第18卷 第3期　　自 动 化 学 报　　Vol. 18, No. 3
1992 年 5 月　　ACTA AUTOMATICA SINICA　　May, 1992

新型随机广义预测自校正控制器[1)]

袁著祉　　崔保民
(南开大学计算机与系统科学系，天津　300071)

摘　　要

基于 CARIMA 模型，设计了一种新的广义预测控制器．由于本文算法是利用辨识结果直接求解控制器，不需要在线求解 Diophantine 方程，因而大大减少了计算量，便于控制系统的在线设计．

关键词： 广义预测控制，自校正控制．

一、引　　言

自从 Clarke 等人于 1985 年提出了广义预测控制器 (GPC)[1,2] 以来，广义预测控制受到了人们的极大关注．从理论分析及大量的仿真实验和工业运用都表明，广义预测控制器的综合性能明显地优于其他形式的自校正控制器，它不仅能适用于非最小相位系统，而且也能适用于时滞未知或时变以及阶次未知的过程．然而在广义预测自校正控制器设计过程中，需要在线求解 Diophantine 方程，因而计算量是很大的，有时给在线控制带来很大的麻烦．PEDRO ALBERTOS 等人[3]于 1989 年运用离散时间状态空间和差分方程相结合的方法，提出了一种新的广义预测控制器，避免了 Diophantine 方程的在线计算，但文献[3]考虑的是确定性系统． 本文以随机系统为基础，对于具有有色噪声干扰的过程，设计一种新的控制器，并全面地考虑了滤波、控制加权的影响．仿真实验表明，本文提出的算法计算量很小，对非最小相位系统和不稳定系统都具有较好的控制效果和较强的鲁棒性．

二、系统模型与目标函数

用 CARIMA 模型描述一个具有非平稳噪声的实际过程

$$A(Z^{-1})y(k) = B(Z^{-1})u(k-1) + C(Z^{-1})\xi(k)/\Delta, \tag{1}$$

其中 $y(k)$，$u(k)$ 分别是过程的输出和输入，$\{\xi(k)\}$ 是互不相关的零均值噪声序列，$A(Z^{-1})$，$B(Z^{-1})$，$C(Z^{-1})$ 均是向后移位算子 Z^{-1} 的多项式

$$A(Z^{-1}) = 1 + a_1Z^{-1} + \cdots\cdots + a_{N_a}Z^{-Na},$$
$$B(Z^{-1}) = b_0 + b_1Z^{-1} + \cdots\cdots + b_{N_b}Z^{-Nb},$$

本文于 1991 年 2 月 5 日收到．
1) 国家自然科学基金资助的课题．

$$C(Z^{-1}) = 1 + c_1 Z^{-1} + \cdots\cdots + c_{N_c} Z^{-N_c},$$
$$\Delta = 1 - Z^{-1}.$$

目标函数

$$J = E\left\{\sum_{j=1}^{N} [y(k+j) - w(k+j)]^2 + \lambda \sum_{j=1}^{N} [Q(Z^{-1})u(k+j-1)]^2\right\}, \tag{2}$$

其中 $w(k+j)$ 是输出跟踪序列，由下式产生：

$$w(k) = y_r(k),$$
$$w(k+j) = \alpha w(k+j-1) + (1-\alpha) y_r(k). \tag{3}$$

这里 $y_r(k)$ 是输出设定值；$\alpha \in [0,1]$ 称为柔化因子；N 称为最大预测前位；λ 是控制加权系数；$Q(Z^{-1})$ 是控制加权传递函数；

$$Q(Z^{-1}) = Q_1(Z^{-1})\Delta;\ Q_1(Z^{-1}) = q_0 + q_1 Z^{-1} + \cdots\cdots + q_{N_q} Z^{-N_q}.$$

三、预 测 控 制

为了得到 j 步向前最优预报，考虑如下 Diophantine 方程：

$$T(Z^{-1}) = E_j(Z^{-1})\bar{A}(Z^{-1}) + Z^{-j}R_j(Z^{-1}),\ j = 1, 2, \cdots\cdots, N \tag{4}$$

其中 $T(Z^{-1}) = 1 + t_1 Z^{-1} + \cdots + t_{N_t} Z^{-N_t}$ 是已知稳定多项式，称作滤波多项式，$E_j(Z^{-1})$，$R_j(Z^{-1})$ 是待求的多项式，阶次分别为 $j-1$ 和 $\max(N_a, N_t - 1)$，$\bar{A}(Z^{-1}) = A(Z^{-1})\Delta = 1 + \bar{a}_1 Z^{-1} + \cdots + \bar{a}_{N_a+1} Z^{-(N_a+1)}$.

