第 17 卷 第 6 期
1991 年 11 月

自 动 化 学 报
ACTA AUTOMATICA SINICA

Vol. 17, No. 6
Nov., 1991

电力系统负荷的分解建模及预报方法

赵希人 王晓陵 郑 焱 马宏颖
(哈尔滨船舶工程学院自控系)

摘 要

本文依据电力系统负荷变化的非平稳性，提出分解建模及预报方法，推导出建模及预报公式，并成功地应用于黑龙江省电力系统的负荷预报.

关键词: 电力系统负荷，分解建模，预报.

一、引 言

电力系统负荷预报是实现电力系统科学管理，经济调度及合理规划所必须的重要内容. 近些年来，由于电力工业的迅速发展，特别是采用以电子计算机为核心的自动化监测系统，使得数据采集，安全分析及经济调度成为现代电力工业重要部分. 电力系统负荷的变化是相当复杂的，而调度部门总希望能给出一个较精确的负荷预报，以便更合理地分配用电，这不仅对于节能，而且对于高效率生产都是至关重要的.

电力系统负荷预报在国内外受到普遍重视，并做了许多工作[1-4]，但在具体应用方面的报导不多. 本文是依据随机过程理论及数理统计方法，提出对电力系统负荷采用分解建模预报法，该方法已成功地用于黑龙江省电力系统负荷预报，并取得了令人满意的精度.

电力系统负荷变化不仅随国民经济发展呈现增长趋势，而且随季节及昼夜呈现周期变化以及随大量用户使用方式不同呈现出随机性变化. 因此，电力系统负荷随时间的变化是非平稳随机过程.

设 $\{y(n), n=1,2,\cdots,N\}$ 是电力系统负荷序列，由前面的讨论，可以认为 $y(n)$ 由三项组成，即由趋势项 $f(n)$，周期项 $P(n)$ 及平稳随机项 $X(n)$ 所组成

$$y(n)=f(n)+P(n)+X(n), n=1,2,\cdots,N, \tag{1}$$

二、分解建模方法

首先，由负荷观测数据 $\{y(n), n=1,2,\cdots,N\}$ 对趋势项 $f(n)$ 建模. 电力负荷的长

本文于 1990 年 9 月25日收到.

期变化趋势，通常是在某常数基础上直线增长，有时在一段时间内呈平方增长．故可取

$$f(n)=\sum_{i=0}^{m_f} d_{i+1}n^i,\ n=1,2,\cdots,N, \tag{2}$$

其中 m_f 为阶次，于是有

$$y(n)=\sum_{i=0}^{m_f} d_{i+1}n^i+e(n), n=1,2,\cdots,N, \tag{3}$$

将上式写成向量形式得

$$\boldsymbol{y}=\boldsymbol{\Phi B}+\boldsymbol{E}, \tag{4}$$

其中

$$\left.\begin{aligned}
\boldsymbol{y}^T&=(y(1),y(2),\cdots,y(N)),\\
\boldsymbol{E}^T&=(e(1),e(2),\cdots,e(N)),\\
\boldsymbol{B}^T&=(d_1,d_2,\cdots,d_{m_f+1}),\\
\Phi&=\begin{bmatrix}1 & 1\cdots 1\\ 1 & 2\cdots 2^{m_f}\\ \vdots & \vdots \quad \vdots\\ 1 & N\cdots N^{m_f}\end{bmatrix},
\end{aligned}\right\} \tag{5}$$

$$N>m_f+1.$$

利用最小二乘法可求出 $\boldsymbol{B}$ 的最小二乘估计为

$$\hat{\boldsymbol{B}}=(\Phi^T\Phi)^{-1}\Phi^T\boldsymbol{y}, \tag{6}$$

由残差平方和

$$R(m_f)\triangleq\sum_{n=1}^{N}\left(y(n)-\sum_{i=0}^{m_f} d_{i+1}n^i\right)^2, \tag{7}$$

可构造如下统计量:

$$F=\frac{[R(m_f-1)-R(m_f)][N-m_f]}{R(m_f)}, \tag{8}$$

则 F 渐近服从 $F(1,N-m_f)$ 分布，于是可利用 F 检验法判阶 m_f.

