

# 带有缓冲库的综合制造系统 (CIMS) 分析及其可靠性的研究<sup>1)</sup>

疏松桂

(中国科学院自动化研究所, 北京 100080)

## 摘 要

本文对带有中间缓冲库的可修 CIMS 可靠性进行了深入系统的研究。中间库是将刚性联结生产线进行柔性化的手段,是提高系统可靠性和生产率的有效措施。另一方面,工作站的维修也能起到同等重要的作用。但这样组成的大系统存在生产线的畅通、生产率的协调等问题,给系统可靠性与优化设计造成了很大的困难,长期以来没有得到很好的解决。

本文从马尔可夫过程的排队论出发,运用系统可靠性理论,对缓冲库、工作站及系统进行分步分析,综合求解,从而得出一条工件流平衡定理,解决了各站之间生产率丢失的问题,并给出了系统可靠性的有关指标。

**关键词:** 计算机综合制造系统 (CIMS), 大系统可靠性, 排队论, 中间缓冲库。

## 一、前 言

CIMS 的研究是我国“863 计划”自动化技术领域的主题之一。开展工作三年来,已经取得了不少成果<sup>2)</sup>。由于这种生产系统基本上是靠自动化机器执行任务,所以系统可靠性是其中突出的问题。但是到目前为止,针对 CIMS 可靠性的研究成果还很少。

关于刚性联结的 CIMS 可靠性问题,在脚注 3)中有比较详细的论述。至于带有中间缓冲库的柔性化制造系统,虽然在脚注 4)中进行了讨论,但未谈及工作站设备的修理问题。另一方面,有的作者考虑到服务台(工作台)的修理问题<sup>4)</sup>,却又不带有中间缓冲库。文献 [2,3] 则对可修柔性化 CIMS 做了近似分析。

本文在前人工作的基础上,针对带有缓冲库的可修 CIMS 可靠性进行了深入系统的研究,一般中间库不可避免地要引起生产流程中传输道的阻塞和缺料等问题,这对系统可靠性分析造成了很大困难。同时又要考虑工作站的故障修理,问题就更加复杂。本文给

本文于 1990 年 12 月 24 日收到。

1) 本文是“863”自然科学基金项目的部分成果,曾在第一届中国计算机集成制造系统学术会议上宣读。

2) “863 计划”自动化技术领域战略目标汇报材料,1990 年 1 月于沈阳。

3) 疏松桂,计算机综合制造系统 CIMS 可靠性及生产率的预计. 控制理论及其应用年会论文集,1989 年。

4) Cheng Xingang et al., A new Probabilistic Model and Analysis of Serial Manufacturing System, 计算机集成制造系统论文集(二),中国科学院自动化研究所技术报告,1989 年 12 月。

出一个多级串联可修 CIMS 结构,并假定一般求解的先决条件,再从马尔可夫过程排队论出发,对中间缓冲库和 workstation 本身的状态转移概率分别求解,最后将系统的工艺流程和状态转移相结合建立一种多级生产过程和系统可靠性混合模型,从而归结出一条简单的定理,彻底解决了各站之间生产率丢失的问题,并给出了系统可靠性的各项指标,如可用度,有效度,生产率,工件在生产线中的逗留时间等.

## 二、串联可修 CIMS 可靠性的建模及求解

设有  $n$  级 workstation 串联制造系统,每两个相邻 workstation 之间串联一个缓冲库  $B$ ,其结构如图 1 所示.