令

$$E_j(Z^{-1})B(Z^{-1}) = H_j(Z^{-1}) + Z^{-j}S_j(Z^{-1}),$$
$$\partial H_j(Z^{-1}) = j - 1,\ \partial S_j(Z^{-1}) = N_b - 1, \tag{5}$$

则 (1) 式可以化为

$$Ty(k+j) = H_j \Delta u(k+j-1) + R_j y(k) + S_j \Delta u(k-1) + E_j C \xi(k+j),$$

或

$$y(k+j) = H_j \Delta u'(k+j-1) + R_j y'(k) + S_j \Delta u'(k-1) + E_j (C/T) \xi(k+j)$$
$$= H_j \Delta u'(k+j-1) + \boldsymbol{\theta}_j^T \boldsymbol{\varphi}(k) + E_j \boldsymbol{\eta}(k+j). \tag{6}$$

这里

$$\left.\begin{aligned} &y'(k) = y(k)/T(Z^{-1}),\ u'(k) = u(k)/T(Z^{-1}) \\ &\boldsymbol{\eta}(k) = (C(Z^{-1})/T(Z^{-1}))\xi(k) \\ &\boldsymbol{\varphi}(k) = [\Delta u'(k-N_b), \cdots, \Delta u'(k-1), y'(k-N_a+1), \cdots, y'(k)]^T \end{aligned}\right\}. \tag{7}$$

$\boldsymbol{\theta}_j$ 是包含多项式 $S_j(Z^{-1})$ 和 $R_j(Z^{-1})$ 的系数的 $(N_a + N_b)$ 维向量.

将式 (6) 写成向量形式

$$Y(kN) = H\Delta U'(kN) + \theta \boldsymbol{\varphi}(k) + \bar{E}\boldsymbol{\eta}(kN), \tag{8}$$

这里

$$\left.\begin{array}{l} H=\begin{bmatrix} h_0 & 0 & \cdots & 0 \\ h_1 & h_0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ h_{N-1} & h_{N-2} & \cdots & h_0 \end{bmatrix}, \bar{E}=\begin{bmatrix} e_0 & 0 & \cdots & 0 \\ e_1 & e_0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ e_{N-1} & e_{N-2} & \cdots & e_0 \end{bmatrix} \\ h_j \text{ 是 } H_N(Z^{-1}) \text{ 中 } Z^{-j} \text{ 项的系数}, j=0,1,\cdots,N-1 \\ e_j \text{ 是 } E_N(Z^{-1}) \text{ 中 } Z^{-j} \text{ 项的系数}, j=0,1,\cdots,N-1 \\ Y(kN)=[y(k+1),y(k+2),\cdots,y(k+N)]^T \\ \Delta U'(kN)=[\Delta u'(k),\Delta u'(k+1),\cdots,\Delta u'(k+N-1)]^T \\ \boldsymbol{\eta}(kN)=[\eta(k+1),\eta(k+2),\cdots,\eta(k+N)]^T \\ \theta=[\boldsymbol{\theta}_1,\boldsymbol{\theta}_2,\cdots,\boldsymbol{\theta}_N]^T \end{array}\right\}. \tag{9}$$

为了将目标函数式(2)中的 $Q(Z^{-1})u(k+j-1)$ 统一到 $\Delta u'(k+j-1)$ 上来，考虑

$$\left.\begin{array}{l} Q_1(Z^{-1})T(Z^{-1})=Q_{1j}(Z^{-1})+Z^{-j}Q_{2j}(Z^{-1}) \\ \partial Q_{1j}(Z^{-1})=j-1,\ \partial Q_{2j}(Z^{-1})=\max(0,N_q+N_t-j) \end{array}\right\}, \tag{10}$$

则有

$$Q(Z^{-1})u(k+j-1)=Q_{1j}(Z^{-1})\Delta u'(k+j-1)+Q_{2j}(Z^{-1})\Delta u'(k-1),$$

写成向量形式

$$\boldsymbol{\phi}=\bar{Q}_1\Delta U'(kN)+\bar{\boldsymbol{Q}}_2. \tag{11}$$

式中

$$\left.\begin{array}{l} \boldsymbol{\phi}=[Q(Z^{-1})u(k),Q(Z^{-1})u(k-1),\cdots,Q(Z^{-1})u(k+N-1)]^T \\ \bar{Q}_1=\begin{bmatrix} q_0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ q_1 & q_0 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ q_{Nq} & q_{Nq-1} & q_{Nq-2} & \cdots & 0 \\ 0 & q_{Nq} & q_{Nq-1} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & q_0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ t_1 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ t_{N_t} & t_{N_t-1} & t_{N_t-2} & \cdots & 0 \\ 0 & t_{N_t} & t_{N_t-1} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \end{bmatrix}_{N\times N} \\ \bar{\boldsymbol{Q}}_2=\begin{bmatrix} Q_{21}(Z^{-1})\Delta u'(k-1) \\ Q_{22}(Z^{-1})\Delta u'(k-1) \\ \vdots \\ Q_{2N}(Z^{-1})\Delta u'(k-1) \end{bmatrix} \end{array}\right\}. \tag{12}$$

将向量表达式(8),(11)式代入式(2)得到

$$\begin{aligned} J=\boldsymbol{E}\{&\|H\Delta U'(kN)+\theta\boldsymbol{\varphi}(k)+\bar{E}\boldsymbol{\eta}(kN)-\bar{\boldsymbol{w}}\|^2 \\ &+\lambda\|\bar{Q}_1\Delta U'(kN)+\bar{\boldsymbol{Q}}_2\|^2\}. \end{aligned} \tag{13}$$

