第18卷 第2期　　自 动 化 学 报　　Vol. 18, No. 2
1992年3月　　ACTA AUTOMATICA SINICA　　Mar., 1992

具有相依故障不可修复混联系统的失效率[1)]

吴 云 从
(华东工学院经济管理系,南京 210014)

摘　　要

本文研究了具有共振相依故障的串并联系统及并串联系统的失效率，得到了相应的计算公式,并比较了两种系统的优劣和使用时机.

关键词: 系统可靠性,相依故障,失效率.

一、前　　言

由串联系统和并联系统混合而成的系统称为混联系统，其中最常见的是“串并联系统”与“并串联系统”. 通常,混联系统的失效是由组成系统的单元失效所致. 一般总是假定单元间的失效是相互独立的,即认为一个单元的失效与否不影响其他单元的失效概率,因为这样的系统便于分析计算，但实际上系统内的单元失效并不总是独立的[1]. 现取消独立性假定,而研究具有某种相依故障的混联系统,它的单元除可能发生独立故障外，还可能发生相依故障. 本文将分别研究具有相依故障的串并联系统的可靠度与并串联系统的可靠度,并对它们进行比较.

二、具有相依故障的串并联系统的可靠度[3]

设系统是第 i 个环节具有 m_i 个相同单元并联而成的 n 个环节串联而成的系统. 规定第 i 个环节上的任一单元发生相依故障则整个环节失效，而发生独立故障则只是该单元失效. 记第 i 个环节中任一单元在 t 时刻发生相依故障的概率为 $1-R_{si}(t)$，发生独立故障的概率为 $1-R_{ai}(t)$，所以不出现相依故障而发生独立故障的概率为

$$R_{si}(t)[1-R_{ai}(t)]=q_{oi}(t),$$

通常，$q_{si}(t)=1-R_{si}(t)\ll q_{oi}(t)$. 在 t 时刻第 i 个环节中至少有一个单元发生相依故障的概率为 $1-R_{si}^{m_i}(t)$,而在第 i 个环节中 m_i 个单元皆不发生相依故障而发生独立故障的概率为

$$q_{oi}^{m_i}(t)=R_{si}^{m_i}(t)[1-R_{ai}(t)]^{m_i},$$

本文于1989年11月17日收到.
1) 本文曾在1989年全国可靠性数学第三届学术会议(西安)上宣读.

所以第 i 个环节的可靠度为

$$R_i(t) = 1 - [1 - R_{si}^{m_i}(t)] - R_{si}^{m_i}(t)[1 - R_{ai}(t)]^{m_i}$$
$$= R_{si}^{m_i}(t)[1 - (1 - R_{ai}(t))^{m_i}], \tag{1}$$

因此，整个串并联系统的可靠度为

$$R(t) = \prod_{i=1}^{n} R_i(t) = \prod_{i=1}^{n} \{R_{si}^{m_i}(t)[1 - (1 - R_{ai}(t))^{m_i}]\}^{[2]}. \tag{2}$$

特别，当串并联系统无相依故障时，$R_{si}(t) = 1, (i = 1, 2, \cdots, n)$. 于是，系统可靠度为

$$R(t) = \prod_{i=1}^{n} \{1 - [1 - R_{ai}(t)]^{m_i}\}. \tag{3}$$

若系统中各环节上的并联单元数皆相同，即有 $m_i = m, (i = 1, \cdots, n)$，则有

$$R(t) = \prod_{i=1}^{n} \{1 - [1 - R_{ai}(t)]^{m}\}. \tag{4}$$

由(2)式知，串并联系统的失效率 $\lambda(t)$ 为

$$\lambda(t) = -\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\ln R(t) = \sum_{i=1}^{n}\left[-\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\ln R_i(t)\right] = \sum_{i=1}^{n}\lambda_i(t). \tag{5}$$

式中 $\lambda_i(t)$ 是系统第 i 个环节的失效率．而

$$\lambda_i(t) = -\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\ln R_i(t)$$
$$= m_i\left[-\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\ln R_{si}(t)\right] + \left\{-\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\ln[1 - (1 - R_{ai}(t))^{m_i}]\right\}$$
$$= m_i\lambda_{si}(t) + \lambda_{ai}(t).$$

式中 $\lambda_{si}(t) = -\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} R_{si}(t)$ 是系统第 i 个环节上任一单元的相依故障产生的失效率，而

$$\lambda_{ai}(t) = -\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\ln[1 - (1 - R_{ai}(t))^{m_i}]$$

