1)$$

$$\bar{u}(t) = \begin{cases} Ku(t) - D, & \text{当 } u(t) > u(t-1) \text{ 且 } \bar{u}(t-1) \leqslant Ku(t) - D, \\ Ku(t) + D, & \text{当 } u(t) < u(t-1) \text{ 且 } \bar{u}(t-1) \geqslant Ku(t) + D, \\ \bar{u}(t-1), & \text{其余情况,} \end{cases} \quad (2)$$

$0 < K, D < \infty.$

其中

$$A(q^{-1}) = 1 + a_1q^{-1} + \cdots + a_nq^{-n}, B(q^{-1}) = b_0 + b_1q^{-1} + \cdots + b_mq^{-m},$$

$$C(q^{-1}) = 1 + c_1q^{-1} + \cdots + c_lq^{-l}.$$

$\{\bar{u}(t)\}$ 和 $\{y(t)\}$ 分别为线性动态系统的输入、输出序列, $\{u(t)\}$ 为非线性部分的输入序列。 q^{-1} 是单位时延算子, d 是系统时延。

扰动序列 $\{\omega(t)\}$ 是定义在概率空间 $\{\Omega, \mathcal{A}, P\}$ 上的实随机序列, 且适应于递增的 σ -代数 $\{\mathcal{F}_t, t \in N\}$ 。这里 \mathcal{F}_t 表示 t 时刻及其以前的观测值所生成的 σ -代数, \mathcal{F}_0 含有所有的初始条件信息。

设 $\{\omega(t)\}$ 以概率 1 满足

$$E\{\omega(t)/\mathcal{F}_{t-1}\} = 0, E\{\omega(t)^2/\mathcal{F}_{t-1}\} = \sigma^2.$$

且

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \sup \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \omega(t)^2 < \infty.$$

假设 A. A1) n, m 和 l 的上界已知, A2) 时延 d 已知, A3) $C(q^{-1})$ 是稳定多项式, A4) 系统初始处于静止状态。

取目标函数

$$J = E\{[P(q^{-1})y(t+d) - R(q^{-1})y^*(t+d) + Q(q^{-1})\tilde{u}(t)]^2/\mathcal{F}_t\},$$

其中, $\{y^*(t)\}$ 是给定的参考输出序列, $\{\tilde{u}(t)\}$ 为补偿环节的输入 (其定义见后面), $P(q^{-1})$ 和 $R(q^{-1})$ 为 q^{-1} 的首 1 多项式, $Q(q^{-1})$ 为 q^{-1} 的多项式, 其首项系数为 q_0 。

二、自适应控制算法

自适应控制算法将分滞环宽度已知和未知两种情况进行讨论。为了计算方便, 记滞环宽度 $D/K = E$, 且将 $P(q^{-1})$ 简记为 P , 余类同。

1. 滞环宽度 E 已知情况

引入非线性补偿环节

$$u(t) = \begin{cases} \tilde{u}(t) - E, & \text{当 } \tilde{u}(t) < \tilde{u}(t-1), \\ \tilde{u}(t), & \text{当 } \tilde{u}(t) = \tilde{u}(t-1), \\ \tilde{u}(t) + E, & \text{当 } \tilde{u}(t) > \tilde{u}(t-1). \end{cases} \quad (3)$$

对由(3)式补偿后的广义系统, 利用

$$PC = AF + q^{-d}G, \quad (4)$$

其中

$$F = 1 + f_1 q^{-1} + \cdots + f_{d-1} q^{-(d-1)}, \quad G = g_0 + g_1 q^{-1} + \cdots + g_{n_G} q^{-n_G},$$

$$n_G = \max\{n_p + l - d, n - 1\}.$$

可得到

$$C[\phi(t+d) - v(t+d)] = Gy(t) + KFB\tilde{u}(t) + CQ\tilde{u}(t) - RCy^*(t+d), \quad (5)$$

