

# 一种新型的非结构模型和基于它的 广义预测控制器<sup>1)</sup>

王建奇 王行愚

(华东化工学院自动化研究所, 上海 200237)

## 摘 要

本文给出离散 Laguerre 函数的三项递推公式和非结构模型的定义; 提出应用离散 Laguerre 函数的有关性质建立过程的非结构模型的方法; 得到一个新型的非结构模型; 并导出了基于该模型的广义预测控制器; 最后, 以仿真例子说明了该控制器的有效性。

**关键词:** 建模, 非结构模型, 广义预测控制, 自适应控制, 离散 Laguerre 函数。

## 一、引 言

在过去的二十多年里, 自适应控制问题一直是控制界研究的热点之一, 已经形成了许多不同的设计自适应控制器的方法。然而, 自适应控制器目前还远不如 PID 调节器应用得广泛。其主要原因是, 这些方法的运用, 需要假定被控过程与所选模型具有相同的阶、滞后和非线性结构, 以及被控过程是非最小相位系统<sup>[1]</sup>。然而, 实际的工业过程往往是复杂的动态过程, 它的阶、滞后和非线性结构等特征通常是无法确切知道的, 而且被控系统也未必是最小相位系统。这就使得按理想条件设计的自适应控制器可能导致很差的实际效果<sup>[2]</sup>。

为了减少对先前信息的需求和改善自适应控制器对结构不确定性的鲁棒性, Zervos 和 Dumont 选用连续 Laguerre 网络来近似描述系统, 并导出了基于具有一阶保持器的离散化 Laguerre 网络近似模型的自适应控制器<sup>[3]</sup>。

本文用对离散系统的脉冲响应函数序列进行正交逼近的方法建立过程的非结构模型, 并导出基于该模型的广义预测控制器。

## 二、离散 Laguerre 函数

**定义 1.** 如果函数系  $\{\phi_i(k), i = 0, 1, 2, \dots\}$  满足

本文于 1991 年 1 月 15 日收到。

1) 国家自然科学基金资助课题。

$$\begin{cases} \phi_0(k) = \xi^k(1 - \xi^2)^{1/2}, \\ \phi_1(k) = \xi^{k-1}(1 - \xi^2)^{3/2}k - \xi^{k+1}(1 - \xi^2)^{1/2}, \\ \phi_{i+1}(k) = \left( \xi^{-1} \frac{1 - \xi^2}{i+1} k - \xi - \xi^{-1} \frac{i}{i+1} \right) \phi_i(k) \\ \quad - \frac{i}{i+1} \phi_{i-1}(k), \quad (i = 1, 2, \dots), \end{cases} \quad (1)$$

则称它为离散 Laguerre 函数系<sup>[4,5,6,7]</sup>。其中,  $\xi = e^{-\lambda/2}$ ,  $\xi^2 \in (0, 1)$  是折扣因子,  $\lambda$  是一个正实数。

离散 Laguerre 函数系  $\{\phi_i(k), i = 0, 1, 2, \dots\}$  是一组正交基。即有

$$\sum_{k=0}^{\infty} \phi_i(k) \phi_j(k) = \delta_{ij}, \quad (2)$$

其中,  $\delta_{ij}$  是 Kronecker 符号。  $\{\phi_i(k), i = 0, 1, 2, \dots\}$  是一组完备基。因此, 任一给定离散函数  $f(k)$  可以用式

$$f(k) = \sum_{i=0}^N f_i \phi_i(k) = \mathbf{f}^T \boldsymbol{\Psi}(k) \quad (3)$$