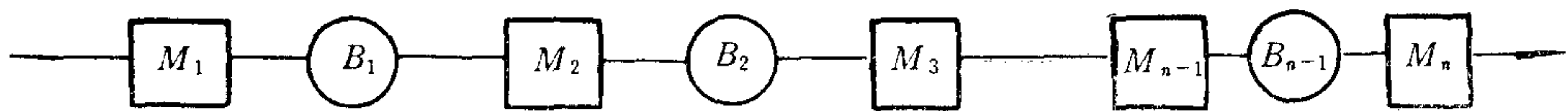


图 1 串联可修 CIMS 结构

图中  $M_i$  表示第  $i$  个 ( $i = 1, 2, \dots, n$ ) 可修 workstation,  $B_i$  表示第  $i$  个 ( $i = 1, 2, \dots, n-1$ ) 中间缓冲库,各个缓冲库的贮存容量为  $k_i$  (包括 workstation 一个单位) 次  $M_i$  的输出量,第  $i$  个工作站的生产率为  $\omega_i$ , 修复率为  $\mu_i$ , 失效率为  $\lambda_i$ .

### 1. 假设条件

下面提出七条假设作为后面分析求解的依据.

- 1)  $M_i$  出现故障可以及时修理,修复后完全恢复正常工作功能,工件加工时间、workstation 故障时间和修复时间服从  $\omega_i, \lambda_i$  和  $\mu_i$  的指数分布;
- 2) 缓冲库传递工件过程无故障;
- 3) 加工工件存入到缓冲库中或从库中取出的时间很短(相对生产率而言),可以忽略不计;
- 4) 首级 workstation 不因缺料而空闲(即有足够多的材料),末级 workstation 输出无阻塞(即有足够大的成品库);
- 5) 当第  $i$  个缓冲库装满时,则前一个 workstation 停车待命,而后一个 workstation 继续工作;
- 6) 当第  $i$  个缓冲库空仓时,则第  $i+1$  workstation 缺料空闲,停车待命;
- 7) 任一 workstation 机器停车待命期间(无论阻塞或者缺料),都不发生失效,也不会变坏.

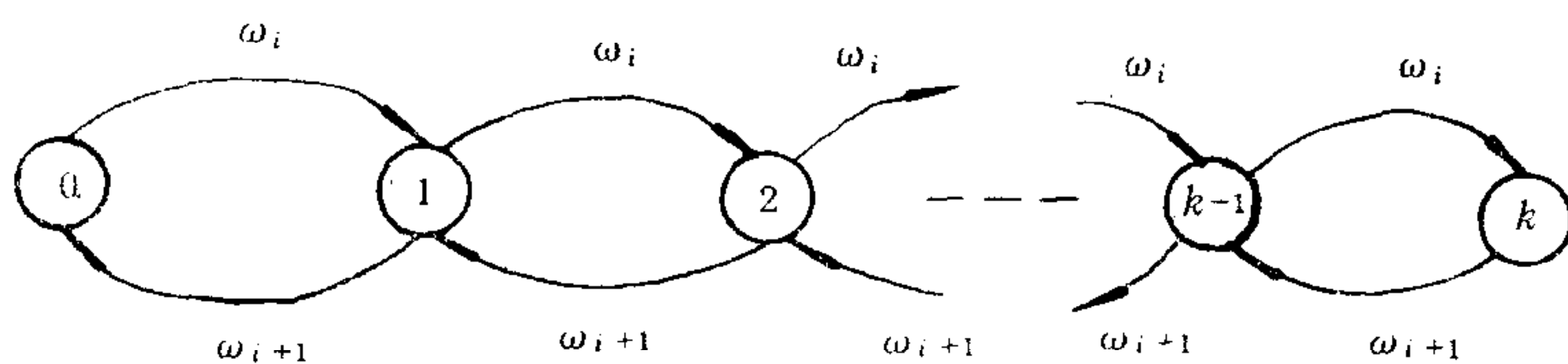


图 2 缓冲库的状态转移图

### 2. 中间缓冲库的可靠性分析

设第  $i$  个中间缓冲库的容量为  $k_i$ , 前站的生产率为  $\omega_i$  (即缓冲库的输入率), 后站的



生产率为  $\omega_{i+1}$  (即缓冲库的输出率), 于是可以得到缓冲库的状态转移图, 如图 2 所示:

这里考虑单个缓冲库为一封闭式随机服务系统, 一切状态转移都在内部进行, 其中,

状态 0: 表示库内全空.