是第 i 个环节以发生独立故障而失效的失效率．

于是，可将具有相依故障的串并联系统的失效率表示为

$$\lambda(t) = \sum_{i=1}^{n}\lambda_i(t) = \sum_{i=1}^{n} m_i\lambda_{si}(t) + \sum_{i=1}^{n}\lambda_{ai}(t). \tag{6}$$

特别，当串并联系统无相依故障时，$\lambda_{si}(t) = 0$，从而

$$\lambda(t) = \sum_{i=1}^{n}\lambda_{ai}(t). \tag{7}$$

有了系统的可靠度 $R(t)$ 与失效率 $\lambda(t)$，就容易得到系统的故障概率密度函数 $f(t)$ 及故障概率的分布函数 $F(t)$．由以上研究结果可知，只要知道各单元的故障概率性质，便可计算得串并联系统的故障概率性质．

三、并串联系统的失效率问题

设系统共有 m 条通路，每条通路由 $A_1, A_2, \cdots, A_n$ 等 n 个单元串联而成．单元 A_i 可

能产生相依故障，一旦出现则系统中所有单元 A_i 皆失效，从而 m 条通路皆不通，整个系统失效。设 A_i 的相依故障概率为(在 t 时刻)

$$q_{si}(t)=1-R_{si}(t),\ i=1,2,\cdots,n.$$

在 t 时刻单元 A_i 不发生相依故障而发生独立故障的概率为

$$R_{si}(t)q_{ai}(t)=R_{si}(t)[1-R_{ai}(t)].$$

因任一条串联通路出现独立故障而失效的概率为 $1-\prod_{i=1}^{n}R_{ai}(t)$，$m$ 条通路皆因独立故障而失效的概率为 $\left[1-\prod_{i=1}^{n}R_{ai}(t)\right]^m$，于是，$m$ 条通路中至少有一条通路不失效的概率为

$$1-\left[1-\prod_{i=1}^{n}R_{ai}(t)\right]^m. \tag{8}$$

若要并串联系统不失效，必须全部 n 个不同单元皆不发生相依故障，且 m 条通路中至少有一条通路上所有单元皆未出现独立故障，此时整个并串联系统的可靠度为

$$R(t)=\left\{1-\left[1-\prod_{i=1}^{n}R_{ai}(t)\right]^m\right\}\prod_{i=1}^{n}R_{si}(t). \tag{9}$$

特别，当系统各单元不发生相依故障时，有 $q_{si}(t)=0$，$R_{si}(t)=1$，系统可靠度为

$$R(t)=1-\left[1-\prod_{i=1}^{n}R_{ai}(t)\right]^m. \tag{10}$$

由(9)式知并串联系统的失效率 $\lambda(t)$ 为

$$\begin{aligned}\lambda(t)&=-\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\ln R(t)\\&=-\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\ln\left\{1-\left[1-\prod_{i=1}^{n}R_{ai}(t)\right]^m\right\}-\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\sum_{i=1}^{n}\ln R_{si}(t)\right.\\&=\lambda_a(t)+\sum_{i=1}^{n}\lambda_{si}(t).\end{aligned} \tag{11}$$

式中 $\lambda_a(t)=-\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\ln\left\{1-\left[1-\prod_{i=1}^{n}R_{ai}(t)\right]^m\right\}$ 是系统因独立故障而失效的失效率，而 $\lambda_{si}(t)=-\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\ln R_{si}(t)$ 是单元 A_i 出现相依故障而使系统失效的失效率。

有了系统的可靠度 $R(t)$ 与失效率 $\lambda(t)$，就容易知道系统的其它统计特性了。

四、并串联系统与串并联系统的比较

下面用系统结构本身的失效推理来证明串并联系统比并串联系统可靠，但这是在联结元件的联结构造绝对可靠的条件下得到的。

串并联系统与并串联系统具有同数量和同等质量的元件。设有 n 类元件 $a_i(i=1,2,\cdots,n)$，每类 m 个，按使用顺序排号为 $a_{i1},a_{i2},\cdots,a_{im}$. $(i=1,2,\cdots,n)$. 把这些元

件构成串并联系统和并串联系统，分别如(图 1)与(图 2)所示.