式中

$$\bar{\boldsymbol{w}}=[w(k+1),w(k+2),\cdots,w(k+N)]^T. \tag{14}$$

在假设 $\boldsymbol{E}\{\bar{E}\boldsymbol{\eta}(kN)\}=0$, $\boldsymbol{E}\{[\bar{E}\boldsymbol{\eta}(kN)]^T\Delta U'(kN)\}=0$ 的条件下，极小化目标函数式(13)得到

$$\frac{\partial J}{\partial \Delta U'(kN)} = 2\boldsymbol{E}\{H^T[H\Delta U'(kN) + \theta\boldsymbol{\varphi}(k) - \bar{\boldsymbol{W}}] + \lambda\bar{Q}_1^T[\bar{Q}_1\Delta U'(kN) + \bar{\boldsymbol{Q}}_2]\} = 0,$$

于是得到(当 $(H^TH + \lambda\bar{Q}_1^T\bar{Q}_1)^{-1}$ 存在时)

$$\Delta U'(kN) = (H^TH + \lambda\bar{Q}_1^T\bar{Q}_1)^{-1}\{H^T[\bar{\boldsymbol{W}} - \theta\boldsymbol{\varphi}(k)] - \lambda\bar{Q}_1^T\bar{\boldsymbol{Q}}_2\}. \tag{15}$$

四、简化控制律

以上推导,是广义预测控制的一般模式，由于在求解控制(15)式时，需要在线求解(4)，(5)式,计算量很大．不利于控制系统在线设计．依据上述推导的结果，导出一种新的简化控制律．

由(1),(7)式知

$$\bar{A}(Z^{-1})y'(k+j) = B(Z^{-1})\Delta u'(k+j-1) + \eta(k+j).$$

从而由 $\boldsymbol{\eta}(kN)$ 及 $\Delta U'(kN)$ 的定义得到

$$\bar{A}_1Y'(kN) + \bar{A}_2Y'[(k-1)N] = \bar{B}_1\Delta U'(kN) + \bar{B}_2\Delta U'[(k-1)N] + \boldsymbol{\eta}(kN),$$

即

$$Y'(kN) = \bar{A}_1^{-1}\{-\bar{A}_2Y'[(k-1)N] + \bar{B}_1\Delta U'(kN) + \bar{B}_2\Delta U'[(k-1)N] + \boldsymbol{\eta}(kN)\}. \tag{16}$$

其中

$$\left.\begin{aligned}
&Y'(kN) = [y'(k+1), y'(k+2), \cdots, y'(k+N)]^T,\\
&Y'[(k-1)N] = [y'(k-N+1), y'(k-N+2), \cdots, y'(k)]^T,\\
&\Delta U'[(k-1)N] = [\Delta u'(k-N), \Delta u'(k-N+1), \cdots, \Delta u'(k-1)]^T,\\
&\bar{A}_1 = \begin{bmatrix} 1 & & & & 0 \\ \bar{a}_1 & \ddots & & & \\ \vdots & \ddots & \ddots & & \\ \bar{a}_{N_a+1} & \ddots & \ddots & \ddots & \\ 0 & \ddots & \ddots & \ddots & \\ & \bar{a}_{N_a+1} & \cdots & \bar{a}_1 & 1 \end{bmatrix}_{N\times N} \quad
\bar{A}_* = \begin{bmatrix} \bar{a}_{N_a+1} & \cdots & \bar{a}_1 \\ & \ddots & \vdots \\ 0 & & \bar{a}_{N_a+1} \end{bmatrix}_{(N_a+1)\times(N_a+1)} \quad
\bar{A}_2 = \begin{bmatrix} 0 & \bar{A}_* \\ 0 & 0 \end{bmatrix}_{N\times N}\\
&\bar{B}_1 = \begin{bmatrix} b_0 & & & & 0 \\ b_1 & \ddots & & & \\ \vdots & \ddots & \ddots & & \\ b_{N_b} & \ddots & \ddots & \ddots & \\ 0 & \ddots & \ddots & \ddots & \\ & b_{N_b} & \cdots & b_1 & b_0 \end{bmatrix}_{N\times N} \quad
\bar{B}_* = \begin{bmatrix} b_{N_b} & \cdots & b_1 \\ & \ddots & \vdots \\ 0 & & b_{N_b} \end{bmatrix}_{N\times N} \quad
\bar{B}_2 = \begin{bmatrix} 0 & \bar{B}_* \\ 0 & 0 \end{bmatrix}_{N\times N}
\end{aligned}\right\}. \tag{17}$$

考虑到

$$Y(kN) = T(Z^{-1})Y'(kN) = \bar{T}_1Y'(kN) + \bar{T}_2Y'[(k-1)N],$$

式中

$$\bar{T}_1=\begin{bmatrix}1 & & & & & 0 \\ t_1 & \ddots & & & & \\ \vdots & \ddots & \ddots & & & \\ t_{N_t} & & \ddots & \ddots & & \\ & \ddots & & \ddots & \ddots & \\ 0 & & t_{N_t} & \cdots & t_1 & 1\end{bmatrix}_{N\times N}, \quad \bar{T}_2=\begin{bmatrix}t_{N_t} & \cdots & t_1 \\ & \ddots & \vdots \\ 0 & & t_{N_t}\end{bmatrix}_{N\times N} \tag{18}$$