逼近。其中

$$f_i = \sum_{k=0}^{\infty} f(k) \phi_i(k), \quad (4)$$

$$\boldsymbol{\Psi}(k) = [\phi_0(k), \phi_1(k), \dots, \phi_N(k)]^T \quad (5)$$

是  $N+1$  维的离散 Laguerre 函数向量。

$$\mathbf{f} = [f_0, f_1, \dots, f_N]^T \quad (6)$$

是函数  $f(k)$  的离散 Laguerre 函数的展开系数向量。

### 三、离散 Laguerre 函数的前向移位运算矩阵

由文献 [6] 知, 对离散 Laguerre 函数向量  $\boldsymbol{\Psi}(k)$ , 存在一个  $(N+1) \times (N+1)$  维的常数前向移位运算矩阵  $S$ , 使得

$$\boldsymbol{\Psi}(k+1) = S\boldsymbol{\Psi}(k), \quad (7)$$

其中

$$S = \begin{bmatrix} \xi & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \eta & \xi & 0 & \cdots & 0 \\ -\xi\eta & \eta & \xi & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ (-\xi)^{N-1}\eta & (-\xi)^{N-2}\eta & (-\xi)^{N-3}\eta & \cdots & \xi \end{bmatrix}, \quad (8)$$

$$\eta = 1 - \xi^2.$$

### 四、线性离散系统的非结构模型

**定义 2.** 所谓非结构模型是指不包含过程的阶、时滞和非线性结构等结构特征信息

的一类模型。

本文是指将过程的阶、时滞等结构特征参数化所得到的一类近似模型。

通常, 单输入单输出线性离散系统的输入输出关系可用如下形式的卷积和来描述<sup>[8,9]</sup>:

$$y(k) = \sum_{j=0}^{k-1} h(k-1-j)u(j), \quad (9)$$

其中,  $y(k)$  是系统的输出,  $u(k)$  是系统的输入,  $h(k)$  是系统的脉冲响应函数。由式(3)得

$$h(k-1-j) = \mathbf{h}^T \boldsymbol{\Psi}(k-1-j), \quad (10)$$

将式(10)代入式(9)并整理有

$$y(k) = \mathbf{h}^T \sum_{j=0}^{k-1} \boldsymbol{\Psi}(k-1-j)u(j), \quad (11)$$

由式(9),  $\sum_{j=0}^{k-1} \boldsymbol{\Psi}(k-1-j)u(j)$  可以看作脉冲响应序列为  $\{\boldsymbol{\Psi}(k-1-j), k-1-j=0, 1, \dots, k-1\}$  的线性离散系统在输入序列  $\{u(j), j=0, 1, \dots, k-1\}$  的作用下的输出。如果将它用  $\mathbf{l}(k)$  表示, 即

$$\mathbf{l}(k) = \sum_{j=0}^{k-1} \boldsymbol{\Psi}(k-1-j)u(j), \quad (12)$$

则有

$$y(k) = \mathbf{h}^T \mathbf{l}(k). \quad (13)$$

由式(12)有

$$\mathbf{l}(k+1) = \sum_{j=0}^{k-1} \boldsymbol{\Psi}(k-1-j+1)u(j) + \boldsymbol{\Psi}(0)u(k). \quad (14)$$

将式(7)代入式(14)得

$$\mathbf{l}(k+1) = S \sum_{j=0}^{k-1} \boldsymbol{\Psi}(k-1-j)u(j) + \boldsymbol{\Psi}(0)u(k). \quad (15)$$

将式(12)代入式(15)得

$$\mathbf{l}(k+1) = S\mathbf{l}(k) + \boldsymbol{\Psi}(0)u(k), \quad (16)$$

其中, 由式(1)得

$$\phi_i(0) = (-\xi)^i (1 - \xi^2)^{1/2}.$$

这样, 就为单输入单输出离散线性系统建立了一个形如式(13)和式(16)所示的模型。该模型是以状态方程的形式出现的, 状态方程的维数是近似逼近系统的脉冲响应序列  $\{h(k-1-j), k-1-j=0, 1, \dots, k-1\}$  所选用离散 Laguerre 函数的项数。其特点如下:

1) 由离散 Laguerre 函数的正交性知, 增加模型阶数不影响低阶系数。因此, 只要求出高阶系数就能在线增加模型阶数。

2) 在该模型中, 状态系数矩阵  $S$  和输入系数向量  $\boldsymbol{\Psi}(0)$  是确定的, 而不确定的仅是

$h_i (i = 0, 1, \dots, N)$ 。所以, 参数与状态组合估计这一非线性问题可用两个线性子问题替代。

3) 该模型是一个近似的非结构模型, 具有结构柔性, 能够用来描述更多的过程。

4) 用该模型描述系统时, 系统的时滞是通过参数向量  $\mathbf{h}^T$  表示出来的, 而不需单独考虑, 简化了时滞系统的处理。由于这种参数化方法与 pade 逼近法相类似, 因此具有较高的精度。

5) 与 Zervos 和 Dumont 给出模型的方法相比, 该方法直观、易于推广到多变量系统和非线性系统, 模型参数有明确意义, 便于分析系统的有关性质。

## 五、广义预测控制器

上述模型的自适应控制器的设计分为参数辨识和求控制律两部分。

### 1. 参数辨识

对于式 (13) 和 (16) 表示的模型, 可用如下递推最小二乘的方法辨识参数向量  $\mathbf{h}$ :

$$\mathbf{h}(k) = \mathbf{h}(k-1) + \frac{P(k-1)l(k)}{\beta + l^T(k)P(k-1)l(k)} [y(k) - \mathbf{h}^T(k-1)l(k)], \quad (17)$$

$$P(k) = \frac{1}{\beta} \left[ P(k-1) - \frac{P(k-1)l(k)l^T(k)P(k-1)}{\beta + l^T(k)P(k-1)l(k)} \right], \quad (18)$$

其中  $\beta$  是遗忘因子;  $P(k)$  是  $k$  时刻的协方差矩阵。为了防止因近似余差而引起辨识参数偏差, 最小二乘算法使用了变量  $l(k)$ ,  $u(k)$  和  $y(k)$  代替原来的值。

### 2. 预测控制律

由式 (13), (16) 和预测理论<sup>[10,11]</sup>, 时刻  $k$  后的  $d$  步输出可表示为

$$\begin{aligned} y(k+j) = & y(k) + \mathbf{h}^T(S^j - I)l(k) + \mathbf{h}^T[S^{j-1}\Psi(0)u(k) \\ & + S^{j-2}\Psi(0)u(k+1) + \dots + \Psi(0)u(k+j-1)], \\ & j = 1, 2, \dots, d. \end{aligned} \quad (19)$$

为了消除模型误差、系统干扰等带来的输出预测误差, 提高预测精度, 本文采用现时刻的预测误差  $y(k) - \mathbf{h}^T l(k)$  对模型输出预测值进行修正。

应用预测控制理论<sup>[12,13]</sup>, 可将控制  $u(k), u(k+1), \dots, u(k+d-1)$  的求解问题化为如下静态优化问题的求解问题:

问题  $P$ : 寻求最优控制  $u(k+j) \in \Omega (j = 0, 1, \dots, d-1)$  使得性能指标

$$J_k = \sum_{j=1}^d \{p(j)[y(k+j) - y_r(k+j)]^2 + q(j)u^2(k+j-1)\} \quad (20)$$

最小, 且满足方程 (19)。其中  $\Omega$  是容许控制集;  $y_r(k+j)$  是由方程:

$$y_r(k+j) = \alpha^j y(k) + (1 - \alpha^j)w(k), \quad j = 1, 2, \dots, d \quad (21)$$

描述的参考轨迹。  $0 < \alpha < 1$ ,  $w(k)$  是设定值;  $d$  是最大预测长度;  $p(j)$  和  $q(j)$  为加权因子。