状态 1: 表示库内有 1 次贮存.

状态 2: 表示库内有 2 次贮存.

⋮

状态  $k$ : 表示库内全满.

由此可以得到第  $i$  个缓冲库的状态转移方程如下:

$$\left. \begin{aligned} \dot{P}_0 &= -\omega_i P_0 + \omega_{i+1} P_1, \\ \dot{P}_1 &= \omega_i P_0 - (\omega_i + \omega_{i+1}) P_1 + \omega_{i+1} P_2, \\ \dot{P}_2 &= \omega_i P_1 - (\omega_i + \omega_{i+1}) P_2 + \omega_{i+1} P_3, \\ &\vdots \\ \dot{P}_k &= \omega_i P_{k-1} - \omega_{i+1} P_k, \\ \sum_j P_j &= 1. \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

显然, 如果给出起始条件, 并引用拉氏变换, 则可求得上面方程的瞬时解.

对 CIMS 而言, 一般只需要求得稳态解答. 先令 (1) 式左边微分量全为零, 并令  $\omega_i/\omega_{i+1} = \rho_i$ , 则解得(为了清楚起见, 省略  $\rho$  和  $k$  的下标  $i$ )

$$\begin{aligned} P_1 &= \rho P_0, \\ P_2 &= \rho^2 P_0, \\ &\vdots \\ P_k &= \rho^k P_0, \\ \sum_j P_j &= 1 = P_0(1 + \rho + \rho^2 + \cdots + \rho^k) \\ &= P_0(1 - \rho^{k+1})/(1 - \rho), \end{aligned}$$

于是得

$$P_j = \rho^j(1 - \rho)/(1 - \rho^{k+1}), \quad j = 0, 1, 2, \cdots, k. \quad (2)$$

为了分析缓冲库及系统的可靠性, 现定义缓冲库的四种状态概率:

$$\left. \begin{aligned} \text{全满 } P_k &= \rho^k(1 - \rho)/(1 - \rho^{k+1}), \\ \text{有空位 } P_{\bar{k}} &= 1 - P_k = (1 - \rho^k)/(1 - \rho^{k+1}), \\ \text{全空 } P_0 &= (1 - \rho)/(1 - \rho^{k+1}), \\ \text{有库存 } P_{\bar{0}} &= 1 - P_0 = \rho(1 - \rho^k)/(1 - \rho^{k+1}). \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

当缓冲库全满时, 则前一个工作站被阻塞而停车; 当缓冲库全空时, 则后一个工作站因缺料而停车. 因此, 第  $i$  个工作站只有在前一个缓冲库有库存和后一个缓冲库有空位时, 才能正常工作, 即第  $i$  个缓冲库的可用度对前一个工作站来讲为  $P_{\bar{k}}$ , 对后一个工作站来讲为  $P_{\bar{0}}$ . 显然, 当  $k$  加大时,  $P_k$  和  $P_0$  减小, 而  $P_{\bar{k}}$  和  $P_{\bar{0}}$  加大.

缓冲库中存件的平均数为

$$Mk_i = 1P_1 + 2P_2 + \dots + kP_k = \frac{\rho - (1+k)\rho^{k+1} + k\rho^{k+2}}{1 - \rho - \rho^{k+1} + \rho^{k+2}} \quad (4)$$

由以上分析结果,可以看出

- 1) 如果  $\omega_i > \omega_{i+1}$ , 即  $\rho = \omega_i/\omega_{i+1} > 1$ , 则  $P_0 < P_1 < P_2 < \dots < P_k < 1$ ;
- 2) 如果  $\omega_i < \omega_{i+1}$ , 即  $\rho = \omega_i/\omega_{i+1} < 1$ , 则  $1 > P_0 > P_1 > P_2 > \dots > P_{k-1} > P_k$ ;
- 3) 如果  $\omega_i = \omega_{i+1}$ , 即  $\rho = \omega_i/\omega_{i+1} = 1$ , 则  $P = 1/(k+1)$ .