把(16)式代入上式得到

$$\begin{aligned}Y(kN)=&(\bar{T}_2-\bar{T}_1\bar{A}_1^{-1}\bar{A}_2)Y'[(k-1)N]+\bar{T}_1\bar{A}_1^{-1}\bar{B}_1\Delta U'(kN)\\&+\bar{T}_1\bar{A}_1^{-1}\bar{B}_2\Delta U'[(k-1)N]+\bar{T}_1\bar{A}_1^{-1}\boldsymbol{\eta}(kN).\end{aligned} \tag{19}$$

由(4),(5)两式知

$$\bar{T}_1=\bar{E}\bar{A}_1,\ \bar{E}\bar{B}_1=H;$$

或

$$\bar{E}=\bar{T}_1\bar{A}_1^{-1},\ H=\bar{T}_1\bar{A}_1^{-1}\bar{B}_1, \tag{20}$$

代入 (8) 及 (19) 式得

$$\theta\boldsymbol{\varphi}(k)=(\bar{T}_2-\bar{T}_1\bar{A}_1^{-1}\bar{A}_2)Y'[(k-1)N]+\bar{T}_1\bar{A}_1^{-1}\bar{B}_2\Delta U'[(k-1)N]. \tag{21}$$

把上式代入 (15) 式即得到新的简化控制律

$$\begin{aligned}\Delta U'(kN)=&(H^TH+\lambda\bar{Q}_1^T\bar{Q}_1)^{-1}\{H^T[\bar{\boldsymbol{w}}-(\bar{T}_2-\bar{T}_1\bar{A}_1^{-1}\bar{A}_2)Y'[(k-1)N]\\&-\bar{T}_1\bar{A}_1^{-1}\bar{B}_2\Delta U'[(k-1)N]]-\lambda\bar{Q}_1^T\bar{\boldsymbol{Q}}_2\},\\=&(\bar{B}_1^TG\bar{B}_1+\lambda\bar{Q}_1^T\bar{Q}_1)^{-1}\{\bar{B}_1^TG[A_0\bar{\boldsymbol{w}}-(A_0\bar{T}_2-\bar{A}_2)\\&\cdot Y'[(k-1)N]-\bar{B}_2\Delta U'[(k-1)N]]-\lambda\bar{Q}_1^T\bar{\boldsymbol{Q}}_2\},\end{aligned} \tag{22}$$

$$G=(A_0A_0^T)^{-1},\ A_0=\bar{A}_1\bar{T}_1^{-1}. \tag{23}$$

五、参 数 辨 识

参数估计模型

$$\hat{A}(Z^{-1})y'(k)=\hat{B}(Z^{-1})\Delta u'(k-1)+\xi(k), \tag{24}$$

其中 $y'(k)$, $\Delta u'(k)$ 是由 (17) 式定义的滤波值.

作者采用递推最小二乘方法估计参数 $\hat{A}(Z^{-1})$ 和 $\hat{B}(Z^{-1})$,将估计参数 $\hat{A}(Z^{-1})$ 和 $\hat{B}(Z^{-1})$ 代入控制律(22)式,即得到新型随机广义预测自校正控制器.

六、本算法的计算步骤

1) 置初值: $N, N_a, N_b, \alpha, \lambda, T(Z^{-1}), Q_1(Z^{-1})$.

2) 由 (10) 及 (12) 两式求解 $\bar{Q}_1$ 和 Q_{2i}, $i=1,2,\cdots,N$, 并由 (18) 式求出 $\bar{T}_1$, $\bar{T}_1^{-1}$, $\bar{T}_2$.

3) 数据滤波: $y'(k)=y(k)/T(Z^{-1})$, $u'(k)=u(k)/T(Z^{-1})$.

4) 参数估计: 估计模型(24)式中的参数 $\hat{A}(Z^{-1})$ 和 $\hat{B}(Z^{-1})$.

5) 由 (3), (17) 式计算 $\bar{\boldsymbol{w}}$, $Y'[(k-1)N]$, $\Delta U'[(k-1)N]$, 并由 (12) 式得到

Q_2.

6）由（17）式计算 $\bar{A}_1$，$\bar{A}_2$，$\bar{B}_1$，$\bar{B}_2$，进而由（23）式计算 A_0 和 G（递推进行求逆运算）。

