第18卷 第1期　　自 动 化 学 报　　Vol. 18, No. 1
1992 年 1 月　　ACTA AUTOMATICA SINICA　　Jan., 1992

多时滞多变量系统的自校正控制及其应用

阮 学 斌
(福州大学化工系 350002)
祝和云　孙 红　周春晖
(浙江大学工业控制研究所,杭州 310027)

摘　　要

本文提出一种具有 k 步增量预估器的多变量自校正控制算法，使其对负荷扰动有较强的克服能力;并引入辅助控制作用,使算法适用于多时滞系统. 该算法用于造纸机的纸张定量和水份控制,结果令人满意.

关键词: 多时滞,多变量自校正控制,造纸机.

一、前　　言

对于未知或时变系统，采用自校正控制较为有效[1]. Koivo[2]于八十年代中叶提出了一种多变量自校正控制算法,该算法在实用中存在一些问题. 对此,本文作了如下改进:

1) 将 Clarke[3]的 k 步增量预估器推广到多变量场合,以便增强系统对负荷扰动的抗干扰能力;

2) 引入辅助控制作用,使算式适用于多时滞系统.

二、多变量自校正控制

现介绍多变量 k 步增量预估算法及其相应的自校正控制律.先考虑时滞相同的情况.

设受控对象可用如下线性差分方程描述:

$$A(z^{-1})\boldsymbol{y}(t)=z^{-k}B(z^{-1})\boldsymbol{u}(t)+C(z^{-1})\boldsymbol{\xi}(t)+\boldsymbol{d}, \tag{1}$$

式中 k 是纯滞后，$\boldsymbol{y}(t)$ 和 $\boldsymbol{u}(t)$ 分别为 r 维输出和输入变量，$A(z^{-1})$, $B(z^{-1})$和 $C(z^{-1})$ 为 $r\times r$ 维多项式矩阵:

$$A(z^{-1})=I+A_1z^{-1}+\cdots+A_nz^{-n},$$
$$B(z^{-1})=B_0+B_1z^{-1}+\cdots+B_nz^{-n},$$

本文于 1990 年 1 月 4 日收到.

$$C(z^{-1}) = I + C_1 z^{-1} + \cdots + C_n z^{-n}.$$

$B(z^{-1})$ 和 $C(z^{-1})$ 的所有根都在单位圆内，B_0 为非奇异阵．$\{\boldsymbol{\xi}(t)\}$ 是零均值，独立同分布的向量序列．模型静差 $\boldsymbol{d}$ 是一常数或慢变向量，是由负荷扰动、模型误差等原因产生的．

设性能指标为

$$I_p = E\{\|P(z^{-1})\boldsymbol{y}(t+k) - R(z^{-1})\boldsymbol{w}(t)\|^2 + \|Q'(z^{-1})\boldsymbol{u}(t)\|^2\}, \tag{2}$$

式中 $\boldsymbol{w}(t)$ 是已知的 r 维参考输出向量．P, Q', R 为 $r \times r$ 维多项式矩阵（为便于推导省去了各多项式矩阵中的 z^{-1}）.

定义辅助输出变量

$$\boldsymbol{\phi}(t+k) = P\boldsymbol{y}(t+k) - R\boldsymbol{w}(t) + Q\boldsymbol{u}(t), \tag{3}$$

式中 $Q = [P_0 B]^{-1}[Q'(0)]^T Q'$.

这里有如下恒等式:

$$PC = AE + z^{-k}F. \tag{4}$$

(4)式中多项式矩阵

$$E = E_0 + E_1 z^{-1} + \cdots + E_{k-1} z^{-k+1},$$
$$F = F_0 + F_1 z^{-1} + \cdots + F_{n-1} z^{-n+1}$$

由(4)式唯一确定，因此总可以找到非奇异阵 $\tilde{E}$ 和 $\tilde{F}$ 使得

$$\tilde{E}F = \tilde{F}E, \tag{5}$$

这里 $\det\tilde{E} = \det E$．再定义一个多项式矩阵 $\tilde{C}$，使

$$\tilde{C}P = \tilde{E}A + z^{-k}\tilde{F}. \tag{6}$$

模型(1)可以写成

$$A\boldsymbol{y}(t+k) = B\boldsymbol{u}(t) + C\boldsymbol{\xi}(t+k) + \boldsymbol{d}, \tag{7}$$