其中

$$v(t+d) = F\omega(t+d), \quad (6)$$

$$\phi(t+d) = Py(t+d) - Ry^*(t+d) + Q\tilde{u}(t). \quad (7)$$

加权自适应控制算法

$$\begin{aligned} \hat{\theta}(t) &= \hat{\theta}(t-d) + \frac{\bar{a}}{r(t-d)} [\phi(t-d)[Py(t) + Q\tilde{u}(t-d) \\ &\quad - \phi^T(t-d)\hat{\theta}(t-d)], \end{aligned} \quad (8)$$

$$r(t-d) = r(t-d-1) + \phi^T(t-d)\phi(t-d). \quad (9)$$

式中

$$r(-d) = r(-d+1) = \cdots = r(-1) = 1, \quad \bar{a} > 0,$$

$$\begin{aligned} \phi^T(t) &= [\tilde{u}(t), \dots, \tilde{u}(t-n_1), y(t), \dots, y(t-n_2), -y^*(t+d), \dots, \\ &\quad -y^*(t+d-n_3)], \end{aligned}$$

$\hat{\theta}(t)$ 是相应的参数向量。

$$\phi^T(t)\hat{\theta}(t) = Ry^*(t+d). \quad (10)$$

利用上式可求出广义控制量 $\tilde{u}(t)$ 。

定理 1 滞环宽度已知。对系统(1),(2),若假设 A 成立,且 $[C(q^{-1}) - \frac{\bar{a}}{2}]$ 严格正实,用随机自适应算法(3)和式(8)–(10),则以概率 1 有

- 1) $\lim_{N \rightarrow \infty} \sup \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N y(t)^2 < \infty,$
- 2) $\lim_{N \rightarrow \infty} \sup \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N u(t)^2 < \infty,$
- 3) $\lim_{N \rightarrow \infty} \sup \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \tilde{u}(t)^2 < \infty,$
- 4) $\lim_{N \rightarrow \infty} \sup \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \bar{u}(t)^2 < \infty,$
- 5) $\lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N E\{[Py(t+d) - Ry^*(t+d) + Q\tilde{u}(t)]^2 / \mathcal{F}_t\} = \Gamma^2.$

其中

$$\Gamma^2 = E\{v(t+d)^2 / \mathcal{F}_t\}.$$

证明。在引入补偿环节(3)后,广义系统是伪线性的 [证明从略],选择 P 和 Q 使 $[KPB + QA]$ 为稳定多项式,用本文定理 2 的证明方法,可证明定理中的各结论,详细证明从略。

2. 滞环宽度 E 未知情况

假设滞环最大可能宽度 E_{\max} 已知,且设 b_0 符号已知,不妨取为正。引入补偿环节

$$u(t) = \begin{cases} \tilde{u}(t) - \bar{E}, & \text{当 } \tilde{u}(t) < \tilde{u}(t-1), \\ \tilde{u}(t), & \text{当 } \tilde{u}(t) = \tilde{u}(t-1), \\ \tilde{u}(t) + \bar{E}, & \text{当 } \tilde{u}(t) > \tilde{u}(t-1). \end{cases} \quad (11)$$

式中, $\bar{E} \geq E_{\max}$ 且 $E \leq \bar{E} \leq 2E$, E 为滞环的宽度。对利用(11)式补偿后的系统, 由(4)式可得

$$\begin{aligned} C[\hat{\phi}(t+d) - v(t+d)] &= Gy(t) + [KFB + CQ]\tilde{u}(t) \\ &\quad + \tilde{E}FBh(t) - RC\dot{y}(t+d). \end{aligned} \quad (12)$$

其中

$$\hat{\phi}(t+d) = Py(t+d) - R\dot{y}(t+d) + Q\tilde{u}(t), \quad (13)$$

$$R\dot{y}(t+d) = \boldsymbol{\phi}^T(t)\hat{\theta}(t), \quad (14)$$

$\boldsymbol{\phi}(t), \hat{\theta}(t)$ 定义见后面,

$$v(t+d) = F\omega(t+d), \tilde{E} = K\bar{E} - D.$$

$$h(t) = \begin{cases} 1, & \text{当 } \tilde{u}(t) > 0, \\ 0, & \text{当 } \tilde{u}(t) = 0, \\ -1, & \text{当 } \tilde{u}(t) < 0. \end{cases} \quad (15)$$