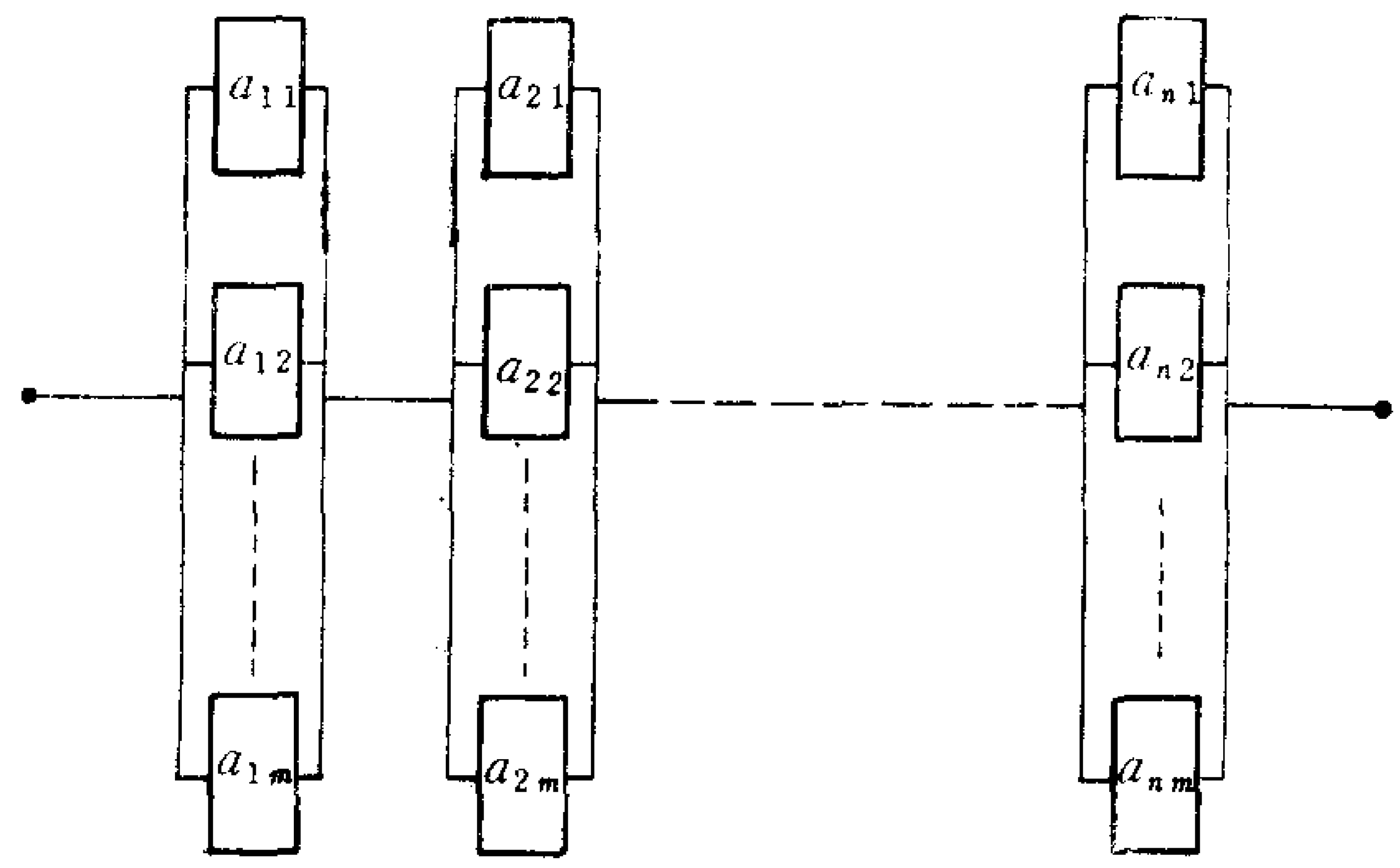

图 1　串并联系统

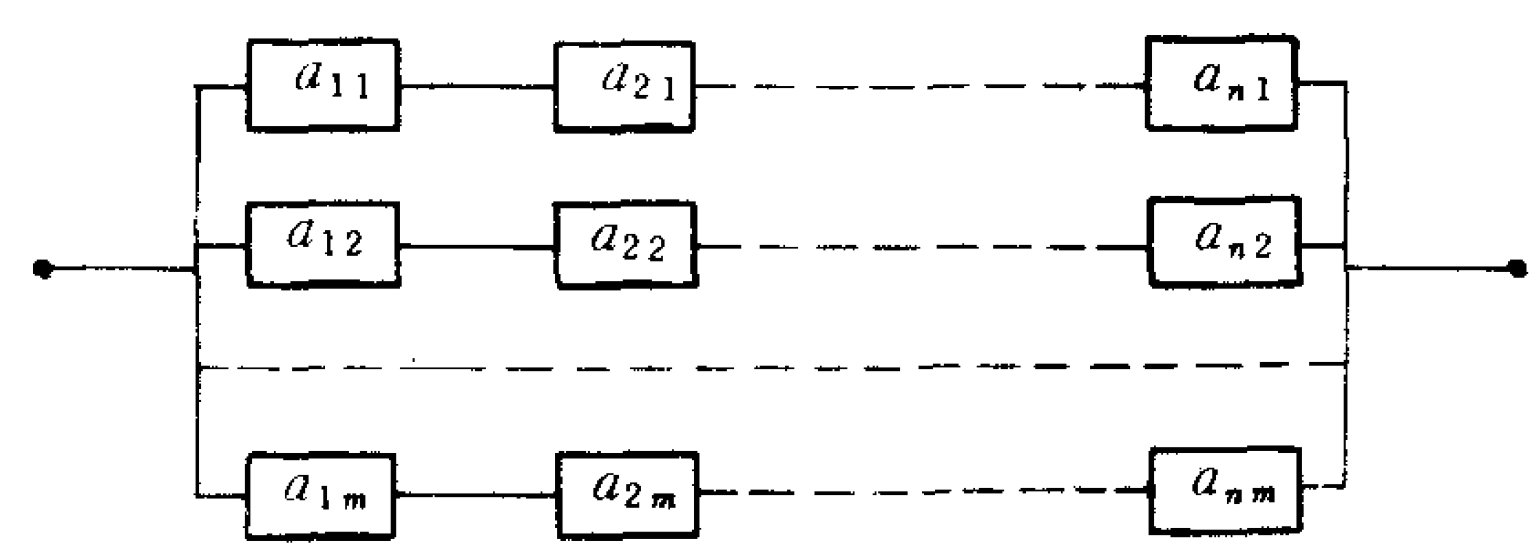

图 2　并串联系统

显然，根据数学模型，当某一元件 a_{ij} 出现相依故障时，则串并联系统中第 i 个环节 $(a_{i1}, a_{i2}, \cdots, a_{im})$ 失效，从而串并联系统失效. 而对于并串联系统，由于第 i 类元件失效，即 $a_{i1}, a_{i2}, \cdots, a_{im}$ 等 m 个元件失效，从而并串联系统中所有并联的串联系统皆失效，因而并串联系统失效. 可见，对于相依故障来说，串并联系统与并串联系统的失效概率是等同的.

对于独立故障而言，若串并联系统失效，则必至少有某一环节(例如，第 j 个环节)上所有 m 个元件都分别各自独立失效，亦即 $a_{j1}, a_{j2}, \cdots, a_{jm}$ 皆失效. 对并串联系统而言，这相当于系统的 m 条通路都不通，从而系统失效. 这说明，引起串并联系统失效的因素一定会引起并串联系统失效. 可是使并串联失效的因素不一定使串并联失效. 例如，在系统中失效元件为：$a_{11}, a_{22}, \cdots, a_{mm}$ $(n \geq m)$，而若 $m > n$，则再在剩下的 $m-n$ 条串联通路上各任规定一元件失效，则此并串联系统因各条通路上都有元件失效而整个系统失效. 然而此时对串并联系统而言，只意味着系统各环节上只有一个元件失效，系统仍然畅通无阻，不会失效.