如果对控制序列  $\{u(k+j), j = 0, 1, \dots, d-1\}$  没有其它限制, 且令

$$A = (a_{ij}), \quad (i = 0, 1, \dots, d-1, j = 0, 1, \dots, d-1);$$

$$a_{ij} = \begin{cases} \sum_{\sigma=i+1}^d 2p(\sigma) \mathbf{h}^T [S^{\sigma-j-1} \boldsymbol{\Psi}(0)] [\mathbf{h}^T S^{\sigma-1-i} \boldsymbol{\Psi}(0)], & i > j, \\ \sum_{\sigma=i+1}^d 2p(\sigma) \mathbf{h}^T [S^{\sigma-j-1} \boldsymbol{\Psi}(0)] [\mathbf{h}^T S^{\sigma-1-i} \boldsymbol{\Psi}(0)] + 2q(i+1), & i = j, \\ \sum_{\sigma=j}^d 2p(\sigma) \mathbf{h}^T [S^{\sigma-j-1} \boldsymbol{\Psi}(0)] [\mathbf{h}^T S^{\sigma-1-i} \boldsymbol{\Psi}(0)], & i < j, \end{cases}$$

$$\mathbf{b} = [b_0, b_1, \dots, b_{d-1}]^T,$$

$$b_i = \sum_{\sigma=i+1}^d 2p(\sigma) \{y(k) + \mathbf{h}^T (S^\sigma - I) \mathbf{l}(k) - y_r(k + \sigma)\} \mathbf{h}^T S^{\sigma-1-i} \boldsymbol{\Psi}(0).$$

那么,问题  $P$  的解可表示为

$$[u(k), u(k+1), \dots, u(k+d-1)]^T = A^{-1} \mathbf{b}. \tag{22}$$

当取  $m = 1, q(1) = 0, p(1) = 1, p(j) = 0, (j = 2, \dots, d), u(k+1) = u(k+2) = \dots = u(k+d-1) = u(k)$  时有

$$u(k) = u(k+1) = \dots = u(k+d-1) = \frac{(\alpha^d - 1)y(k) - \mathbf{h}^T (S^d - I) \mathbf{l}(k) + (1 - \alpha^d)u(k)}{\mathbf{h}^T (S^{d-1} + S^{d-2} + \dots + I) \boldsymbol{\Psi}(0)}. \tag{23}$$

综上所述,基于非结构模型 (13), (16) 的广义预测控制可描述为

- 1) 检测过程的输出  $y(k)$  和设定值  $w(k)$ ;
- 2) 用式 (16) 求解状态向量  $\mathbf{l}(k)$ ;
- 3) 使用式 (17) — (18) 辨识参数向量  $\mathbf{h}$ ;
- 4) 解优化问题  $P$ , 求控制  $u(k), u(k+1), \dots, u(k+d-1)$ ;
- 5) 返回 1)。