加权自适应控制算法

$$\begin{aligned} \hat{\theta}(t) &= \hat{\theta}(t-d) + \frac{\bar{a}}{r(t-d)} [\boldsymbol{\phi}(t-d)[Py(t) \\ &\quad + Q\tilde{u}(t-d) - \boldsymbol{\phi}^T(t-d)\hat{\theta}(t-d)], \end{aligned} \quad (16)$$

$$r(t-d) = r(t-d-1) + \boldsymbol{\phi}^T(t-d)\boldsymbol{\phi}(t-d). \quad (17)$$

其中

$$r(-d) = \dots = r(-1) = 1, \bar{a} > 0,$$

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\phi}^T(t) &= [h(t), \dots, h(t-n_1), \tilde{u}(t), \dots, \tilde{u}(t-n_2), y(t), \dots, \\ &\quad y(t-n_3), -\dot{y}(t+d-1), \dots, -\dot{y}(t+d-n_4)]. \end{aligned}$$

定义

$$f(t) = Ry^*(t+d) - \boldsymbol{\phi}^T(t)\hat{\theta}(t) + \hat{\theta}_1(t)h(t) + \hat{\theta}_{n_1+1}(t)\tilde{u}(t), \quad (18)$$

式中, $\hat{\theta}_1(t)$ 和 $\hat{\theta}_{n_1+1}(t)$ 分别是 $b_0(K\bar{E} - D)$ 和 $(b_0K + q_0)$ 的估计。

i) 若

$$h(t) = \begin{cases} 1, & \text{当 } f(t) > \hat{\theta}_1(t) > 0, \\ 0, & \text{当 } f(t) = 0, \\ -1, & \text{当 } f(t) < -\hat{\theta}_1(t) < 0. \end{cases} \quad (19)$$

则取

$$\tilde{u}(t) = \frac{f(t) - \hat{\theta}_1(t)h(t)}{\hat{\theta}_{n_1+1}(t)}. \quad (20)$$

ii) 若

$$h(t) = \begin{cases} 1, & \text{当 } 0 < \frac{1}{2}\hat{\theta}_1(t) < f(t) \leq \hat{\theta}_1(t), \\ 0, & \text{当 } 0 < f(t) \leq \frac{1}{2}\hat{\theta}_1(t), -\frac{1}{2}\hat{\theta}_1(t) \leq f(t) < 0, \\ -1, & \text{当 } -\hat{\theta}_1(t) \leq f(t) < -\frac{1}{2}\hat{\theta}_1(t) < 0. \end{cases} \quad (21)$$

则取

$$\tilde{u}(t) = \varepsilon h(t), \quad (22)$$

式中, ε 是任意小的正数。

定理 2. 滞环宽度未知情况, 对系统(1),(2), 若假设 A 成立, 且 $\left[C(q^{-1}) - \frac{\bar{a}}{2} \right]$ 严格正实, 用自适应算法(11),(16)–(22), 则以概率 1 有

- 1) $\lim_{N \rightarrow \infty} \sup \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N y(t)^2 < \infty,$
- 2) $\lim_{N \rightarrow \infty} \sup \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N u(t)^2 < \infty,$
- 3) $\lim_{N \rightarrow \infty} \sup \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \tilde{u}(t)^2 < \infty,$
- 4) $\lim_{N \rightarrow \infty} \sup \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \bar{u}(t)^2 < \infty,$
- 5) $\lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N E\{[Py(t+d) - Ry(t+d) + Q\tilde{u}(t)]^2 / \mathcal{F}_t\} \leq \Gamma^2,$
- 6) $\lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N E\{[Py(t+d) - Ry^*(t+d) + Q\tilde{u}(t)]^2 / \mathcal{F}_t\} \leq \Gamma^2 + 2M^2.$

其中

$$\Gamma^2 = E\{\nu(t+d)^2 / \mathcal{F}_t\}, \quad \left| \varepsilon \hat{\theta}_{n_1+1}(t) + \frac{1}{2} \hat{\theta}_1(t) \right| \leq M < \infty.$$

证明. 详见附录 A.

三、数字仿真

现用预仿真得到的系数作为参数的初始值。取 $\{\omega(t)\}$ 为零均值、方差为 0.01 的白噪声序列, 并取对象的线性部分为

$$(1 + 0.3q^{-1} - 0.4q^{-2})y(t) = q^{-1}(0.6 + 1.2q^{-1})\bar{u}(t) + (1 + 0.4q^{-1})\omega(t),$$

对象的滞环部分由(2)式描述, 其中取 $K = 0.4$, $D = 0.6$, 滞环宽度 $E = D/K = 1.5$.