### 3. 等效工作站的可靠性分析

考虑到前后缓冲库对工作站的影响,第  $i$  个工作站有以下五种独立的工作状态及概率:

- 1)  $M_i$  正常工作状态,其概率为  $P'_{ai} = P_{0(i-1)}P_{ai}P_{ki}$ ;
- 2)  $M_i$  输入缺料空闲停车,其概率为  $P_{0(i-1)}P_{ai}P_{ki}$ ;
- 3)  $M_i$  输出通道阻塞停车,其概率为  $P_{0(i-1)}P_{ai}P_{ki}$ ;
- 4)  $M_i$  输入缺料和输出阻塞,其概率为  $P_{0(i-1)}P_{ai}P_{ki}$ .
- 5)  $M_i$  故障状态,停车修理,其概率为  $P_{bi}$ .

将以上五种状态概率相加,得

$$P_{ai}(P_{0(i-1)}P_{ki} + P_{0(i-1)}P_{ki} + P_{0(i-1)}P_{ki} + P_{0(i-1)}P_{ki}) + P_{bi} = 1. \quad (5)$$

可以证明,(5)式括号内四种概率相加等于 1,于是得

$$P_{ai} + P_{bi} = 1. \quad (5a)$$

其中  $P_{ai}$  表示  $M_i$  无故障概率(包括正常工作,缺料和阻塞).

根据前面列出的七条假设,可以得出第  $i$  个等效工作站状态转移图(如图 3 所示).其中  $P'_{ai} = P_{0(i-1)}P_{ai}P_{ki} = B_i P_{ai}$  (等效工作站可用度),  $B_i = P_{0(i-1)}P_{ai}$  (称为缓冲库可用度),于是有状态转移概率方程