## 六、仿真结果

考虑图 1 所示的闭环系统  $H(q^{-1})$ 。

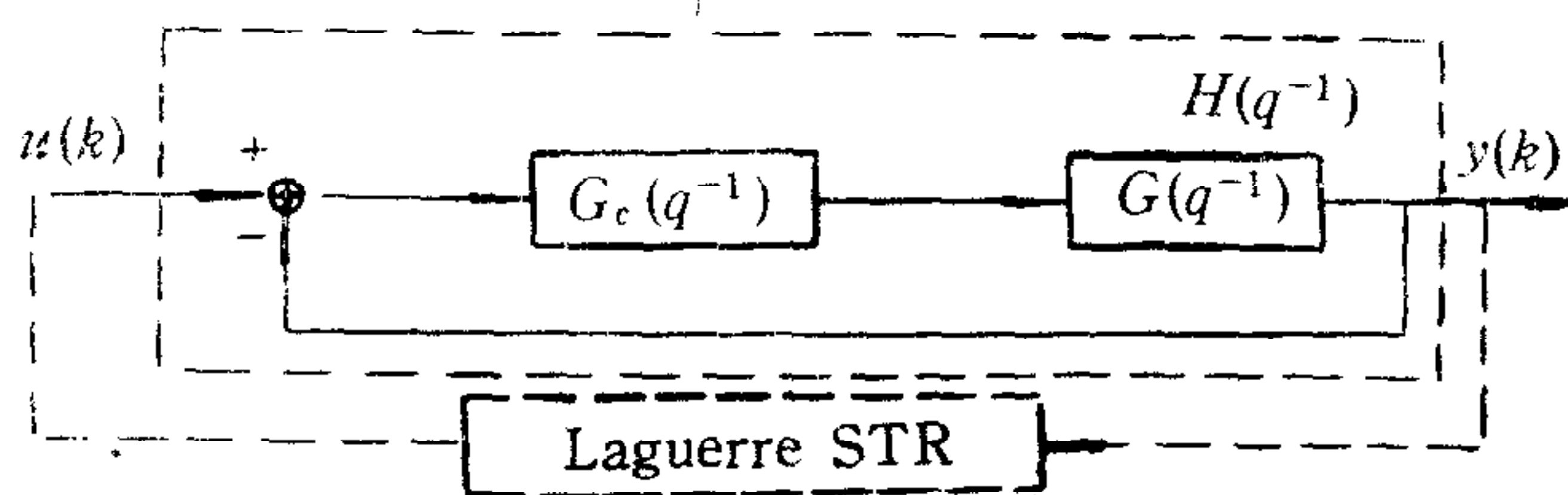


图 1 被控闭环系统

其中

$$H(q^{-1}) = \frac{G_c(q^{-1})G(q^{-1})}{1 + G_c(q^{-1})G(q^{-1})},$$

$$G_c(q^{-1}) = K_c \frac{1 + 0.6048q^{-1}}{1 - 0.3697q^{-1}}$$

$$G(q^{-1}) = \frac{0.0193(1 + 0.0672q^{-1})}{1 - 1.9048q^{-1} + 0.9048q^{-2}} q^{-k_d}$$

图 2 给出了设定值的轨线和取  $K_c = 0.3397$ ,  $k_d = 1$  时,  $H(q^{-1})$  对该设定值的响应曲线以及  $H(q^{-1})$  在用本文所给的广义预测控制器作用下对该设定值的响应曲线。这里共讨论了三种情况:

1)  $K_c = 0.3397$ ,  $k_d = 1$ , 不存在噪声。

2)  $k_d = 1$ ,  $K_c$  按式  $K_c(i) = 0.3397 + 0.01 * \text{INT}(i/10)$  发生漂移, 不存在噪声。

3)  $K_c = 0.3397$ ,  $k_d = 1$ , 存在一个在区间  $(-0.01, 0.01)$  上均匀分布的随机噪声。

在以上各情况的仿真中,  $u(k), u(k+1), \dots, u(k+d-1)$  是由式 (23) 给出的, 且  $d = 2$ ,  $\alpha = 0.5$ ,  $\beta = 1$ ,  $\lambda = 0.1$ ,  $N = 10$ ,  $P(0) = 10000I$ ,  $h_i(0) = 0.1(N-i)$ 。