取目标函数中, $P = R = (1 + 0.5q^{-1})$, $Q = 2(1 - q^{-1})$.

i) 若滞环宽度 $E = 1.5$ 已知, 利用控制算法(3),(8)–(10), 取 $y^*(t) = 1 + \sin(0.05t)$, 其仿真结果如图 2 所示。

ii) 若滞环宽度 $E = 1.5$ 未知, 不妨设 $E_{\max} = 1.7$. 取 $\bar{E} = E_{\max}$, 并设 $y^*(t) = 2\cos(0.05t)$. 用控制算法(11),(16)–(22), 其仿真结果如图 3 所示。

由图 2、图 3 可以看出, 本文算法具有较好的动态响应性能, 基本上消除了滞环的影响。

附录 A (定理 2 的证明)

在引入补偿环节(11)式后, 广义系统将是预负载非线性的 [证明见附录 B].

定义

$$\tilde{\theta}(t) = \hat{\theta}(t) - \theta,$$

$$z(t) = \hat{\phi}(t+d) - \nu(t+d), \quad (23)$$

$$b(t) = -\phi^T(t)\tilde{\theta}(t), \quad (24)$$

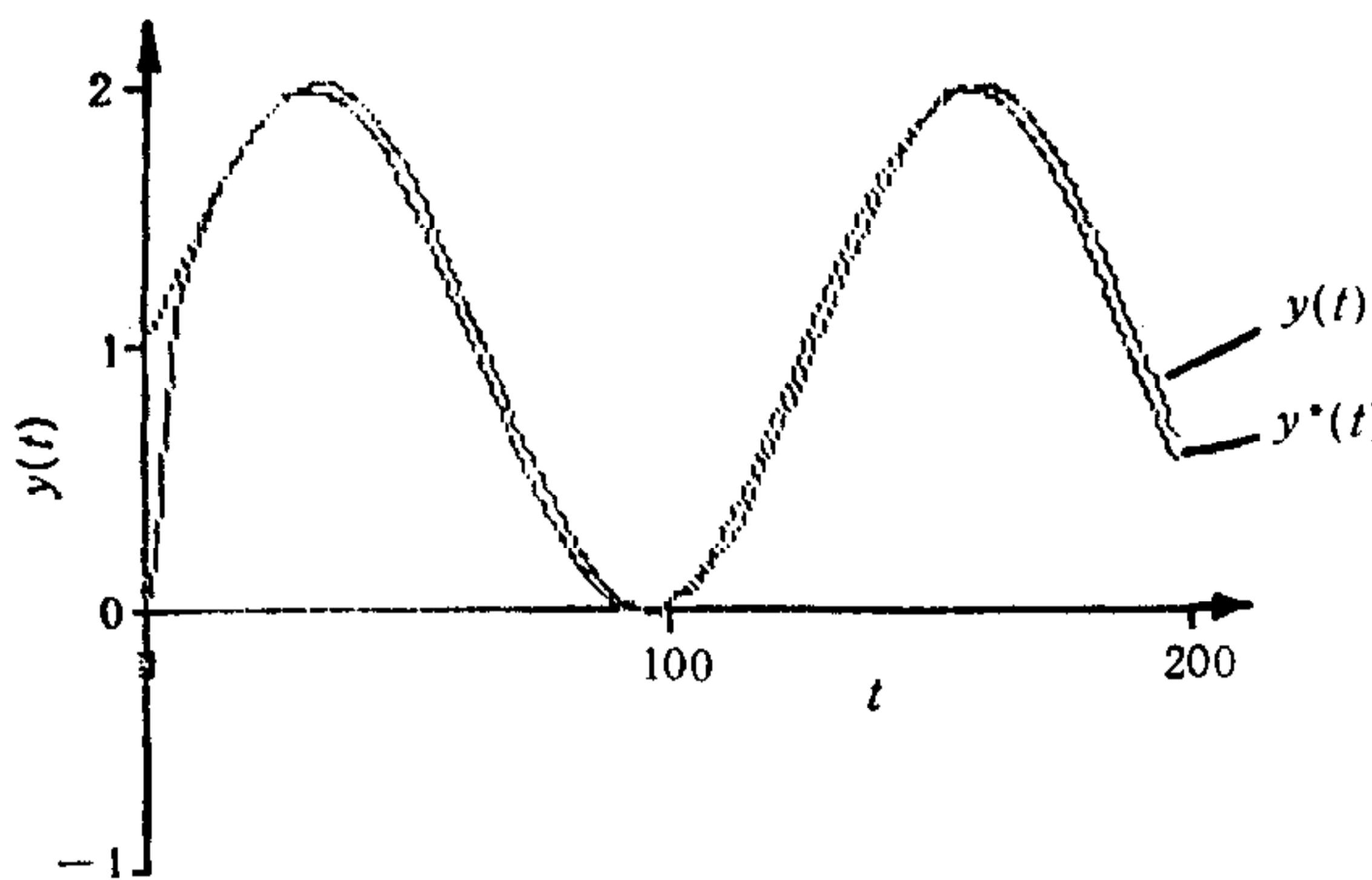


图 2 输出响应曲线

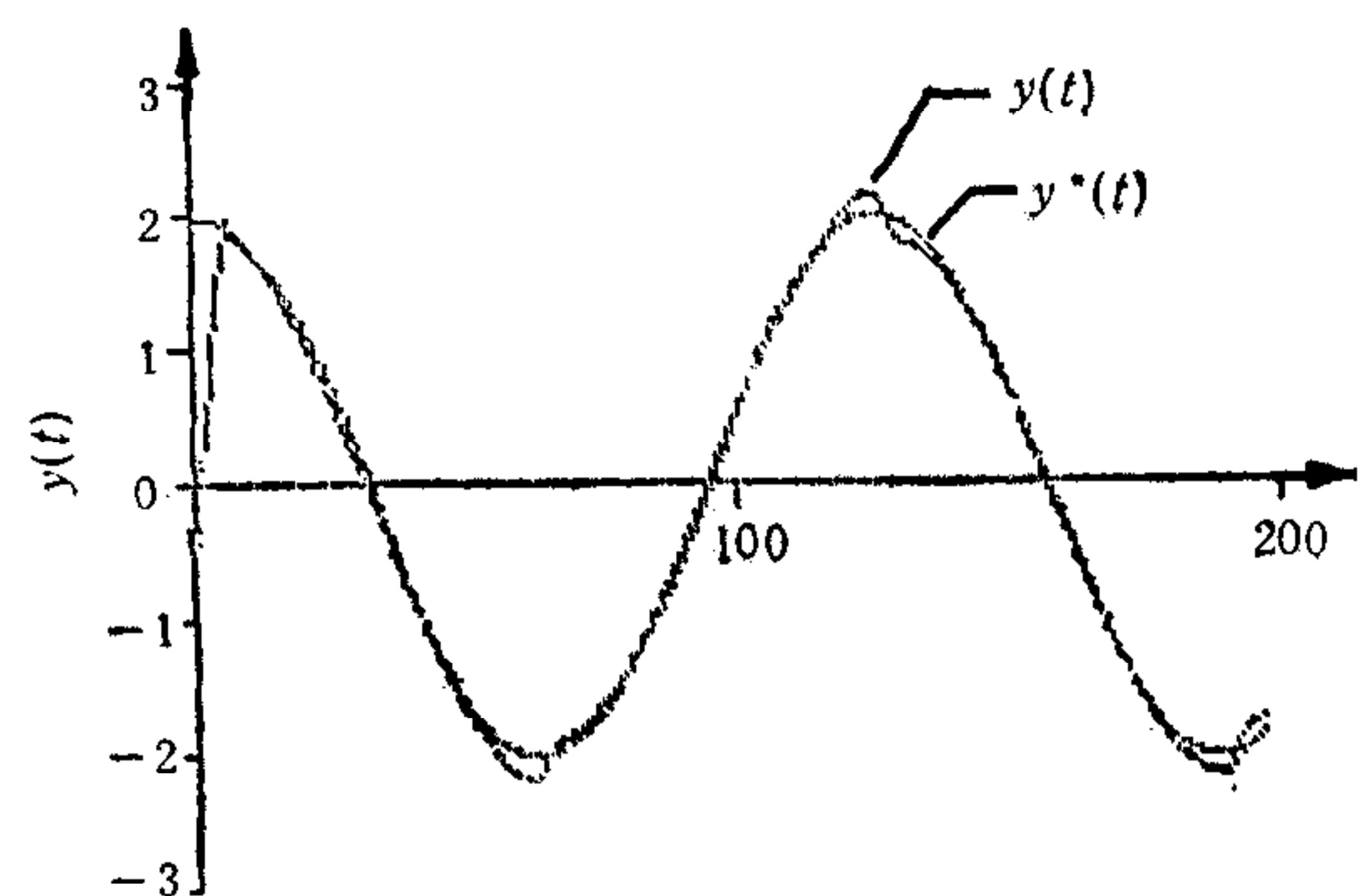


图 3 输出响应曲线

$$\bar{h}(t-d) = b(t-d) - \frac{\bar{a} + \rho}{2} z(t-d). \quad (25)$$

令

$$V(t) = \tilde{\theta}^T(t) \tilde{\theta}(t),$$