其次，由序列 $\{p(n)\triangleq y(n)-f(n), n=1,2,\cdots,N\}$ 对周期项 $P(n)$ 建模．由电力负荷序列 $\{y(n)\}$ 去掉长期变化的趋势项序列 $\{f(n)\}$ 以后，可以看出，剩余序列 $\{p(n)\}$ 中含有周期变化的序列项 $P(n)$，例如，每年中的负荷随季节有周期变化趋势，每日的负荷随昼夜有周期变化趋势．因此，可取周期项 $P(n)$ 为

$$P(n)=\sum_{k=1}^{m_p}\left[a_{j_k}\cos\left(\frac{2\pi j_k}{N}n\right)+b_{j_k}\sin\left(\frac{2\pi j_k}{N}n\right)\right], n=1,2,\cdots,N, \tag{9}$$

其中 j_k 及 k 均为正整数，$k=1,2,\cdots,m_p$，称 m_p 为周期项的项数，

$$\left.\begin{aligned}
a_{j_k}&=\frac{2}{N}\sum_{n=1}^{N}p(n)\cos\left(\frac{2\pi j_k}{N}n\right),\\
b_{j_k}&=\frac{2}{N}\sum_{n=1}^{N}p(n)\sin\left(\frac{2\pi j_k}{N}n\right),
\end{aligned}\right\} \tag{10}$$

利用周期图可识别隐含周期 $T_k \triangleq N/j_k$ 及 m_p。周期图定义为

$$I(f_j) = \frac{N}{2}(a_j^2 + b_j^2),\ j = 1,\ 2, \cdots, l, l = \left[\frac{N}{2}\right], \tag{11}$$

其中 $f_j = j/N$,

$$\left.\begin{aligned} a_j &= \frac{2}{N}\sum_{n=1}^{N} p(n)\cos\left(\frac{2\pi j}{N}n\right), \\ b_j &= \frac{2}{N}\sum_{n=1}^{N} p(n)\sin\left(\frac{2\pi j}{N}n\right), \end{aligned}\right\} \tag{12}$$

记 I_{j_k} 为 $I(f_1), I(f_2), \cdots, I(f_l)$ 中第 k 个最大值，则统计量

$$g_k \triangleq \frac{I_{j_k}}{\sum_{j=1}^{l} I(f_j)},\ k = 1,\ 2, \cdots, l, \tag{13}$$

服从 Fisher 分布[5]，于是利用 Fisher 分布及显著性检验方法可确定周期项系数 a_{j_k}, b_{j_k} 及项数 m_p。

最后，讨论平稳随机项 $\{x(n), n = 1, 2, \cdots, N\}$ 的建模。由电力负荷序列$\{y(n)\}$去掉趋势项序列$\{f(n)\}$及周期项序列$\{P(n)\}$以后，可以认为剩余序列 $\{x(n) = y(n) - f(n) - P(n), n = 1, 2, \cdots, N\}$ 是平稳随机序列，但是，选取 ARMA 模型还是选取 AR 模型进行建模，还是值得讨论的问题，为此有

定理 1. 设平稳的 ARMA 序列模型为

$$\sum_{j=0}^{p} a_j x(n-j) = \sum_{j=0}^{p} b_j \xi(n-j), \tag{14}$$

其中 $a_0 = b_0 = 1$，$\{\xi(n)\}$ 为白色序列且$E\,\xi(n) = 0$，$D\xi(n) = \sigma_\xi^2$。如果方程

$$\sum_{j=0}^{p} b_j Z^{p-j} = 0, \tag{15}$$

的根均在单位圆内，则可用如下 AR 模型：

$$\sum_{l=0}^{M} g_l x(n-l) = \xi^*(n), \tag{16}$$

表示 ARMA 模型(14)式，其中 $\{\xi^*(n)\}$ 与 $\{\xi(n)\}$ 是任意 ε 等价的白色序列，即对任意 $\varepsilon > 0$，存在 M，使得

$$E|\xi(n) - \xi^*(n)|^2 < \varepsilon, n = 1, 2, \cdots. \tag{17}$$

$$|B_\xi(n,k) - B_{\xi^*}(n,k)| < \varepsilon, n, k = 1, 2, \cdots. \tag{18}$$

其中 $B(\cdot)$ 为相关函数。

证明．因为方程(15)的根均在单位圆内，故由随机过程理论可知 ARMA 模型(14)必可表为[6,7]