7）由（22）式计算控制 $\Delta U'(kN)$，只需要第一个分量 $\Delta u'(k)$，这里的逆阵也通过递推求解得到。

8）计算 $u(k)$。

在每个采样区间上重复步骤 3—8。

七、仿 真 结 果

1. 不稳定、最小相位模型

$$y(k) = 1.5y(k-1) + u(k-2) + 0.5u(k-3) + \xi(k) + 0.35\xi(k-1).$$

2. 不稳定、非最小相位模型

$$y(k) = 1.45y(k-1) + u(k-2) + 2.0u(k-3) + \xi(k) + 0.4\xi(k-1),$$

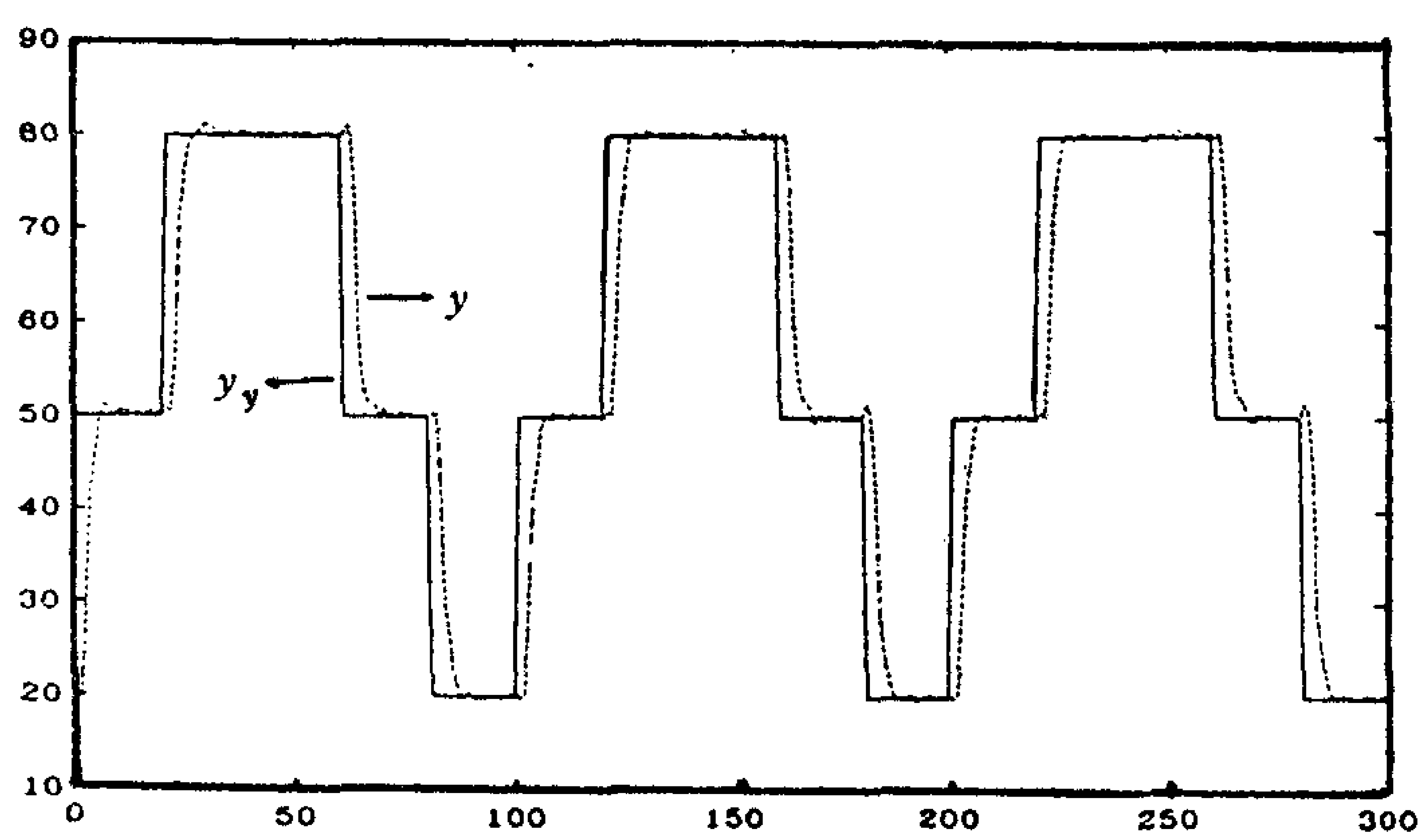


图 1　模型 1 的跟踪效果

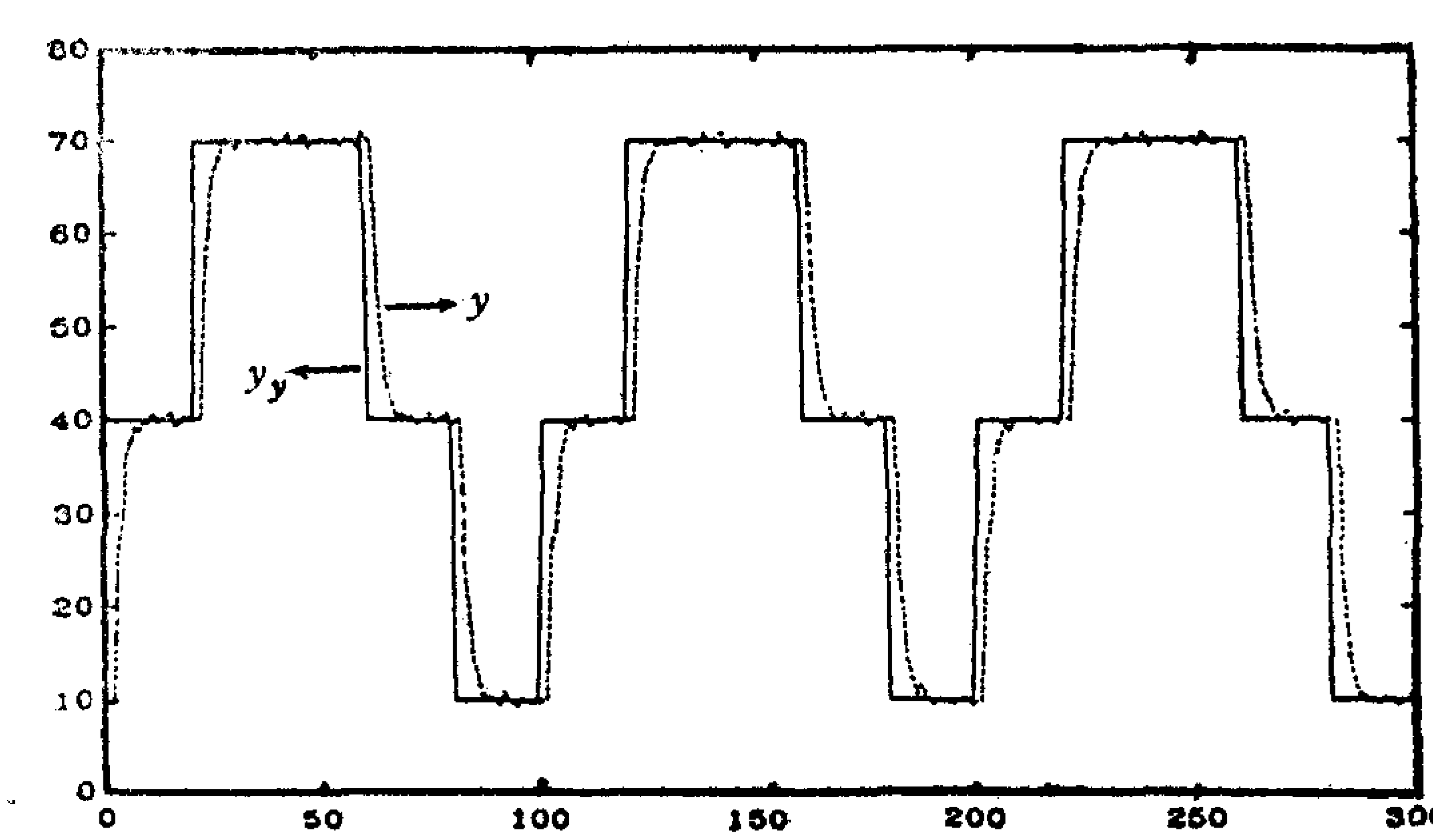