由(13),(16)和(23)式, 可得

$$\begin{aligned} V(t) &= V(t-d) + \frac{2\bar{a}}{r(t-d)} \tilde{\theta}^T(t-d) \phi(t-d) z(t-d) \\ &\quad + \frac{2\bar{a}}{r(t-d)} \tilde{\theta}^T(t-d) \phi(t-d) v(t) \\ &\quad + \frac{\bar{a}^2}{r(t-d)^2} \phi^T(t-d) \phi(t-d) [z(t-d)^2 + 2v(t)z(t-d) + v(t)^2]. \end{aligned}$$

对上式取条件均值, 并用(17),(24)和(25)式,

$$\begin{aligned} E\{V(t)/\mathcal{F}_{t-d}\} &\leq V(t-d) - \frac{2\bar{a}}{r(t-d)} b(t-d) z(t-d) \\ &\quad + \frac{\bar{a}^2}{r(t-d)} z(t-d)^2 + \frac{\bar{a}^2}{r(t-d)^2} \phi^T(t-d) \phi(t-d) \Gamma^2, \text{ a.s.} \quad (26) \end{aligned}$$

由(12),(14)和(24)式, 有

$$\begin{aligned} Cz(t-d) &= C[\hat{\psi}(t) - v(t)] = \phi^T(t-d) \theta - R\hat{\psi}(t) \\ &= -\phi^T(t-d) \tilde{\theta}(t-d) = b(t-d). \end{aligned} \quad (27)$$

将式(27)代入式(25), 则