$$\xi(n)=\sum_{l=0}^{\infty} g_l x(n-l), \tag{19}$$

且有

$$\sum_{l=0}^{\infty}|g_l|<\infty, \tag{20}$$

若取

$$\xi^*(n)=\sum_{l=0}^{M^*} g_l x(n-l), \tag{21}$$

可知对任意 $\varepsilon>0$，由(20)式必存在 M，使得

$$\begin{aligned}E|\xi(n)-\xi^*(n)|^2 &= E\left|\sum_{l=M+1}^{\infty} g_l x(n-l)\right|^2 \\ &= \sum_{l,j=M+1}^{\infty} g_l \bar{g}_j E x(n-l)x(n-j) \\ &\leqslant \sigma_x^2\left[\sum_{l=M+1}^{\infty}|g_l|\right]^2<\varepsilon,\end{aligned} \tag{22}$$

于是(17)式得证．进一步对于自相关函数 $B(\cdot)$，由(19)式可知仍有

$$\begin{aligned}&|B_{\xi^*}(n,k)-B_{\xi}(n,k)| \\ &= |E\xi^*(n)\overline{\xi^+(k)}-E\xi(n)\overline{\xi(k)}| \\ &= \left|-\sum_{l=M+1}^{\infty} g_l EX(n-l)\overline{\xi(k)}-\sum_{j=M+1}^{\infty}\bar{g}_j E\xi(n)\overline{x(n-j)}\right. \\ &\quad \left.+\sum_{l,j=M+1}^{\infty} g_l\bar{g}_j E x(n-l)\overline{x(n-j)}\right| \\ &\leqslant 2\sigma_x\sigma_\xi\sum_{l=M+1}^{\infty}|g_l|+\sigma_x^2\left[\sum_{l=M+1}^{\infty}|g_l|\right]^2<\varepsilon.\end{aligned}$$

定理证毕．

由上面的定理 1，可选取平稳序列 $\{x(n)=y(n)-f(n)-P(n),\ n=1,2,\cdots,N\}$ 的模型为 AR 模型，即

$$\sum_{j=0}^{m_x} c_j x(n-j)=\xi(n), \tag{23}$$

$$c_0=1,$$

其中$\{\xi(n)\}$为零均值白噪声且 $D\xi(n)=\sigma_\xi^2$，利用熟悉的最小二乘法及 AIC 准则，可以估计出参数 $c_j, j=1,2,\cdots,m_x$，σ_x^2 及阶次 m_x．

至此，对电力负荷序列 $\{y(n),n=1,2,\cdots,N\}$ 进行分解建模为

$$y(n)=\sum_{i=0}^{m_f} d_{i+1}n^i+\sum_{k=1}^{m_p}\left[a_{i_k}\cos\left(\frac{2\pi j_k}{N}n\right)+b_{i_k}\sin\left(\frac{2\pi j_k}{N}n\right)\right]+x(n), \tag{24}$$

$$\sum_{j=0}^{m_x} c_j x(n-j) = \xi(n), \quad c_0 = 1, \tag{25}$$

三、分解预报方法

为了对(24)式及(25)式所表示的电力系统负荷实现预报，应分别对趋势项 $f(n)$，周期项 $P(n)$ 及平稳随机项 $x(n)$ 进行预报，然后将上述三项预报值相加即得电力系统负荷预报。因为趋势项 $f(n)$ 及周期项 $P(n)$ 是确定性函数，这两项的预报是简单的函数外推，所以主要讨论平稳随机项 $x(n)$ 的预报，为此有

定理 2. 对于 AR 模型(23)，必存在 c_l 和 d_l，使得 $x(n)$ 可表为

$$x(n) = \sum_{l=0}^{m} c_l \xi(n-l) + \sum_{j=1}^{m_x} d_j x(n-m-j), \tag{26}$$

其中 $c_0 = 1$，m 为任意正整数.