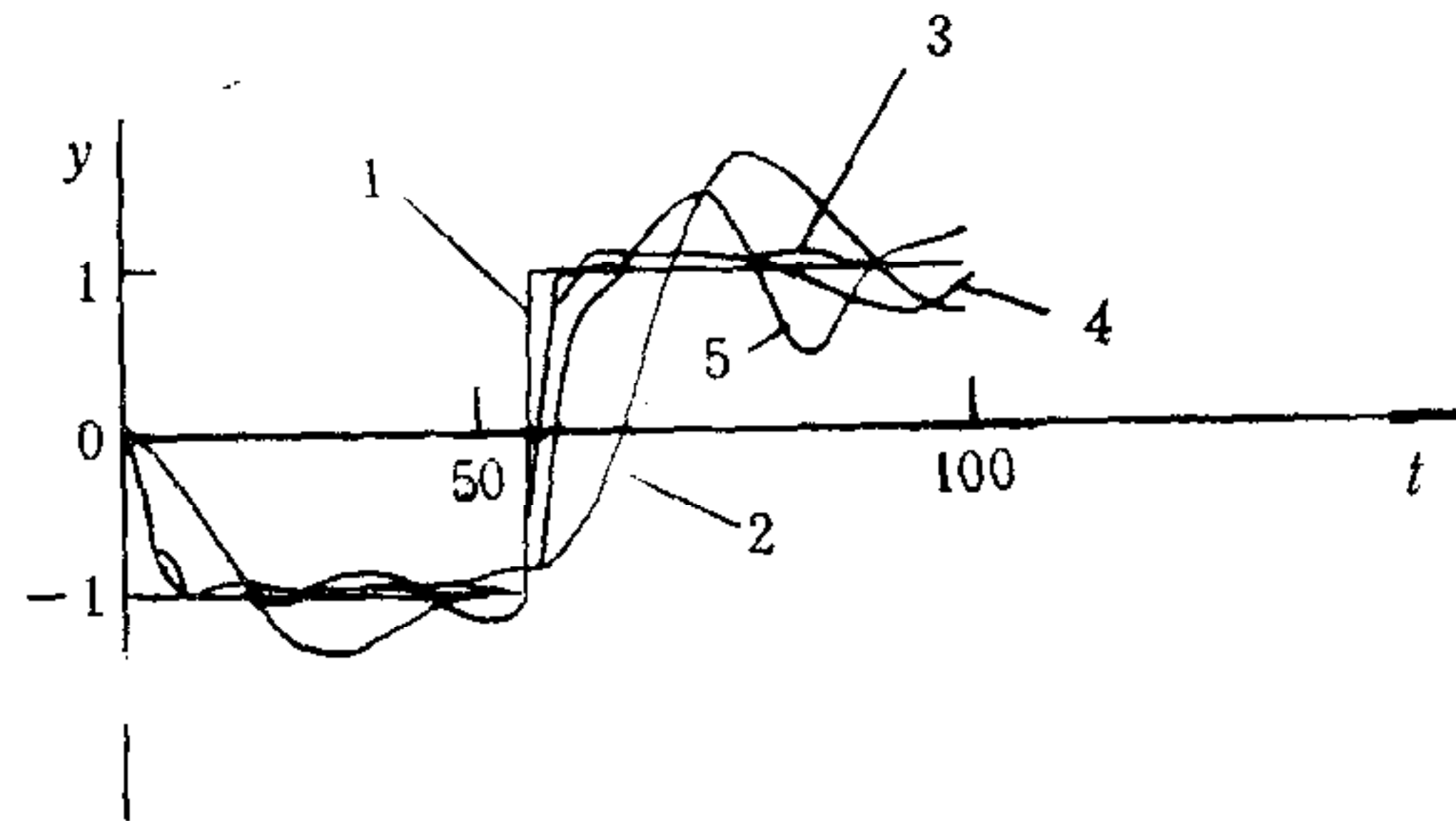


图 2

1——设定值轨线; 2—— $H(q^{-1})$  的响应曲线; 3—— $H(q^{-1})$  在广义预测控制器作用下的响应曲线; 4—— $H(q^{-1})$  的参数发生漂移时, 在广义预测控制器作用下的响应曲线; 5—— $H(q^{-1})$  存在随机干扰时, 在广义预测控制器作用下的响应曲线。