$$\bar{h}(t-d) = \left[C - \frac{\bar{a} + \rho}{2} \right] z(t-d), \quad (28)$$

其中, 所选择的某一小正数 ρ , 仍使 $\left[C - \frac{\bar{a} + \rho}{2} \right]$ 严格正实。则由(28)式, 存在

$$S(t) = 2\bar{a} \sum_{j=d}^t \bar{h}(j-d) z(j-d) + \bar{K} \geq 0, \quad (29)$$

式中, $0 \leq \bar{K} < \infty$, $t \geq d$, $S(d-1) = \bar{K}$.

则用文献[8]中定理 4.1 的证明方法, 可推得

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \frac{N}{r(N)} \cdot \frac{1}{N} \sum_{t=0}^N z(t)^2 = 0, \text{ a. s.} \quad (30)$$

由(18)–(22)式, 可得

$$|Ry^*(t+d) - Ry(t+d)| \leq \varepsilon \hat{\theta}_{n_1+1}(t) + \frac{1}{2} \hat{\theta}_1(t), \quad (31)$$

根据(1),(2),(11),(13),(15)式和附录B结论, 有

$$\begin{aligned} A\hat{\phi}(t+d) &= [KPB + QA]\tilde{u}(t) + PB\tilde{E}h(t) + PC\omega(t+d) \\ &\quad - ARy(t+d), \end{aligned} \quad (32)$$