图 2　模型 1 的控制动作

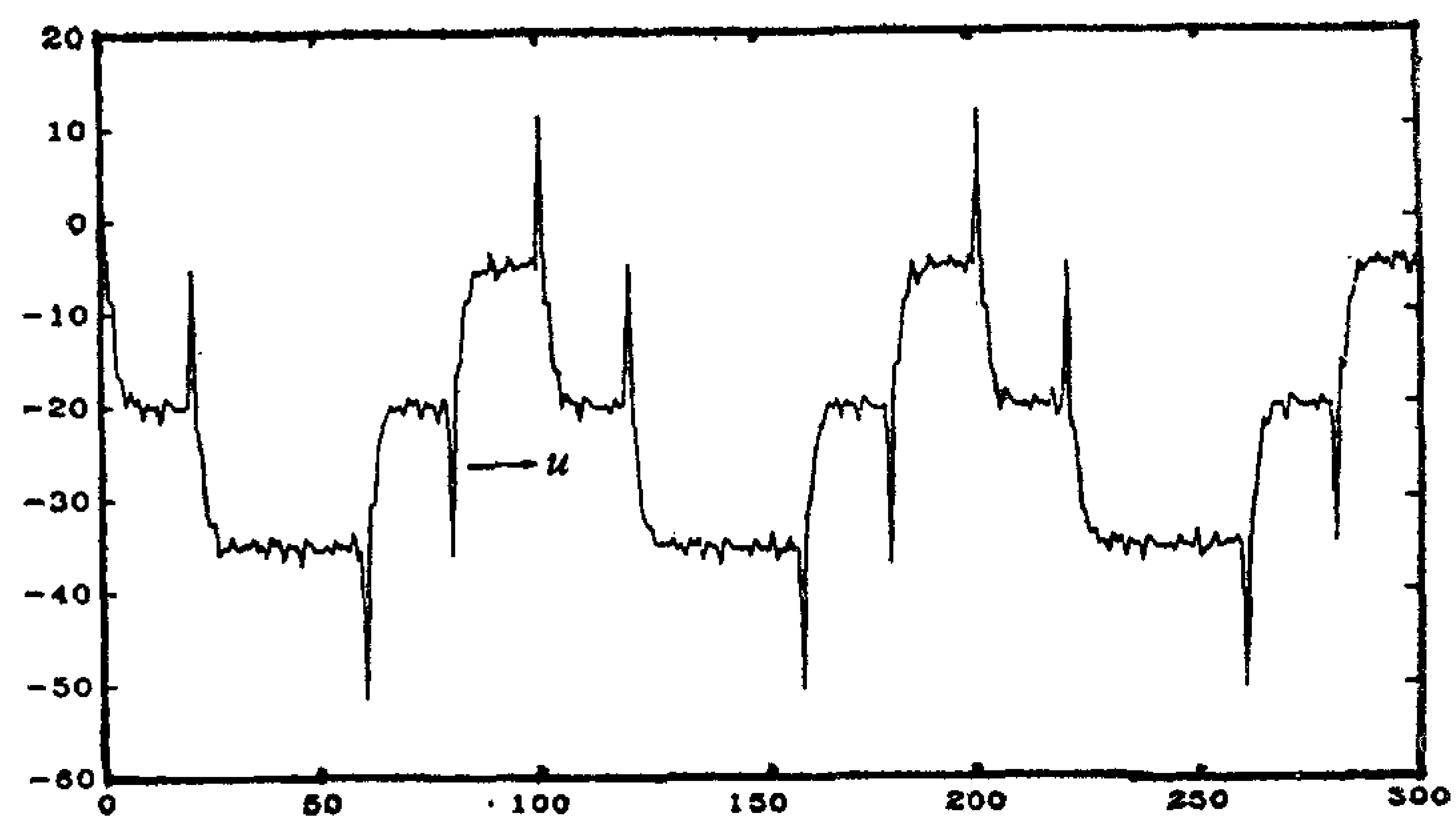


图 3 模型 2 的跟踪效果

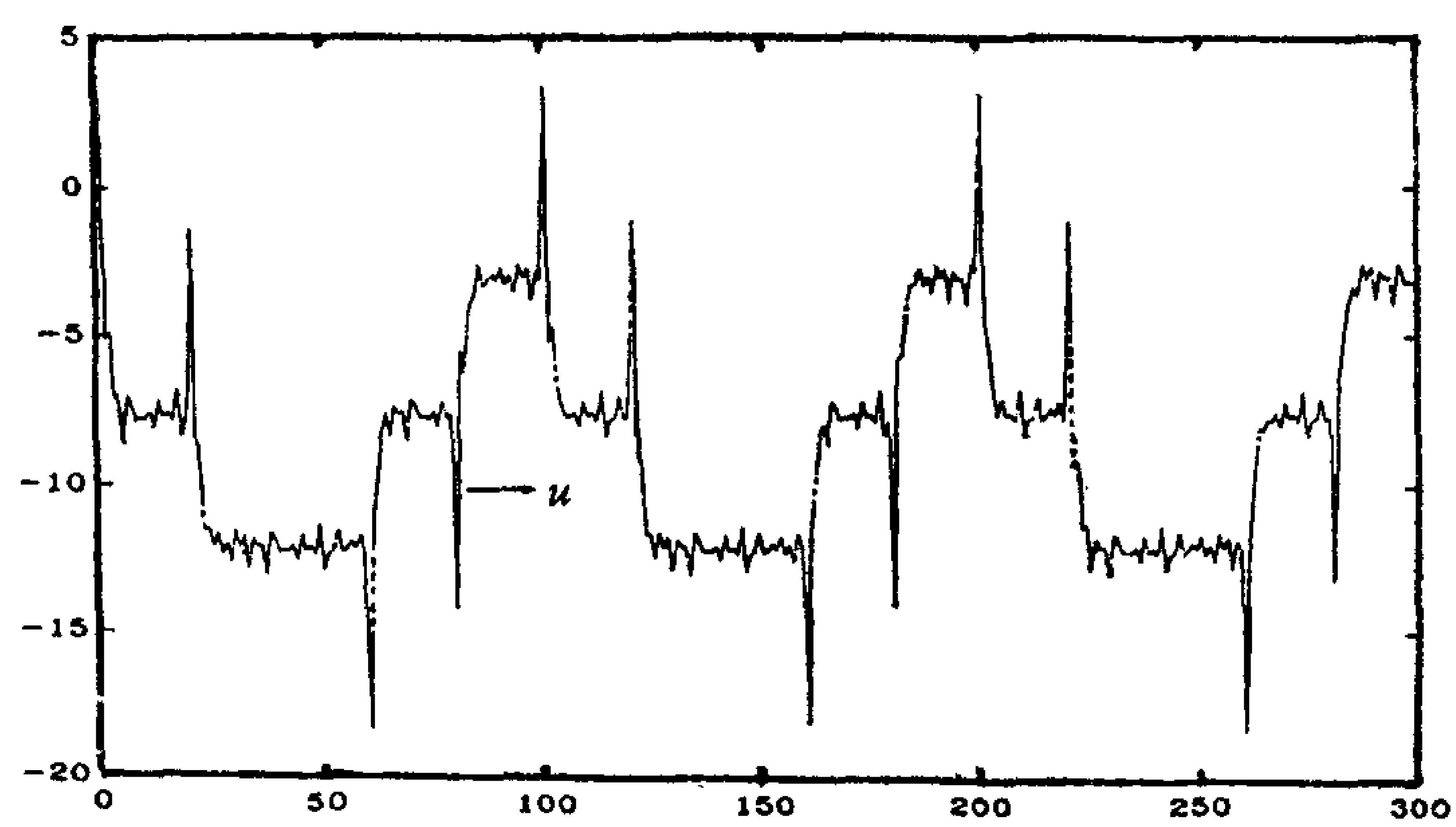


图 4 模型 2 的控制动作

每个模型中噪声 $\xi(k)$ 的方差均为 0.25，且有零均值. 仿真运行 300 步.