将(7)式两边同时乘 $\tilde{E}$，并代入(6)式得

$$\tilde{C}P\boldsymbol{y}(t+k) = \tilde{F}\boldsymbol{y}(t) + \tilde{E}B\boldsymbol{u}(t) + \tilde{E}\boldsymbol{d} + \tilde{E}C\boldsymbol{\xi}(t+k), \tag{8}$$

则滤波输出的最优 k 步向前预报为

$$\tilde{C}[P\boldsymbol{y}(t+k/t)]^* = \tilde{F}\boldsymbol{y}(t) + \tilde{E}B\boldsymbol{u}(t) + \tilde{E}\boldsymbol{d}. \tag{9}$$

结合(8),(9)两式，可得预报误差

$$\begin{aligned}\boldsymbol{e}(t+k) &= P\boldsymbol{y}(t+k) - [P\boldsymbol{y}(t+k/t)]^* \\ &= [\tilde{C}]^{-1}\tilde{E}C\boldsymbol{\xi}(t+k).\end{aligned} \tag{10}$$

下面将 Clarke 的 k 步增量预估算式推广到多变量场合.

本文只考虑 $C = I$ 的场合，显而易见 $\tilde{C} = I$．令 $\tilde{E}\boldsymbol{d} = \boldsymbol{d}_1$，则(9)式可写成

$$[P\boldsymbol{y}(t+k/t)]^* = \tilde{F}\boldsymbol{y}(t) + \tilde{E}B\boldsymbol{u}(t) + \boldsymbol{d}_1. \tag{11}$$

由(11)式可得

$$[P\boldsymbol{y}(t/t-k)]^* = \tilde{F}\boldsymbol{y}(t-k) + \tilde{E}B\boldsymbol{u}(t-k) + \boldsymbol{d}_1. \tag{12}$$

用(11)式减去(12)式有

$$[P\boldsymbol{y}(t+k/t)]^* = [P\boldsymbol{y}(t/t-k)]^* + \tilde{F}\Delta_k\boldsymbol{y}(t) + \tilde{E}B\Delta_k\boldsymbol{u}(t). \tag{13}$$

其中 Δ_k 为差分算子，$\Delta_k\boldsymbol{u}(t) = \boldsymbol{u}(t) - z^{-k}\boldsymbol{u}(t)$，$\Delta_k\boldsymbol{y}(t) = \boldsymbol{y}(t) - z^{-k}\boldsymbol{y}(t)$．从(10)式可得

$$[P\boldsymbol{y}(t/t-k)]^* = P\boldsymbol{y}(t) - \boldsymbol{e}(t). \tag{14}$$

将(14)式代入(13)式,可得到如下多变量 k 步增量预估算式:

$$[P\boldsymbol{y}(t+k/t)]^* = P\boldsymbol{y}(t) - \boldsymbol{e}(t) + \tilde{F}\Delta_k\boldsymbol{y}(t) + \tilde{E}B\Delta_k\boldsymbol{u}(t). \tag{15}$$

于是辅助输出 $\phi(t)$ 的最优 k 步向前预报为

$$\begin{aligned}\boldsymbol{\phi}^*(t+k/t) &= [P\boldsymbol{y}(t+k/t)]^* - R\boldsymbol{w}(t) + Q\boldsymbol{u}(t)\\ &= P\boldsymbol{y}(t) - \boldsymbol{e}(t) + \tilde{F}\Delta_k\boldsymbol{y}(t) + \tilde{E}B\Delta_k\boldsymbol{u}(t) - R\boldsymbol{w}(t) + Q\boldsymbol{u}(t).\end{aligned} \tag{16}$$

可以证明,使 I_p 最小的控制律为

$$\boldsymbol{\phi}^*(t+k/t) = 0. \tag{17}$$

令 $\tilde{E}B = \tilde{G}$, 则自校正控制律为

$$(Q + \tilde{G}\Delta_k)\boldsymbol{u}(t) = R\boldsymbol{w}(t) - P\boldsymbol{y}(t) - \tilde{F}\Delta_k\boldsymbol{y}(t) + \boldsymbol{e}(t). \tag{18}$$

使用时,可令 $\boldsymbol{e}(t) = 0$, 当系统对象参数未知时,可用如下算法辨识参数.

结合(10)式和(15)式可得

$$P\boldsymbol{y}(t+k) = P\boldsymbol{y}(t) - \boldsymbol{e}(t) + \tilde{F}\Delta_k\boldsymbol{y}(t) + \tilde{G}\Delta_k\boldsymbol{u}(t) + \boldsymbol{e}(t+k). \qquad (19))$$

于是,控制器参数可用下式辨识:

$$P\boldsymbol{y}(t) = P\boldsymbol{y}(t-k) - \boldsymbol{e}(t-k) + \tilde{F}\Delta_k\boldsymbol{y}(t-k) + \tilde{G}\Delta_k\boldsymbol{u}(t-k) + \boldsymbol{e}(t). \qquad (20$$

具体在线辨识算法见文献[2].