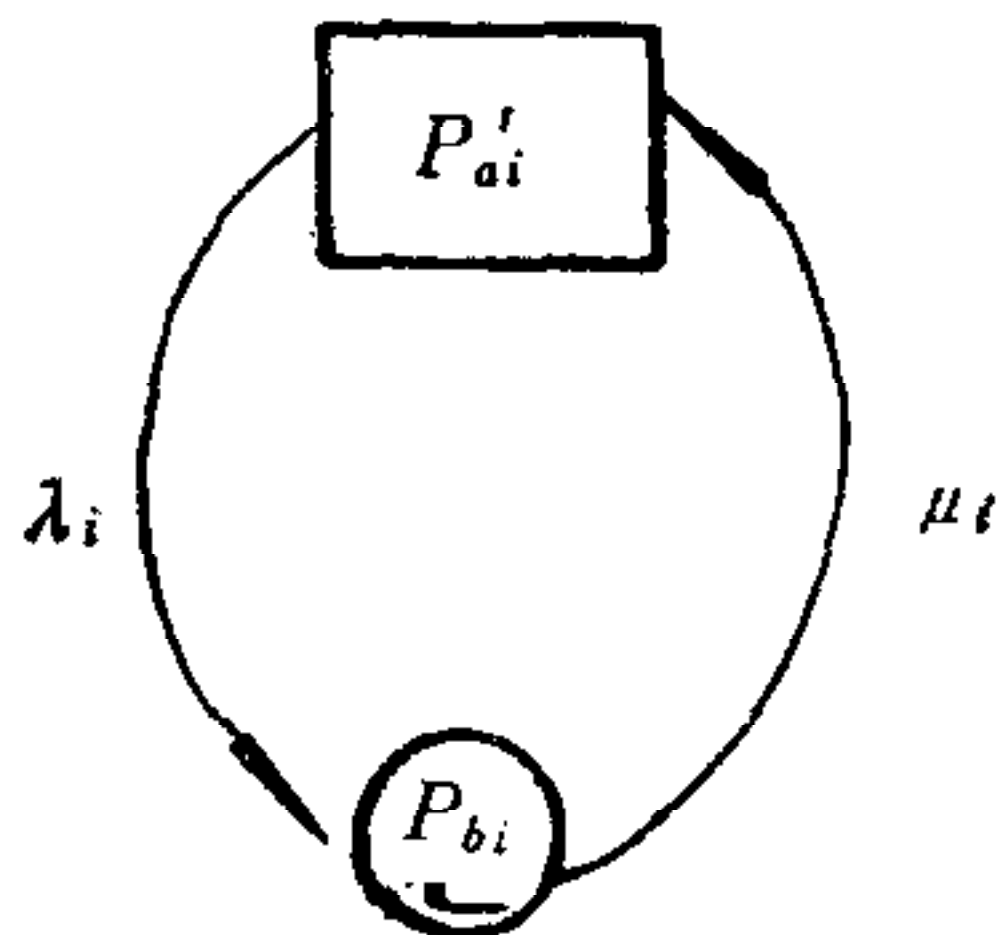


图 3 第  $i$  个等效工作站状态转移图

$$\left. \begin{aligned} \dot{P}'_{ai} &= -\lambda_i P'_{ai} + \mu_i P_{bi}, \\ \dot{P}_{bi} &= \lambda_i P'_{ai} - \mu_i P_{bi}. \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

一般在 CIMS 中只需求稳态解,于是令(6)式左边全等于零,有

$$P_{bi} = P'_{ai}\lambda_i/\mu_i = B_i(1 - P_{bi})\lambda_i/\mu_i.$$

解得

$$P_{bi} = B_i\lambda_i/(\mu_i + \lambda_i B_i). \quad (7)$$

第  $i$  个等效工作站的可用度为

$$A'_i = P'_{ai} = (\mu_i/\lambda_i)P_{bi} = \mu_i B_i/(\mu_i + \lambda_i B_i). \quad (8)$$