选择多项式 Q 和稳定多项式 P 使得 $[KPB + QA]$ 为稳定多项式。根据 $h(t)$ 定义, $\omega(t)$ 性质和 $y^*(t)$ 的有界性及(31)式, 由(13)和(32)式, 得

$$\frac{1}{N} \sum_{t=0}^N \tilde{u}(t)^2 \leq \frac{K_1}{N} \sum_{t=0}^N \hat{\phi}(t+d)^2 + K_2, \text{ a. s.} \quad (33)$$

$$\frac{1}{N} \sum_{t=0}^N y(t)^2 \leq \frac{K_3}{N} \sum_{t=0}^N \hat{\phi}(t+d)^2 + K_4, \text{ a. s.} \quad (34)$$

再用文献[8]中定理 4.1 方法, 有

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{t=0}^N z(t)^2 = 0, \text{ a. s.} \quad (35)$$

由(23)和(35)式,

$$\begin{aligned} \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{t=0}^N E\{\hat{\phi}(t+d)^2 / \mathcal{F}_t\} \\ &= \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{t=0}^N E\{[z(t)^2 + 2z(t)v(t+d) + v(t+d)^2] / \mathcal{F}_t\} \\ &= \Gamma^2, \text{ a. s.} \end{aligned} \quad (36)$$

用(31),(36)式及其 $\hat{\phi}(t+d)$ 定义, 则

$$\begin{aligned} \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{t=0}^N E\{[Py(t+d) - Ry^*(t+d) + Q\tilde{u}(t)]^2 / \mathcal{F}_t\} \\ &\leq \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{t=0}^N E\{[2\hat{\phi}(t+d)^2 + 2(Ry(t+d) - Ry^*(t+d))^2] / \mathcal{F}_t\} \\ &\leq 2\Gamma^2 + 2M^2, \text{ a. s.} \end{aligned}$$

其中

$$\left| \varepsilon \hat{\theta}_{n_1+1}(t) + \frac{1}{2} \hat{\theta}_1(t) \right| \leq M < \infty, \forall t.$$

再由(2),(11)和(33)–(36)式, 即可证得其余结论。

附录 B

对图 1 所示的滞环非线性系统, 引入补偿环节(11)式后, 补偿环节和滞环非线性部分组成的广义系统如图 4 所示。

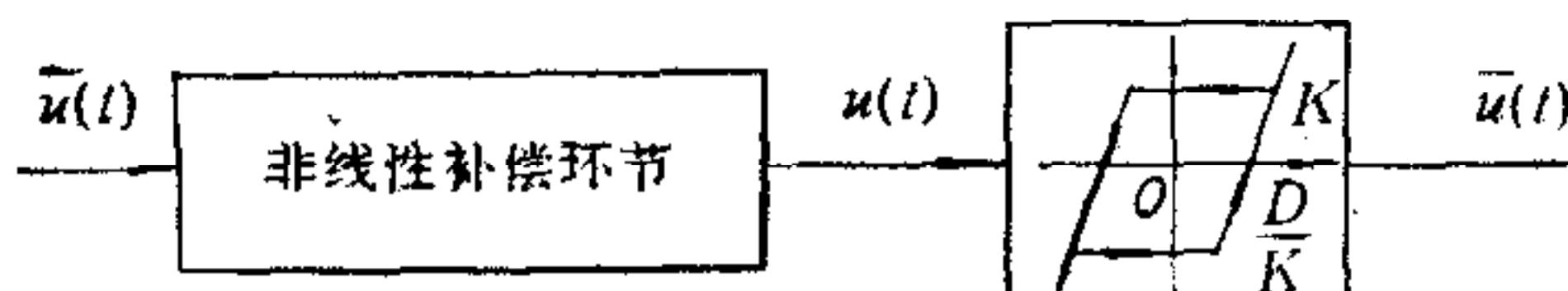


图4 广义系统的非线性部分

先讨论系统的初始状态。由假设 A4)，可得 $u(0) = 0$ 和 $y(0) = 0$ ，因此 $\bar{u}(0) = 0$ 。取补偿环节 $\tilde{u}(0) = 0$ 。