由此可见，只就元件失效而引起系统失效而言，串并联系统较并串联系统优越. 但是，若联结元件的结构线路有可能失效的话，就不一定串并联系统比并串联系统优越. 这是因为串并联结构线路只有一条，而并串联却有 m 条的缘故. 这还启示我们，为了改善串并联系统的可靠性，可把串并联系统的单一联结构造线路改成复线串并联结构，当然这会增大结构成本. 在具体设计系统时，应当综合分析系统的可靠性与经济性，选取合适的系统和系统结构.

参 考 文 献

[1] 疏松桂，最可靠控制系统的综合，自动化学报，6(1980)，1，8—17.
[2] 吴云从，串并联复式系统可靠性最优分配，自动化学报，9(1983)，1，61—67.
[3] 吴云从，具有相依故障的串并联系统最大可靠度冗余分配问题，华东工学院学报，No.2(1989年)，106—110.

ON THE FAILURE RATES OF IRREPARABLE COMPLEX SYSTEMS WITH SOME DEPENDENT TROUBLES

WU YUNCONG
(Economic Management Department, East China Institute of Technology, Nanjing, 210014)

ABSTRACT

The failure rates of two types of series and paralled complex systems with some dependent troubles have been studied. The formulae for these failure rates have been obtained. Finally, a comparison between the two types of systems has been made from the point of reliability.

Key words: System reliability; dependent trouble; failure rate.