模型 1 各参数选择如下:

$N_a=2$，$N_b=2$，$N=4$，$\alpha=0.52$，$\lambda=0.15$，辨识中的遗忘因子 $\beta=0.995$，滤波多项式 $T(Z^{-1})=1+0.35Z^{-1}$，控制加权传递函数 $Q(Z^{-1})=Q_1(Z^{-1})\Delta$，$Q_1(Z^{-1})=1+0.45Z^{-1}$. 其跟踪效果、控制性能如图 1，图 2 所示.

模型 2 各参数选择如下:

$N_a=2$，$N_b=3$，$N=5$，$\alpha=0.48$，$\lambda=0.25$，辨识中的遗忘因子 $\beta=0.998$，滤波多项式 $T(Z^{-1})=1+0.42Z^{-1}$，控制加权传递函数 $Q(Z^{-1})=Q_1(Z^{-1})\Delta$，$Q_1(Z^{-1})=1+0.46Z^{-1}$. 其跟踪效果、控制性能如图 3，图 4 所示.

参 考 文 献

[1] Clarke, D. W., C. Mohtadi and P. S. Tuffs, Generalized Predictive Control-part I, The Basic Algorithm, *Automatica*, **23**(1987), (2), 137—148.

[2] Clarke, D. W., C. Mohtadi and P. S. Tuffs, Generalized Predictive Control-Part II, Extensions and Interpretations, *Automatica*, **23**(1987), (2), 148—160.

[3] PEDRO ALBERTOS and ROMEO ORTEGA, On Generalized Predictive Control: Two Alternative Formula-

tions, *Automatica*, 25(1989), (5), 753—755.
[4] Yuan, Z. Z., and Liu, R. H., Recursive Synthetic Generalized Predictive Control, 11 IFAC Sump. on Identification and System Parameter Estimation, Beijing, 1988, 414—419.
[5] 袁著祉和陈增强，综合广义预测自校正控制器的稳定性与收敛性，中国科学，11卷，A辑，1989，1197—1207.

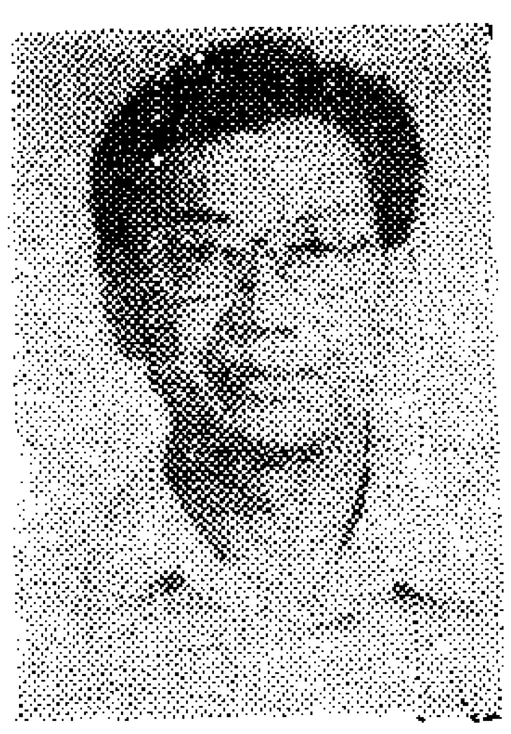
A NOVEL STOCHASTIC GENERALIZED PREDICTIVE SELF-TUNING CONTROLLER

Yuan Zhuzhi Cui Baomin
(Dept. of Computer and System Sciences, Nankai University, Tianjin 300071)

Abstract

A novel generalized predictive controller based on CARIMA model is presented in this paper. The controller is directly given based on the identification results, without on-line solving the Diophantine equation, so the computation of the algorithm can be greatly reduced and the control system may effectively be used on-line.

Key words: Generalized predictive; self-tuning control.



袁著祉 教授，1937 年生于山东青岛. 1962 年毕业于南开大学数学系并留校任教，1970 年开始从事自动控制方面的研究，1984 年转计算机与系统科学系，1989 年赴美国休斯敦大学进行合作研究. 曾完成化工、造纸、发酵、锅炉、加热炉和太空站等 10 个装置的自适应控制系统. 获国家教委科技进步一等奖. 研究兴趣：建模、辨识、自适应控制理论及应用、计算机控制与管理.

崔保民 1967 年生，1989 年 7 月毕业于南开大学计算机与系统科学系自动控制专业，同年被录取为该系研究生，攻读硕士学位. 主要感兴趣的研究领域为自适应控制理论及应用、工业过程控制.