第  $i$  个工作站本身的可用度为

$$A_i = P_{ai} = P'_{ai}/B_i = \mu_i/(\mu_i + \lambda_i B_i). \quad (8a)$$

第  $i$  个等效工作站的稳态生产率为

$$W_i = A'_i\omega_i = \mu_i B_i\omega_i/(\mu_i + \lambda_i B_i). \quad (9)$$

第  $i$  个工作站的有效度为

$$E_i = W_i / \omega_i = \mu_i B_i / (\mu_i + \lambda_i B_i) = A'_i \quad (10)$$

工件在第  $i$  个工作站中平均加工时间为

$$T_{Di} = 1 / W_i \quad (11)$$

#### 4. 带有缓冲库的串联可修 CIMS 的可靠性分析

根据上述分析结果,把串联可修工作站和中间缓冲库联系起来,可得出综合制造系统的状态转移和工序流程图(如图 4 所示)。

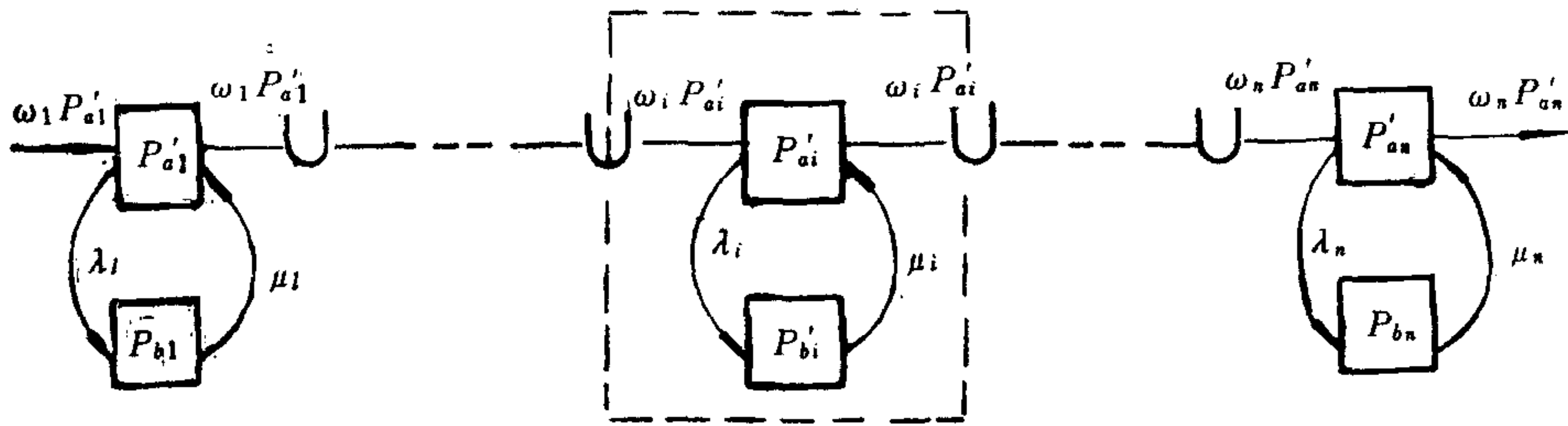


图 4 CIMS 状态转移和工序流程图

图中虚线方框表示第  $i$  个等效工作站的运行状态,它是由工作站  $M_i$  和前一个缓冲库的有库存 ( $P_{0(i-1)}$ ) 与后一个缓冲库的有空位 ( $P_{\bar{k}i}$ ) 三位一体构成的。

现在讨论系统可靠性指标的推导,单个等效工作站的可用度见公式 (8)。

实际上,由于中间缓冲库的存在有使系统的刚性联结转化为柔性联结作用,这对系统可靠性网络而言是从可靠性串联结构转化为并联结构。所以,图 4 的系统稳定可用度可根据逻辑并的算法得到

$$A_s = A'_i \bigcup_{i=2}^{n-1} A'_i \cup A'_n = P_{ai} P_{\bar{k}i} \bigcup_{i=2}^{n-1} P_{0(i-1)} P_{ai} P_{\bar{k}i} \cup P_{0(n-1)} P_{an} \quad (12)$$

又根据笔者题为“计算机综合制造系统 CIMS 可靠性及生产率的预计”一文中的定理 4,则得系统稳定不可用度为

$$\bar{A}_s = (1 - A'_i) \prod_{i=2}^{n-1} (1 - A'_i)(1 - A'_n) \quad (12a)$$

于是得系统稳定可用度为  $A_s = 1 - \bar{A}_s = 1 - (1 - A'_i) \prod_{i=2}^{n-1} (1 - A'_i)(1 - A'_n)$ 。

引用概率加法定理,可以证明公式 (12) 与 (12a) 完全一致。

根据笔者题为“计算机综合制造系统 CIMS 可靠性及生产率的预计”一文中的定理 2,得系统生产率为

$$W_s = \min W_i, \quad (i = 1, 2, \dots, n), \quad (13)$$

其中  $W_i$  见公式 (9)。

在串联生产线上,两个相邻工作站生产率之差为

$$W_0 = |W_i - W_{i+1}| \quad (14)$$

上式表示两站间生产量的丢失件数,这是由于生产线设计的不协调所引起的。

如果各串联工作站生产率都相等,则无丢失现象,于是由公式 (9) 可得系统生产率为



$$W_i = \frac{\mu_i \omega_i B_i}{\mu_i + \lambda_i B_i} = \frac{\mu_{i+1} \omega_{i+1} B_{i+1}}{\mu_{i+1} + \lambda_{i+1} B_{i+1}}, \quad (i = 1, 2, \dots, n-1). \quad (15)$$

由上述分析结果,可以归纳出如下定理:

**工件流平衡定理** 保证带有中间缓冲库多级串联可修工作站的各级生产率不出现丢失现象的充分必要条件是公式(15)成立。

工件在生产线上平均加工时间为

$$T_D = \sum 1/W_i = n/W_s. \quad (16)$$

引用公式(4)得全线平均库存工件数为

$$Mk = \sum Mk_i = \sum_{i=1}^{n-1} \frac{\rho_i - \rho_i^{k+1} - k\rho_i^{k+1} + k\rho_i^{k+2}}{1 - \rho_i - \rho_i^{k+1} + \rho_i^{k+2}}. \quad (17)$$