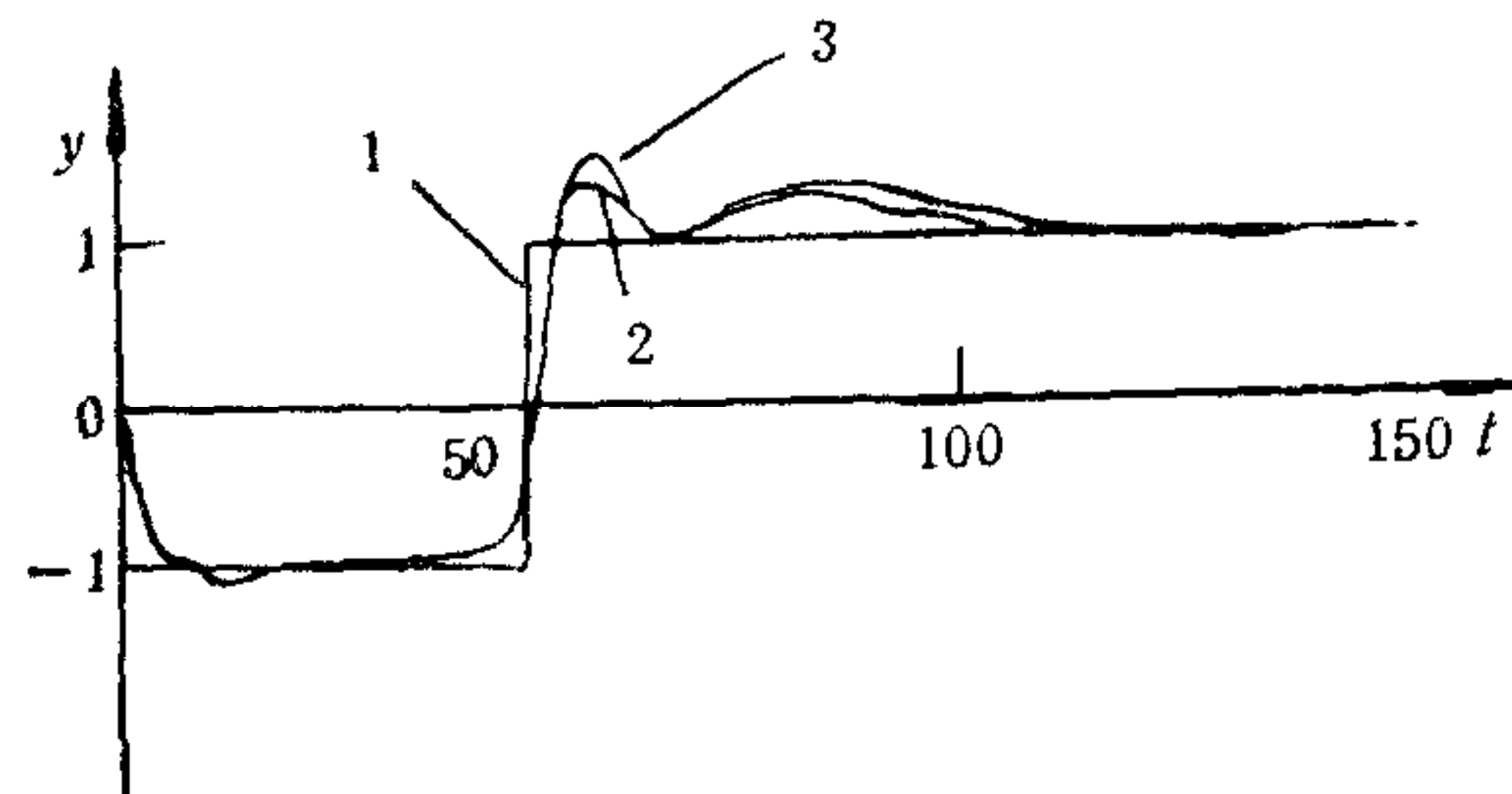


图 3

1——设定值轨线; 2—— $H(q^{-1})$  在广义预测控制器作用下的响应曲线; 3—— $H(q^{-1})$  的时滞发生变化时, 在广义预测控制器作用下的响应曲线。

图 3 给出了设定值的轨线和  $H(q^{-1})$  在用本文所给的广义预测控制器的作用下, 对设定值的响应曲线, 并讨论了以下两种情况:

1)  $K_c = 0.3397$ ,  $k_d = 1$ , 不存在噪声;

$$2) K_c = 0.3397, k_d = \begin{cases} 1, & k' < 30, \\ 2, & k \geq 30, \end{cases} \text{ 不存在噪声.}$$