在 $t = 1$ 时，分 $\tilde{u}(1) > 0$ ， $\tilde{u}(1) < 0$ 和 $\tilde{u}(1) = 0$ 三种情况进行讨论。

i) $\tilde{u}(1) > 0$ 情况

因 $\tilde{u}(1) > \tilde{u}(0)$ ，由式(11)得

$$u(1) = \tilde{u}(1) + \bar{E} > u(0), \quad (37)$$

又

$$Ku(1) - D = K\tilde{u}(1) + [K\bar{E} - D] > \bar{u}(0). \quad (38)$$

由(2),(37)和(38)式，得

$$\bar{u}(1) = Ku(1) - D = K\tilde{u}(1) + [K\bar{E} - D]. \quad (39)$$

ii) $\tilde{u}(1) < 0$ 情况

类似 $\tilde{u}(1) > 0$ 情况，可推得

$$\bar{u}(1) = K\tilde{u}(1) - [K\bar{E} - D], \quad (40)$$

iii) $\tilde{u}(1) = 0$ 情况

因 $\tilde{u}(1) = \tilde{u}(0) = 0$ ，由(11)式，有

$$u(1) = \tilde{u}(1) = 0 = u(0),$$

又由(2)式可得， $\bar{u}(1) = \bar{u}(0) = 0$ 。此时，相当于系统仍处于初始状态。故只要 $\tilde{u}(i) \neq 0$ ($i = 1$ 或 $2, \dots$)，则(39)式或(40)式成立。

对任意的时间 $t > 1$ ，假设在 $t - 1$ 时已成立了(39)式或(40)式，类似 $t = 1$ 的推导，可证得

对 $\tilde{u}(t) > \tilde{u}(t - 1)$ ，则有

$$\bar{u}(t) = K\tilde{u}(t) + [K\bar{E} - D],$$

对 $\tilde{u}(t) < \tilde{u}(t - 1)$ ，则有

$$\bar{u}(t) = K\tilde{u}(t) - [K\bar{E} - D],$$

对 $\tilde{u}(t) = \tilde{u}(t - 1)$ ，注意 $E \leq \bar{E} \leq 2E$ 成立，则可以推得，系统的非线性部分将保持前一步的状态。

因此，在所假设的条件下，广义系统将是伪预负载非线性的。

参 考 文 献

- [1] Åström, K. J. and Wittenmark, B., On Self-tuning Regulators, *Automatica*, 9(1973), 185—199.
- [2] Anbumain, K., Patnaik, L. M. and Serma, I. G., Self-tuning Minimum-variance Control of Nonlinear Systems of the Hammerstein Model, *IEEE Trans.*, AC-26(1981), 959—961.
- [3] Kung, K. and Womark, B. F., Stability of a Discrete-time Adaptive Control Algorithm Having a Polynomial Input, *IEEE Trans.*, AC-28(1983), 1110—1112.
- [4] Kung, K. and Womark, B. F., Discrete Time Adaptive Control of Linear Dynamic Systems with a Two-segment

- Piecewise-linear Asymmetric Nonlinearity, *IEEE Trans.*, **AC-29**(1984), 170—172.
[5] Kung, K. and Womark, B. F., Discrete time Adaptive Control of Linear Systems with Proload Nonlinearity, *Automatica*, **20**(1984), 477—479.
[6] 孙西、史维,含死区非线性系统的自适应控制,南京工学院学报, **16**(1986), 1—13.
[7] 孙西、史维,具有失灵区非线性 MIMO 系统的自适应控制,自动化学报, **13**(1987), 445—449.
[8] Goodwin, G. C., Sin, K. S. and Saluja, K. K., Stochastic Adaptive Control and Prediction-The General Delay-colored Noise Case, *IEEE Trans.*, **AC-25**(1980), 946—950.

WEIGHTED ADAPTIVE CONTROL OF LINEAR DYNAMIC SYSTEMS HAVING BACKLASH NONLINEARITY

SUN XI JIN YIHUI FANG CHONGZHI

(Dept. of Automation, Tsinghua University)

ABSTRACT

In this paper, the weighted adaptive control algorithms are presented for linear dynamic systems with nonlinearity of the type of backlash with known or unknown width. The global convergency and stability of the algorithms have been established. The algorithms can be applied to the control of stable and some unstable nonminimum phase linear systems having backlash nonlinearity. The results of simulation are also provided.

Key words: Backlash nonlinearity; adaptive control; simulation.