全线平均库存时间为

$$T_B = \sum T_{B_i} = \sum_{i=1}^{n-1} Mk_i/W_i = Mk/W_s. \quad (18)$$

工件在生产线上平均逗留时间为

$$T_s = T_0 + T_B = n/W_s + Mk/W_s = \frac{n + Mk}{W_s}. \quad (19)$$

## 5. 数字计算题

**例 1.** 设有一 CIMS 生产线由两个工作站和一个中间缓冲库串联组成。缓冲库的容量为 2, 两站的失效率、修复率和生产率分别为  $\lambda_1, \lambda_2, \mu_1, \mu_2, \omega_1, \omega_2$  (这些是给定值, 列入表 1), 系统工作情况符合前面的七条假设条件。求解系统生产率, 可用度和有效度。

表 1 数 据

$i$	1	2	备注
给定数据			
$\lambda_i$	0.001	0.002	$x = 2$
$\mu_i$	0.02	0.03	$k = 2$
$\omega_i$	4	3	

解.  $\rho = \omega_1/\omega_2 = 4/3 = 1.3333333$ , 由公式(3),(7),(8),(9)及图 3 得

$$B_1 = P_{0(1-1)} P_{21} = P_{21} = \frac{1 - \rho^2}{1 - \rho^3} = 0.5675676,$$

$$B_2 = P_{0(2-1)} P_{22} = P_{01} = \rho P_{21} = 0.7567568,$$

$$P_{b1} = \frac{\lambda_1 B_1}{\mu_1 + \lambda_1 B_1} = 0.0275953, \quad P_{b2} = \frac{\lambda_2 B_2}{\mu_2 + \lambda_2 B_2} = 0.0480274,$$

$$P'_{a1} = \frac{\mu_1}{\lambda_1} P_{b1} = 0.5519054, \quad P'_{a2} = \frac{\mu_2}{\lambda_2} P_{b2} = 0.7204117,$$

$$W_1 = \omega_1 P'_{a1} = 2.2076216, \quad W_2 = \omega_2 P'_{a2} = 2.161235,$$

系统生产率  $W_s = \min W_i = W_2 = 2.161235$ ,

系统可用度  $A_s = A_1 \cup A_2 = P'_{a1} \cup P'_{a2} = 0.874718$ ,

系统有效度  $E_s = P'_a = W_s / \omega_2 = 0.7204117$ ,

二站之间的丢失量  $= W_1 - W_2 = 0.0463866$ .

**例 2.** 同例 1, 但不给定  $\omega_1, \omega_2$ , 要求进行合理化设计, 求解此题. 解. 引用公式 (15), 得

$$W_s = \frac{\mu_1 \omega_1 B_1}{\mu_1 + \lambda_1 B_1} = \frac{\mu_2 \omega_2 B_2}{\mu_2 + \lambda_2 B_2},$$

其中

$$\begin{aligned} B_1 &= P_{0(1-1)} P_{21} = P_{21} \\ &= (1 - \rho) / (1 + \rho + \rho^2), \quad (P_{0(1-1)} = 1), \\ B_2 &= P_{0(2-1)} P_{22} = P_{0(2-1)} \\ &= \rho(1 - \rho) / (1 + \rho + \rho^2) = \rho B_1, \quad (P_{22} = 1). \end{aligned}$$

将  $B_2 = \rho B_1$  代入  $W_s$  式中得

$$\frac{\mu_1 \omega_1 B_1}{\mu_1 + \lambda_1 B_1} = \frac{\mu_2 \omega_2 \rho B_1}{\mu_2 + \lambda_2 \rho B_1},$$