证明. 由(23)式可写出

$$\begin{aligned}
c_0\xi(n) &= c_0 a_0 x(n) + \cdots + c_0 a_{m_x} x(n-m_x), \\
c_1\xi(n-1) &= c_1 a_0 x(n) + \cdots + c_1 a_{m_x} x(n-1-m_x), \\
&\cdots\cdots \\
c_m\xi(n-m) &= c_m a_0 x(n) + \cdots + c_m a_{m_x} x(n-m-m_x),
\end{aligned}$$

将以上各式相加整理并注意到 $c_0 = a_0 = 1$，则有

$$\begin{aligned}
x(n) = &\sum_{l=0}^{m} c_l \xi(n-l) - \left[\sum_{i=0}^{1} c_i a_{1-i}\right] x(n-1) - \cdots \\
&- \left[\sum_{i=0}^{m} c_i a_{m-i}\right] x(n-m) - \left[\sum_{i=0}^{m+1} c_i a_{m+1-i}\right] x(n-m-1) - \cdots \\
&- \left[\sum_{i=0}^{m+m_x} c_i a_{m+m_x-i}\right] x(n-m-m_x),
\end{aligned} \tag{27}$$

令上式等号右端第二项至第 $m+1$ 项的系数为零，于是有

$$\left.\begin{aligned}
&c_1 = -c_0 a_1, \\
&c_2 = -[c_0 a_2 + c_1 a_1], \\
&\cdots\cdots \\
&c_m = -[c_0 a_m + c_1 a_{m-1} + \cdots + c_{m-1} a_1], \\
&c_{m+1} = c_{m+2} = \cdots\cdots = c_{m+m_x} = 0,
\end{aligned}\right\} \tag{28}$$

再令

$$\left.\begin{aligned}
d_1 &= -\sum_{i=0}^{m+1} c_i a_{m+1-i}, \\
d_2 &= -\sum_{i=0}^{m+2} c_i a_{m+2-i},
\end{aligned}\right\} \tag{29}$$

$$\cdots\cdots$$
$$d_{m_x} = -\sum_{i=0}^{m+m_x} c_i a_{m+m_x-i},$$

将(28)式及(29)式代入(27)式即得(26)式。证毕。

利用上面的定理，可推出 AR 模型(23)的最小方差预报公式，其结果用下面定理叙述。

定理 3. 对于 AR 模型(23)，对任意 $n_0>0$，由 $\{x(k),k\leqslant 0\}$ 对 $x(n_0)$ 的线性最小方差预报 $\hat{x}(n_0)$ 为

$$\hat{x}(n_0)=\sum_{j=1}^{m_x} d_j x(1-j), \tag{30}$$

其中各系数 d_j 由(29)式计算。

证明。由定理 2 中(26)式，令 $n=n_0$, $m=n_0-1$，于是有

$$x(n_0)=\sum_{l=0}^{n_0-1} c_l \xi(n_0-l)+\sum_{j=1}^{m_x} d_j x(1-j).$$

利用投影公式及投影的线性性质，可得

$$\hat{x}(n_0)\triangleq\hat{E}(x(n_0)/x(k),k\leqslant 0)$$
$$=\sum_{l=0}^{n_0-1} c_l\hat{E}(\xi(n_0-l)/x(k),k\leqslant 0)+\sum_{j=1}^{m_x} d_j\hat{E}(x(1-j)/x(k),k\leqslant 0), \tag{31}$$

又因 $\{\xi(n)\}$ 为白色序列，所以有

$$\hat{E}(\xi(n_0-l)/x(k),k\leqslant 0)=0, l=0,1,\cdots,n_0-1, \tag{32}$$

并且还有

$$\hat{E}(x(1-j)/x(k),k\leqslant 0)=x(1-j), j=1,2,\cdots,m_x, \tag{33}$$

将(32)式及(33)式代入(31)式即得定理中(30)式。证毕。

四、实际应用情况

本文所述的分解建模及预报方法成功地应用于黑龙江省电力系统负荷预报。现将应用情况介绍如下：

1）小时负荷预报。依据过去的小时负荷数据对未来24小时的小时负荷进行预报，这对经济调度有重要用途。现将 1990 年 1 月至 5 月预报的后验精度列入表 1 所示。

表 1　小时负荷预报的后验精度统计表

时间(小时)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
后验精度(%)	3.1	3.5	5.1	3.6	4.9	4.5	4.9	4.2	4.3	4.0	2.7	2.4
时间(小时)	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
后验精度(%)	3.2	3.9	3.5	4.0	5.2	3.9	4.7	5.3	5.2	4.9	4.7	3.7

2）日负荷、旬负荷及月负荷预报． 依据过去的日负荷数据、旬平均负荷数据及月平均负荷数据对未来三天的日负荷、未来一月(三个旬)内旬平均负荷及未来三个月的月平均负荷进行预报，后验精度统计由表 2 所示．