下面考虑各回路纯滞后时间不同的情况.

一类多时滞多变量系统可用如下线性差分方程描述:

$$A(z^{-1})\boldsymbol{y}(t) = B(z^{-1})\boldsymbol{v}(t) + C(z^{-1})\boldsymbol{\xi}(t) + \boldsymbol{d}, \tag{21}$$

式中向量 $\boldsymbol{v}(t) = [z^{-k_1}u_1(t), z^{-k_2}u_2(t), \cdots, z^{-k_r}u_r(t)]^T$, 其余定义同(1)式.设 k 为 $k_i(i=1,2,\cdots,r)$ 中最大的一个,引入辅助控制作用向量 $\boldsymbol{u}'(t)$, 使其中的变量

$$u_i'(t) = z^{-k_i+k}u_i(t), \tag{22}$$

则

$$\boldsymbol{v}(t) = z^{-k}\boldsymbol{u}'(t). \tag{23}$$

于是式(21)可化为

$$A(z^{-1})\boldsymbol{y}(t) = z^{-k}B(z^{-1})\boldsymbol{u}'(t) + C(z^{-1})\boldsymbol{\xi}(t) + \boldsymbol{d}. \tag{24}$$

这样就可用前面所述的自校正控制算法进行控制. 引入辅助控制作用的含义是计算得到的控制作用 $u_i'(t)$ 暂不输出, 待 $(k-k_i)$ 个控制周期后再输出. 由于人为地增加了某些回路的纯滞后时间, 使各通道的纯滞后时间相同, 计算中便不会出现超前的控制作用项.

三、数字仿真及应用结果

某厂一号纸机辨识得到的数学模型为

$$\begin{cases}(1-1.15z^{-1}+0.33z^{-2})y_1(t) = (6.1-3.36z^{-1})z^{-6}u_1(t)\\ \qquad + (-3.4+2.03z^{-1})z^{-3}u_2(t) + \xi_1(t),\\ (1-1.32z^{-1}+0.43z^{-2})y_2(t) = (0.4-0.25z^{-1})z^{-6}u_1(t)\\ \qquad + (-1.2+0.91z^{-1})z^{-3}u_2(t) + \xi_2(t),\end{cases} \tag{25}$$

其中 y_1, y_2 分别表示定量及水份，u_1, u_2 分别表示浆门及蒸汽阀门开度。

引入辅助控制作用

$$u_1'(t) = u_1(t), \quad u_2'(t) = u_2(t+3).$$

作者在 IBM-PC 机上对式(25)所示的纸机模型用上述多变量自校正控制算法进行仿真，结果表明，此算法对各回路纯滞后不同的多变量系统有良好的跟踪性能和较强的抗干扰能力，并且基本消除了两个回路之间的耦合作用。

该算法用于某厂一号纸机，运行一年的实测数据是：对于 360g/m² 的特厚型箱板纸，定量方差小于 5g/m²，水份方差小于 1%。

参　考　文　献

[1] Astrom, K. J., Theory and Applications of Adaptive Control——A Survey, *Automatica*, **19**(1983), 471—486.

[2] Koivo, H. N. and Tanttu, J. T., Self-tuning Controller, Non-square Systems and Convergence, *Inc. J. Systems Science*, **16**(1985), 981—1002.

[3] Clarke, D. W., Hodgson, A. J. F. and Tuff, P. S., Offset Problem and K-incremental Predictors in Self-tuning Control, *IEE Proceedings*, **130**(1983), Pt. D, 217—225.

A SELF-TUNING CONTROLLER FOR THE MULTIVARIABLE SYSTEM WITH UNEQUAL TIME DELAY AND ITS APPLICATION

Ruan Xuebing

(*Dept. of Chemical Engineering, Fuzhou University* 350002)

Zhu Heyun　Sun Hong　Zhou Chunhui

(*Institute of Industrial Control, Zhejiang University* 310027)

Abstract

A multivariable self-tuning controller with k-incremental predictor is considered and the auxilliary control variable is introduced. The controller is suitable for unequal time delay multivarable system with nonzero-mean noise. This method has been applied to the control of a paper machine.

Key words: Unequal time delay; multivariable self-tuning control; paper machine.