化简后得

$$\rho = \frac{\lambda_1 \mu_2}{\lambda_2 \mu_1} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{0.001 \times 0.03}{0.002 \times 0.02} = \frac{3}{4} = 0.75,$$

$$B_1 = 0.7567568, \quad B_2 = 0.5675676,$$

$$P'_{a1} = 0.7291607, \quad P'_{a2} = 0.546875,$$

$$W_1 = P'_{a1} \omega_1 = 2.1875, \quad W_2 = P'_{a2} \omega_2 = 2.1875,$$

$$W_s = W_1 = W_2 = 2.1875.$$

**注.** 将  $\rho = \omega_1 / \omega_2 = 3/4$  代入表 1, 则得同样的结果, 可见公式 (15) 是求精确解的依据.

### 三、小 结

本文采用分割分析与综合求解的方法, 对带有缓冲库的可修 CIMS 生产线的问题求出了解析解. 主要收获及结论概括如下:

1) 为了简化分析, 将缓冲库的  $k + 1$  种贮存状态归纳为有库存 [ $P_{0(i-1)}$ ] 和有空位 ( $P_{\bar{k}i}$ ) 两种, 从而地降低了系统阶数, 有利于系统的综合求解.

2) 将工作站前面缓冲库的有库存 [ $P_{0(i-1)}$ ] 和后面缓冲库的有空位 [ $P_{\bar{k}i}$ ] 两种状态合并到工作站中, 构成了一个可修等效工作站, 把缺料空闲停车和通道阻塞停车排除于工作站维修之外.

3) 将  $n$  个等效工作站合并成一条生产线, 中间缓冲库起到刚性联结转化为柔性联结的作用, 从而提高了系统的可用度、生产率和有效度.

4) 为消除各工作站间生产率丢失的现象, 推导出一条充分必要条件, 如公式 (15).

5) 文中的两个例题, 说明本文方法是简单易行的, 并可求得精确解.

本文所获得的成果可以直接应用到其它工业生产系统,如石油管道,梯级水电站,自来水厂,水陆交通和信号传递等.

### 参 考 文 献

- [1] 曹晋华、程侃,服务台可修的  $M/G/1$  排队系统分析,应用数学学报,(1982), No. 4.  
 [2] Choong, Y. F. et al., A Decomposition Method for the Approximate Evaluation of Capacitated Transfer Lines with Unreliable Machines and Random Processing Times, *IIE Trans.*, 19(1987), No. 2.  
 [3] De Koster, et al., An Improved Algorithm to Approximate the Behaviour of Flow Lines, *Int. J. Prod. Res.*, 26(1988), 4, 691—700.

## AN ANALYSIS OF THE REPAIRABLE COMPUTER INTEGRATED MANUFACTURING SYSTEM (CIMS) WITH BUFFERS AND A STUDY OF THE SYSTEM RELIABILITY

SHU SONGGUI

(Institute of Automation, Chinese Academy of Science 100080)

### ABSTRACT

A new analysis method is proposed for studying the reliability of a repairable CIMS with finite buffers. These buffers lead to blockage and starvation in the transfer lines and is very difficult to solve in a system.

By means of queueing theory of Markov process, we analyze the intermediate buffer, equivalent workstation and system reliability in steps. From the principle of equilibrium, a theorem of necessary and sufficient condition without loss of any working parts in the transfer lines is given, which can help us to solve the problem and obtain the accurate result. Finally, two examples are given for illustrating the application of this method.

**Key words:** Computer integrated manufacturing system; reliability of large scale system; queueing theory; intermediate buffer.



**疏松桂** 1919 年生于安徽省桐城县,1939 年毕业于武汉大学电机系,1949 年在美国田纳西大学获硕士学位,1951—1953 年在美国麦克公司任电气工程师,1954—1955 年在美国电气控制器制造厂任发展工程师,1960—1978 年在二机部北京九所自动控制室任主任、九院设计部副主任、五所副所长,负责核武器自动引爆控制系统的研制。1956—1960 年及 1978 年至今,在中科院自动化所任研究员(前副所长)、博士生导师。主要从事天文卫星姿态控制系统、工业自动控制系统及其可靠性的研究。曾获国家科学技术进步特等奖和国家老有所为精英奖。