此时,除了  $d = 3$  和  $N = 5$  外,其它各参数的值同上。

仿真结果表明,该控制系统能够很好地跟随设定值的变化,并且有良好的抗干扰性能,即使被控对象的参数和结构发生变化时,也是如此。

使用本文方法设计的广义预测控制器具有较好的控制精度和鲁棒性,并且简单可行。

### 参 考 文 献

- [1] 袁震东,自适应控制理论及其应用,华东师范大学出版社,1988.
- [2] Rohrs, C., Valavani, L., Athans, M. and Stein, G., Robustness of Continuous-time Adaptive Control Algorithms in the Presence of Unmodelled Dynamics, *IEEE Trans.*, AC-30(1985), 881—889.
- [3] Zervos, C. C. and Dumont, G. A., Deterministic Adaptive Control Based on Laguerre Series Representation, *Int. J. Control*, 48(1988), 2333—2359.
- [4] Gottlieb, M. J., Polynomials Orthogonal on a Finite or Enumerable Set of Points, *Am. J. Math.*, 60(1938), 453.
- [5] King, R. E. and Paraskevopoulos, P. N., Digital Laguerre Filters, *Int. J. Circuit Theory Applic.*, 5(1977), 81—91.
- [6] Hwang, C. and Shyu, K. K., Analysis and Identification of Discrete-time Systems Via Discrete Laguerre Functions, *Int. J. Systems Sci.*, 18(1987), 1815—1824.
- [7] Nurges, U. and Jaaksoo, U., Laguerre State Equations of a Multivariable Discrete Time System, 8th World IFAC Congress, 1981, 1153—1158.
- [8] Strojic, V., State space theory of discrete linear control, A Wiley-interscience Publication, 1980.
- [9] Landau, Y. D., Adaptive Control—The model reference approach, Marcel Dekker, Inc., 1979.
- [10] Richalet, J., Rault, A., Testud, J. and Papon, J., Model Predictive Heuristic Control: Applications to Industrial Processes, *Automatica*, 14(1978), 413—428.
- [11] Astrom, L. J., Borisson, U., Ljung, L. and Wittenmark, B., Theory and Applications of Self-tuning Regulators, *Automatica*, 13(1977), 457.
- [12] 席裕庚,张钟俊,一类新型计算机控制算法,预测控制算法,控制理论与应用,2(1985),3,1.
- [13] Clarke, D. V., Mohtadi, C. and Tuffs, P. S., Generalized Predictive Control—Part I. The Basic Algorithm, *Automatica*, 23(1987), 137—143.

# A NOVEL UNSTRUCTURED MODEL AND THE GENERALIZED PREDICTIVE CONTROLLER BASED ON IT

WANG JIANQI    WANG XINGYU

*(Research Institute of Automatic Control, East China University of Chemical Technology, Shanghai)*

## ABSTRACT

In this paper, a three-term recurrence formula of discrete Laguerre functions and the definition of the unstructured model are given. The method of establishing the unstructured model of the process via discrete Laguerre functions is presented. A novel unstructured model is obtained. Based on this model, a simple generalized predictive controller is given. An example is presented to illustrate the utility of this controller.

**Key words:** Modelling; unstructured model; generalized predictive control; adaptive control; discrete Laguerre functions.



**王建奇** 1965 年生于湖北。1987 年毕业于华东化工学院自动控制系，1990 年获华东化工学院工业自动化专业硕士学位。现任华东化工学院讲师。曾获得过国家教委科技进步二等奖。共发表论文 10 余篇，主要研究领域为正交逼近方法在控制中的应用和智能控制。



**王行愚** 1944 年出生，上海复旦大学数学系 67 届毕业生，华东师范大学数学系控制论专业 81 届硕士毕业生，1984 年获华东化工学院工业自动化专业博士学位。现任华东化工学院教授、副院长，国际 AMSE, IASTED 和美国 IEEE 成员。主要从事控制理论及应用方面的工作。共发表学术专著两部，学术论文 40 余篇。曾获国家教委科技进步二等奖，被评为“做出突出贡献的中国博士学位获得者”。