表 2　日负荷、旬及月平均负荷预报的后验精度

时　间	1天	2天	3天	1旬	2旬	3旬	1月	2月	3月
后验精度(%)	2.3	2.6	3.0	2.4	3.6	4.4	2.0	2.2	2.7

五、讨　论

本文所述的建模及预报方法是分三步进行的，首先是趋势项建模及预报，然后是周期项建模及预报，最后是平稳随机项建模及预报．这在软件设计上是较为复杂的，计算量也是较大的，但应用于电力系统负荷预报取得相当满意的精度．

如果仅仅采用大家所熟悉的 AR 序列建模及预报方法， 虽然程序简单而且计算量较小，但精度差．例如，用相同的数据但只用 AR 建模及预报法，对旬平均负荷及月平均负荷预报，后验精度统计由表 3 所示．

表 3　AR 建模法对旬及月平均负荷预报的后验精度

时　间	1旬	2旬	3旬	1月	2月	3月
后验精度(%)	2.8	3.9	4.6	2.5	2.8	3.7

比较表 2 与表 3 可以看出，本文所述的分解建模及预报方法用于电力系统负荷预报是可取的，其精度优于通常的 AR 建模预报法。

本文得到了黑龙江省电力局调度局的大力协助与支持，特别是提供了自 1987 年以来的全部电力负荷数据，在此表示衷心的感谢．

参　考　文　献

[1] 刘晨晖，电力系统负荷预报理论与方法，哈尔滨工业大学出版社，1987.
[2] Hagan, M.T., Behr, S.M., The Time Series Approach to Short Term Load Forecasting, *IEEE Trans. On Power Systems*, *PWRS*-2,3,1987.
[3] Rahman, S., Bhatnagar,R., An Expert System Based Algorithm For Short Term Load Forecast, *IEEE Trans. on Power Systems*, 3,1988.
[4] Goh, T.N. and Ong, H.L., A New Approach to Statistical Forecasting of Daily Peak Power Demand, Electric Power Systems Research, 1986.
[5] 中国科学院计算中心概率统计组，概率统计计算，科学出版社，1983，283—290.
[6] 复旦大学，概率论，第三册(随机过程)人民教育出版社，1981，228—248.
[7] 赵希人，工程中的随机过程，黑龙江教育出版社，1988，209—250.

THE DECOMPOSITION MODELING AND PREDICTION METHOD FOR POWER SYSTEMS LOAD FORECASTING

ZHAO XIREN　WANG XIAOLING　ZHENG YAN　MA HONGYING

(Dept. of Automatic Control, Harbin Shipbuilding Enigneering Institute)

ABSTRACT

According to the nonstationary property of power system loads, a novel method of decomposition modeling and prediction for such loads is presented in this paper. The formulae of modeling and prediction are derived. This method has been successfully applied to model and predict HLJ power system loads.

Key words: Power system loads; decomposition modeling; prediction.

编 辑 部 启 事

一、本刊前几年由于出版容量小;来稿量大,出现稿件积压,出版周期过长等问题.对此，本刊采取了一系列解决措施.特别是从今年开始,大幅度增加了期刊页面,使稿件积压问题得以根本解决.目前本刊出版周期已控制在一年左右，其中优秀稿件将作到尽早发表.诚恳欢迎自动化界广大作者和读者大力支持本刊工作,踊跃投稿.

二、本刊英文版(选译本)于 1989 年开始在美国出版发行，以便进一步扩大《自动化学报》在国际上的影响,促进学术交流.　英文翻译版的稿件由中文版已发表的稿件中选取.凡在中文版发表的稿件，其中大部分可能在英文版发表.为了缩短英文版的出版周期，请作者尽最大努力提高稿件的翻译质量.

三、本刊将试办优秀论文评选活动,对优秀论文将给予适当奖励.1992 年将对 1991 年《自动化学报》所刊登的各类文章,分别根据学术水平,作者的创造性，对读者的指导性及在国民经济建设中的作用等标准进行评选.为了做好这项工作，希望各位作者及时将您文章的有关情况,如:论文的背景、在学术交流中的作用、获奖情况、推广应用及经济效益情况、文章被引用的情况等附上必要的证明材料及时报编辑部备案.寄材料时请注明作者姓名及文章发表的卷、期号.

优秀论文评选活动今后将每年举办一次.